

УДК 539.3:539.538

УЗАГАЛЬНЕНИЙ МЕТОД ОЦІНКИ ЗНОШУВАННЯ ЦИЛІНДРИЧНИХ ЕВОЛЬВЕНТНИХ ЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ

М. В. ЧЕРНЕЦЬ^{1,2}, Ю. КЕЛБІНЬСЬКІ², Р. Я. ЯРЕМА¹

¹ Дрогобицький державний педагогічний університет ім. Івана Франка;

² Люблінський політехнічний інститут, Польща

Розроблено метод прогнозування оцінки зношування і довговічності зубчастих циліндричних передач, який враховує вплив зношування зубів на геометричні та навантажувальні характеристики зачеплення. На основі чисельного розв'язку задачі підтверджено суттєвий вплив зношування на ресурс передачі. Побудовано графічні залежності, що описують характер цього впливу.

Ключові слова: циліндрична евольвентна передача, зношування, метод оцінки довговічності, контактні тиски.

Циліндричні передачі широко застосовують у машинобудуванні. Однак за відомими спрощеними методами [1, 2] не вдається обґрунтовано оцінити їх зношування. Є метод [3], за яким можна покроково вивчати вплив зношування на геометричні та контактні параметри, однак, реалізувати його на практиці складно.

Нижче розроблено і узагальнено метод дослідження кінетики зношування циліндричних зубчастих передач [4, 5], в якому взято до уваги особливості їх роботи. Запропоновано спосіб врахування впливу зношування зубів на зміну радіусів кривини робочих профілів, що призводить до зниження контактних тисків. Так вдається коректніше оцінювати ресурс передачі.

Для вивчення кінетики зношування зубів у зачепленні з проковзуванням використали математичну модель трибопроцесу [6], який описує система лінійних диференціальних рівнянь

$$\frac{1}{v} \frac{dh_k}{dt} = \Phi_k^{-1}(\tau), \quad k=1;2, \quad (1)$$

де v – швидкість ковзання; h – лінійне зношування; t – час зношування; $\Phi(\tau)$ – характеристична функція зносотривкості матеріалів у прийнятій парі тертя, коли задані умови тертя – базовий інтегральний параметр моделі; $\tau = fp$ – питома сила тертя за законом Кулона; k – нумерація елементів трибосистеми; f – коефіцієнт тертя ковзання; p – контактний тиск.

Експериментальні значення функції зносотривкості $\Phi_i(\tau_i)$ апроксимують співвідношення

$$\Phi_k(\tau) = C_k \left(\frac{\tau_S}{\tau} \right)^{m_k}, \quad (2)$$

де C_k, m_k – характеристики зносотривкості матеріалів трибопари для вибраних умов; $\tau_S = \sigma_{0,2} / 2$ – границя міцності матеріалу на зріз; $\sigma_{0,2} = 0,7\sigma_B$ – умовна границя пластичності матеріалу за розтягу; σ_B – границя його міцності на розтяг.

Функцію зносотривкості $\Phi_i(\tau_i)$ матеріалів зубів обчислюють так:

Контактна особа: М. В. ЧЕРНЕЦЬ, e-mail: chernets@drohobych.net

$$\Phi_i(\tau_i) = L / h_i,$$

де h_i – лінійне зношування зразків матеріалів; $L = vt$ – шлях тертя; i – ступені навантаження.

З урахуванням співвідношення (2) після розділення змінних та інтегрування системи (1) за умови $\tau = fp = \text{const}$ отримаємо:

$$t_k = \frac{C_k}{v} \left(\frac{\tau_S}{\tau} \right)^{m_k} h_k. \quad (3)$$

Тоді

$$h_k = \frac{vt_k}{C_k} \left(\frac{\tau}{\tau_S} \right)^{m_k}.$$

Для оцінки лінійного зношування зубів передачі у довільній точці j їх бокової поверхні впродовж одиничного часу t'_j трибоконтакту за однопарного зачеплення отримали:

$$h'_{kj} = \frac{v_j t'_j (fp_{j \max})^{m_k}}{C_k (0,35\sigma_B)^{m_k}}, \quad (4)$$

де $v_j = v$ – швидкість ковзання в j -х точках бокових поверхонь зубів; $t'_j = 2b_j / v_0$ – час трибоконтакту зубів впродовж переміщення j -ої точки їх співдотику по контуру зуба на ширину площадки контакту; $v_0 = \omega_1 r_1 \sin \alpha$ – швидкість переміщення точки контакту по контуру зуба; ω_1 – кутова швидкість шестерні; $r_1 = 0,5z_1 m$ – дільний її радіус; m – модуль зачеплення; $\alpha = 20^\circ$ – кут зачеплення; z_1, z_2 – кількість зубів коліс; $p_{j \max} = p_{j \max}^{(1)}$ – максимальні контактні тиски за однопарного зачеплення; $p_{j \max}^{(2)} = p_{j \max} / \sqrt{2}$ – за двопарного.

Зношування зубів впродовж заданого ресурсу роботи t^* передачі встановлюємо так:

$$h_{kj} = 60n_k h'_{kj} t^*, \quad (5)$$

де n_k – кількість обертів зубчастих коліс.

Ресурс передачі за заданого граничного зношування h_{k*} зубів

$$t = h_{k*} / \bar{h}_{kj}, \quad \bar{h}_{kj} = 60n_k h'_{kj}. \quad (6)$$

Максимальні контактні тиски $p_{j \max}$ та ширину площадки контакту $2b_j$ в j -й точці обчислювали за формулами Герца:

$$p_{j \max} = 0,564 \sqrt{N' / \theta \rho_j}, \quad 2b_j = 2,256 \sqrt{\theta N' \rho_j}, \quad (7)$$

де $N' = N / bw$; $N = T_{\text{ном}} K_g / r_1 \cos \alpha$ – сила у зачепленні; $T_{\text{ном}} = 9550 P_B / n_1$ – номінальний крутний момент; P_B – потужність на ведучому валі; n_1 – кількість його обертів; K_g – коефіцієнт динамічності; $\theta = (1 - \mu_1^2) / E_1 + (1 - \mu_2^2) / E_2$; E, μ – модулі Юнга та коефіцієнти Пуассона матеріалів зубів; b – ширина колеса; w – кількість пар зачеплень; ρ_j – зведений радіус кривини робочих профілів зубів:

$$\rho_j = \frac{\rho_{1j} \rho_{2j}}{\rho_{1j} + \rho_{2j}}, \quad j = 0, 1, 2, 3, \dots, s. \quad (8)$$

Тут ρ_{1j}, ρ_{2j} – відповідно кривини бічних поверхонь зубів шестерні і колеса; $j = 0, j = s$ відповідають першій та останній точкам зачеплення зубів.

Співвідношення для радіусів кривин зубів шестерні і колеса у циліндричній передачі в j -й точці зачеплення мають вигляд [4]

$$\begin{aligned} \rho_{1j} &= r_{b1} \operatorname{tg} \alpha_{1j}, \\ r_{b1} &= r_1 \cos \alpha, \quad \alpha_{1j} = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \alpha_{10} + j \Delta \varphi), \\ \operatorname{tg} \alpha_{10} &= (1+u) \operatorname{tg} \alpha - \frac{u}{\cos \alpha} \sqrt{(r_{20}/r_2)^2 - \cos^2 \alpha}, \\ r_{b2} &= r_2 \cos \alpha, \quad r_2 = 0,5z_2 m, \quad r_{20} = r_{a2} - r, \quad r_{a2} = r_2 + m, \quad r = 0,2m, \\ \operatorname{tg} \alpha_{1s} &= \sqrt{(r_{1s}/r_1)^2 - \cos^2 \alpha}, \quad r_{1s} = r_{a1} - r = r_{a1} - 0,2m, \quad r_{a1} = r_1 + m, \\ \rho_{2j} &= r_2 \sqrt{(r_{2j}/r_2)^2 - \cos^2 \alpha}, \\ r_{2j} &= \sqrt{a^2 + r_{1j}^2 - 2ar_{1j} \cos(\alpha - \alpha_{1j})}, \quad a = (z_1 + z_2)m/2, \quad r_{1j} = r_1 \cos \alpha / \cos \alpha_{1j}, \\ \cos \alpha_{20} &= \frac{r_2}{r_{20}} \cos \alpha, \quad \operatorname{tg} \alpha_{2s} = \left(1 + \frac{1}{u}\right) \operatorname{tg} \alpha - \frac{1}{u \cos \alpha} \sqrt{\left(\frac{r_{1s}}{r_1}\right)^2 - \cos^2 \alpha}, \end{aligned}$$

де r_1, r_2 – відповідно радіуси ділільних кіл шестерні і колеса; r_{b1}, r_{b2} – радіуси їх основних кіл; r_{a1}, r_{a2} – радіуси вершин зубів коліс; r – радіус закруглення вершин зубів; u – передавальне відношення; $\Delta \varphi$ – кут повороту зуба шестерні з точки початкового контакту (точка 0) в точку 1 і т. д.; α_{10} – кут, що відповідає першій точці лінії зачеплення в нерухомій системі координат yO_1x ; α_{1s} – кут, що визначає положення останньої точки зачеплення зуба шестерні на лінії зачеплення; α_{20}, α_{2s} – кути, що визначають положення першої і останньої точок зачеплення зуба колеса на лінії зачеплення.

Швидкість ковзання

$$v_j = \omega_1 r_{b1} (\operatorname{tg} \alpha_{1j} - \operatorname{tg} \alpha_{2j}), \quad (9)$$

де $\alpha_{2j} = \arccos[(r_2/r_{2j}) \cos \alpha]$.

Під час роботи зубчастої передачі внаслідок зношування зубів змінюватимуться початкові радіуси кривин ρ_{1j}, ρ_{2j} їх робочих профілів та зведений радіус кривини ρ_j . Зміну вихідних радіусів кривини враховуємо так:

$$\rho_{kjh} = \rho_{kj} + D_{jk} \sum^n K_{kjn}, \quad (10)$$

де $n = 1, 2, 3, \dots$ – кількість обертів колеса; $D_{jk} = K_{kj}^2$.

Зміна кривини профілів зубів внаслідок зношування впродовж кожного циклу

$$K_{kj} = 8h'_{kj} / l_{kj}^2, \quad (11)$$

де значення h'_{kj} обчислюємо в кожному циклі згідно з виразом (4) за час $t'_{jh} = 2b_{jh} / v_0$; l_{kj} – хорда кола, що заміняє евольвенту між точками $j-1, j+1$; ширину площадки контакту $2b_{jh}$ у циклі розраховували за формулою (7), враховуючи

вираз (10); $l_{kj} = 2\rho_{kjh} \sin \varepsilon_{kjh} = \text{const}$ – для вибраного j ; $\varepsilon_{kjh} = S_{kj} / \rho_{kjh}$ – кут між точками j та $j+1$; $S_{kj} = \left| \frac{mz_k}{4} \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha_{kj}} - \frac{1}{\cos^2 \alpha_{k,j+1}} \right) \cos \alpha \right|$ – довжина евольвенти між точками $j, j+1$; α_j, α_{j+1} – кути зачеплення для вибраних точок евольвенти $j, j+1$, (див. вище).

Внаслідок зміни в кожному оберті коліс радіусів кривини евольвенти зведений радіус теж змінюватиметься, а отже, і максимальні контактні тиски та ширина площадки контакту (ф-ли (7)). Тому покроково обчислюватимемо усі розрахункові параметри, зокрема, $h'_{1j}, h'_{2j}, \rho_{1jh}, \rho_{2jh}, \rho_{jh}, p_{jh \max}, 2b_{jh}, t'_{jh}$. Окрім того, для прийнятої кількості обертів n_{1s} шестерні і n_{2s} колеса знайдемо сумарне зношування h_{1jn} та h_{2jn} :

$$h_{1jn} = \sum_1^{n_{1s}} h'_{1jn}, \quad h_{2jn} = \sum_1^{n_{2s}} h'_{2jn}, \quad (12)$$

де $n_{2s} = n_{1s} / u$; h'_{kjin} – зношування зубів впродовж часу t'_{jh} в кожному оберті. У крайніх точках зачеплення, якщо $j = 0$ та $j = s$, зношування найбільше.

Тривалість (ресурс) роботи передачі t для сумарної заданої кількості обертів n_{1s} чи n_{2s} коліс обчислюємо так:

$$t = n_{1s} / 60n_1 = n_{2s} / 60n_2. \quad (13)$$

На основі розробленого кумуляційного покроково-блочного методу визначали геометричні, кінематичні, контактні параметри зубчастих циліндричних евольвентних передач та їх зношування. Під час реалізації покрокової схеми розрахунку зміни параметрів у кожному циклі взаємодії час обчислень зростає на декілька порядків, порівняно із лінійним методом, де контактні тиски та параметри стику зубів вважають сталими.

В інженерній практиці застосовувати тривалі процедури чисельної прогнозованої оцінки зношування чи ресурсу недоцільно. Тому розроблено блокову схему, де не розглядають зміну радіусів кривини профілю зубів, їх зведений радіус кривини, контактні тиски, ширину площадки контакту після кожного оберту (циклу зачеплення), а після певної кількості обертів. Тобто розраховують за лінійним методом накопичення зношування за сталих вихідних параметрів. У наступному блоці обчислень накопичені зміни враховують за співвідношеннями (10), (11). Так суттєво скорочується час розрахунків. Тривалість блока сталості параметрів контакту під час зношування зубів можна, наприклад, прийняти як $n_B = n_1 \text{ rot/min}$, $n_B = n_1 \text{ rot/h}$, $n_B = n_1 \text{ rot/10 h}$, $n_B = n_1 \text{ rot/100 h}$ тощо.

Вихідні дані для обчислень такі: $z_1 = 20$; $z_2 = 80$; $m = 3 \text{ mm}$; $u = 4$; $n_1 = 700 \text{ rot/min}$; $P_B = 6 \text{ kW}$; $f = 0,07$; $b = 30 \text{ mm}$; матеріали коліс: шестерня – сталь 38ХМЮА, азотування, 58 HRC; $\sigma_B = 1040 \text{ МПа}$, $\sigma_{0,2} = 730 \text{ МПа}$, $\tau_{S1} = 365 \text{ МПа}$, $C_1 = 3,5 \cdot 10^6$, $m = 2$; колесо – сталь 40Х, об'ємне гартування, 53 HRC, $\sigma_B = 981 \text{ МПа}$, $\sigma_{0,2} = 690 \text{ МПа}$, $\tau_{S2} = 345 \text{ МПа}$, $C_2 = 0,17 \cdot 10^6$, $m_2 = 2,5$; $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $\mu = 0,3$; олива з антизношувальною присадкою з кінематичною в'язкістю $\nu_{+50^\circ\text{C}} \approx 15 \text{ cSt}$; $h_{k*} = 0,3; 0,5 \text{ mm}$; $\Delta\varphi = 4^\circ$.

Розв'язували задачу за таких умов: у зачепленні знаходиться одна пара зубів; динамічність навантаження визначає коефіцієнт K_g ; передача працює в умовах граничного машення оливою. Блоки циклів обчислень такі: $B = 1$; $B = 700$; $B = 42000$ і $B = 420000 \text{ rot}$. Результати досліджень наведено на рис. 1–3.

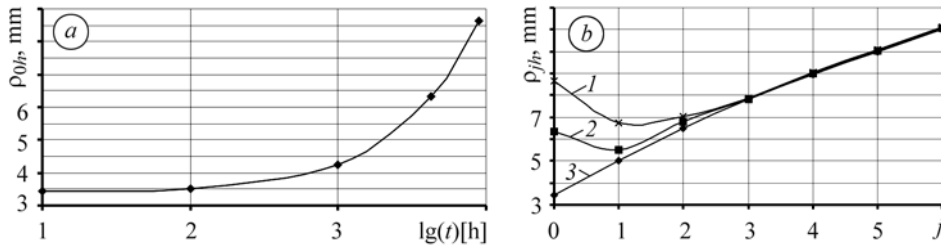


Рис. 1. Зміна зведеного радіуса кривини ρ_j зубів під час зношування (а: $j = 0$; б: $j = 0; 1; 2; 3; 4; 5$ і 6): 1 – $h = 0,5$ mm; 2 – $0,3$ mm; 3 – $h = 0$.

Fig. 1. Change of the teeth curvature radius, ρ_j , under wear (а: $j = 0$; б: $j = 0; 1; 2; 3; 4; 5$ and 6): 1 – $h = 0.5$ mm; 2 – 0.3 mm; 3 – $h = 0$.

Рис. 1а ілюструє зміну зведеного радіуса кривини під час зношування на вході зубів у зачеплення ($j = 0$), а рис. 1б – в інших точках. Якщо $h_{20} = 0,3$ mm, параметр ρ_{0h} зростає у 1,85 рази, якщо $h_{20} = 0,5$ mm – у 2,52 рази. Максимально він змінюється, коли $j = 0$, а розпочинаючи з другої точки зачеплення, $\rho_{jh} \approx \rho_j$.

Зі зміною величини ρ_{jh} внаслідок зношування зубів знижуються максимальні контактні тиски (рис. 2а): суттєво – на вході зубів у зачеплення, а далі вплив зношування на початкові тиски швидко слабшає (рис. 2б).

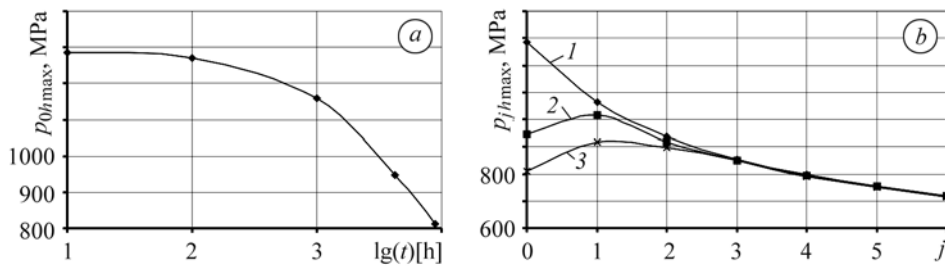


Рис. 2. Вплив зношування на зміну максимальних контактних тисків $p_{jh \max}$ на вході зубів у зачеплення (а: $j = 0$; б: вздовж їх профілю для $j = 0; 1; 2; 3; 4; 5$ і 6): 1 – $h = 0$; 2 – $0,3$ mm; 3 – $0,5$ mm.

Fig. 2. Influence of wear on the change of maximum contact pressures, $p_{jh \max}$, at teeth input in couplings (а: $j = 0$; б: along their profile for $j = 0; 1; 2; 3; 4; 5$ and 6): 1 – $h = 0$; 2 – 0.3 mm; 3 – 0.5 mm.

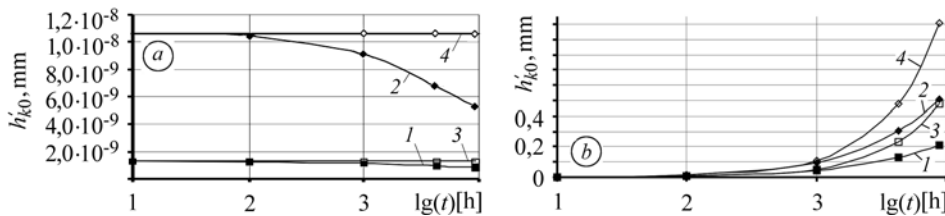


Рис. 3. Залежність одиничного (а) та впродовж прийнятого ресурсу роботи передачі (б) зношування зубів від часу (а: 1 – h'_{10n} ; 2 – h'_{20n} ; 3 – h'_{10} ; 4 – h'_{20} ; б: 1 – h_{10n} ; 2 – h_{20n} ; 3 – h_{10} ; 4 – h_{20}).

Fig. 3. Dependence of a unit teeth wear (а) and teeth wear for the accepted life of gear operation (б) on time (а: 1 – h'_{10n} ; 2 – h'_{20n} ; 3 – h'_{10} ; 4 – h'_{20} ; б: 1 – h_{10n} ; 2 – h_{20n} ; 3 – h_{10} ; 4 – h_{20}).

Побудовано (рис. 3а) залежність одиничного зношування зубів (впродовж оберту) за кумуляційним (блочним) (h'_{k0n}) та лінійним (h'_{k0}) методами на вібраних відтинках часу t роботи передачі. Як бачимо, зношування h'_{20n} ($j = 0$ – зуби колеса) суттєвіше зменшується зі зростанням часу t роботи, ніж h'_{10n} ($j = 0$ – зуби шестерні). Рис. 3б ілюструє залежність зношування зубів на вході у зачеплення за обома методами для обчисленого за кумуляційним методом ресурсу передачі: для $h_{20n*} = 0,3 \text{ mm}$ $t = 4285 \text{ h}$, для $h_{20n*} = 0,5 \text{ mm}$ $t = 9047 \text{ h}$. Величини зношування зубів за лінійним методом завищені, ніж за уточненим розв'язком.

Досліджено також вплив розміру блока на максимальне зношування зубів h_{20n} , h_{10n} . Найточніший розв'язок отримано для $B = 1 \text{ got}$, тобто з урахуванням впливу зношування на зміну радіусів кривини та контактних тисків після кожного оберту шестерні. Встановлено, що для $B = 700 \text{ got}$ (відповідає часу роботи передачі впродовж 1 min) значення h_{20n} не відрізняються від значень для $B = 1 \text{ got}$. Відмінність для блока $B = 42000$ (відповідає часу роботи передачі впродовж 1 h) і блока $B = 1 \text{ got}$ становить $\approx 0,5\%$, а блока $B = 420000$ та 1 got становить $\approx 0,76\%$. Отже, для обчислень слід вибрати блоки $B = 700 \text{ got}$ чи $B = 42000 \text{ got}$, що пришвидшують тривалість обчислень прямо пропорційно розміру блока, без суттєвої втрати їх точності порівняно з $B = 1 \text{ got}$.

Таким чином, розроблений узагальнений метод покрової кумуляції зношування зубів циліндричної передачі дає можливість обґрунтовано оцінити її довговічність. Також розв'язано і обернену задачу: за заданого ресурсу роботи передачі (кількістю обертів шестерні чи колеса) можна встановити зміну радіусів кривини та контактних тисків, одиничні та сумарні зношування зубів.

РЕЗЮМЕ. Предложен метод прогнозной оценки износа и долговечности зубчатых цилиндрических передач, который учитывает влияние изнашивания зубьев на геометрические и нагрузочные характеристики зацепления. На основании численного решения задачи подтверждено значительное влияние износа на ресурс передачи. Построены графические зависимости, описывающие характер этого влияния.

SUMMARY. The developed method for predictive assessing of wear and life of cylindrical gears, where the influence of teeth wear on geometrical and loading characteristics of couplings is taken into consideration. Using the numerical problem solution the considerable influence of wear on gear life is proved. Graphical dependences, that describe the type of this influence, are constructed.

1. Дроздов Ю. Н. К разработке методики расчета на изнашивание и моделирование трения // Износостойкость. – М.: Наука, 1975. – С. 120–135.
2. Проников А. С. Надежность машин. – М.: Машиностроение, 1978. – 590 с.
3. Гриб В. В. Решение триботехнических задач численными методами. – М.: Наука, 1982. – 115 с.
4. Чернець М., Келбінські Ю. Прогнозування довговічності зубчастих передач // Проблеми трибології. – 2001. – № 4. – С. 151–159.
5. Чернець М., Келбінські Ю. Расчетная оценка износа и ресурса косозубых эвольвентных цилиндрических передач // Там же. – 2004. – № 3. – С. 104–112.
6. Андрейкив А. Е., Чернец М. В. Оценка контактного взаимодействия трущихся деталей машин. – К.: Наук. думка, 1991. – 160 с.

Одержано 06.04.2010