

УДК : 539.375

ВИЗНАЧЕННЯ ДОВГОВІЧНОСТІ ПЛАСТИН З ТРІЩИНАМИ ЗА ДОВГОТРИВАЛОГО СТАТИЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ І ЛОКАЛЬНОЇ ПОВЗУЧОСТІ

О. Є. АНДРЕЙКІВ¹, В. Р. СКАЛЬСЬКИЙ², Ю. Я. МАТВІЙ³,
Т. А. КРАДІНОВА³

¹ Львівський національний університет ім. Івана Франка;

² Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів;

³ Луцький національний технічний університет

Запропоновано розрахункову модель для оцінки залишкового ресурсу пластин з тріщинами за довготривалого статичного навантаження. На її основі досліджено аналог задачі Гріффітса про визначення за таких умов залишкового ресурсу пластини з тріщиною.

Ключові слова: енергетичний підхід, тріщина повзучості, період докритичного росту тріщини, коефіцієнт інтенсивності напружень, низькотемпературна повзучість, кінетична діаграма росту тріщин повзучості.

Механіка руйнування описує напружено-деформований стан крихких та пружно-пластичних тіл з тріщинами, що перебувають під дією однократних статичних, динамічних, циклічних навантажень, а також водневих і корозивно-активних середовищ [1–3]. Однак недостатньо досліджені задачі про довготривале статичне навантаження елементів конструкцій з тріщинами, втрата міцності яких зумовлена поширенням тріщин повзучості. Для бездефектних матеріалів тут вже отримано деякі результати, за якими прогнозували довготривалу міцність і довговічність таких елементів [4–9].

Відомо [10, 11], що за докритичного навантаження тріщини в зразках із пластичних матеріалів підростають за короткий час на деяку довжину. Це призводить до певних похибок у визначенні характеристик тріщиностійкості матеріалів і свідчить про те, що за сповільненого або довготривалого статичного навантаження таке підростання буде суттєвим і спричинятиме руйнування, основним механізмом якого є низькотемпературна повзучість [4, 12], що зумовлює докритичне поширення тріщини за навантажень, значно менших від критичних. Тому вже впродовж багатьох років працюють над створенням теорії поширення тріщин повзучості в твердих тілах.

Нижче зроблено спробу розробити таку теорію, зокрема розрахункову модель, для визначення періоду докритичного росту тріщин низькотемпературної повзучості в матеріалах, використовуючи опрацьований раніше [13, 14] енергетичний підхід.

Формулювання задачі. Застосовували розрахункову модель, яка ґрунтується на першому законі термодинаміки про енергетичний баланс і баланс швидкостей змін енергій в елементі конструкції з макротріщиною, який розтягується довготривалим статичним навантаженням в умовах дії низькотемпературного поля ($T < 0,5T_p$ [4], тобто температура T елемента конструкції нижча від половини температури T_p плавлення його матеріалу).

Суть підходу ось у чому [13, 14]. Вважаємо, що тріщина поширюється стрибками і на основі цього подамо функцію енергії деформування тіла у вигляді двох компонент – енергій деформування тіла під час інкубаційного періоду до і після стрибка тріщини. Швидкість росту тріщини можна подати усереднено як відношення довжини її стрибка до часу інкубаційного періоду. Тепер, застосовуючи рівняння балансу швидкостей зміни енергій, отримаємо рівняння для визначення швидкості росту тріщини низькотемпературної повзучості, яке разом із початковими і кінцевими умовами складає математичну модель знаходження періоду докритичного росту тріщини низькотемпературної повзучості. Застосуємо її для випадку, коли така тріщина поширюється в пластині.

Розглянемо пластину (рис. 1) з прямолінійною тріщиною, яка розміщена вздовж осі Ox з початком O у вершині тріщини. Довготривалі зусилля P прикладені до пластини так, що у ній виникає напружено-деформований стан, симетричний відносно осі Ox , а на продовженні тріщини біля її вершини – пластичні зони (зони передруйнування), в яких і проявлятиметься низькотемпературна повзучість. Необхідно знайти такий час $t = t^*$, коли довжина тріщини досягне критичного значення $l = l^*$ і пластина зруйнується.

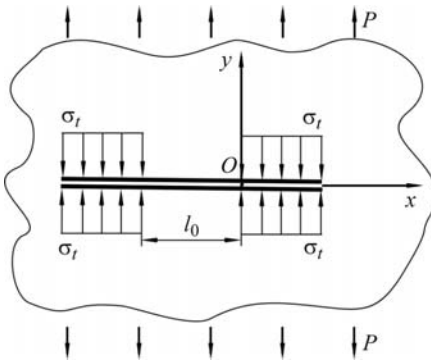


Рис. 1. Схема навантаження пластини з тріщиною.

Fig. 1. Loading scheme of a plate with a crack.

Для розв'язання задачі насамперед побудуємо рівняння, які описують низькотемпературну повзучість у зонах передруйнування біля вершин тріщини. Вважатимемо, що тріщина рухається неперервно від початкового розміру $l = l_0$ до кінцевого $l = l^*$. Це припущення коректне, оскільки насправді вона росте стрибками малого розміру Δl_c за відносно великі проміжки часу Δt_c . Тому запишемо швидкість V росту тріщини наближено:

$$V = \frac{dl}{dt} \approx \frac{\Delta l_c}{\Delta t_c}. \quad (1)$$

Енергетичний баланс цього процесу для кожного стрибка тріщини Δl_c за час $t = \Delta t_c$ буде [13, 14]:

$$A = W + \Gamma + Q + K. \quad (2)$$

Тут A – робота зовнішніх сил; W – енергія деформування тіла після просування тріщини на величину Δl_c

$$W = W_{sp} + W_{pl}^{(1)}(l) - W_{pl}^{(2)}(t) \quad (3)$$

(W_{sp} – пружна компонента W ; $W_{pl}^{(1)}(l)$ – частина енергії пластичних деформацій, що залежить тільки від довжини тріщини l ; $W_{pl}^{(2)}(t)$ – частина енергії пластичних деформацій у результаті повзучості, яка виділяється за сталої довжини тріщини під час інкубаційного періоду підготовки її стрибка Δl_c і залежить тільки від часу t та генерується самим тілом); Γ – енергія руйнування тіла, яка залежить від довжини тріщини l ; Q – виділена теплова енергія, яку вважаємо відносно малою, тому її нехтуватимемо; K – кінетична енергія, яка тут також несуттєва.

Оскільки виконується умова балансу енергії, то справджуватиметься й умова балансу швидкостей зміни компонент енергій:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial \Gamma}{\partial t}. \quad (4)$$

Підставляючи вираз (3) у рівняння (4), отримаємо:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\Gamma - (A - W_{sp} - W_{pl}^{(1)}) \right] \frac{dl}{dt} - \frac{\partial [W_{pl}^{(2)} + A]}{\partial t} = 0.$$

Звідси знайдемо швидкість V поширення тріщини повзучості:

$$V = \frac{dl}{dt} = \frac{\partial (W_{pl}^{(2)} + A)}{\partial t} \Big|_{t = \Delta t_c} / \frac{\partial}{\partial l} \left[\Gamma - (A - W_{sp} - W_{pl}^{(1)}) \right]. \quad (5)$$

На основі результатів праць [15, 16] вираз у квадратних дужках залежності (5) запишемо так:

$$\frac{\partial}{\partial l} \left[\Gamma - (A - W_{sp} - W_{pl}^{(1)}) \right] = \gamma_f - \gamma_t. \quad (6)$$

Тут $\gamma_f = \sigma_t \delta_c$ – питома поверхнева енергія руйнування під час поширення тріщини повзучості; $\gamma_t = \sigma_t \delta_t(0, t)$ – питома робота пластичних деформацій у зоні передруйнування; $\delta_t(0, t)$ – поточне розкриття тріщини в її вершині за усередненого напруження σ_t у зоні передруйнування; δ_c – критичне значення поточного розкриття $\delta_t(0, t)$; σ_t прийmemo як середнє значення між границями міцності σ_s і пластичності $\sigma_{0,2}$, тобто $\sigma_t = 0,5(\sigma_s + \sigma_{0,2})$. Тепер, використовуючи співвідношення (6), рівняння (5) запишемо так:

$$V = \frac{\partial [W_{pl}^{(2)} + A]}{\partial t} \Big|_{t = \Delta t_c} / (\gamma_f - \gamma_t). \quad (7)$$

Для визначення енергетичної компоненти $W_{pl}^{(2)}(t)$ необхідно побудувати залежність величини $\delta_t(x, t)$ від часу t , урахувавши, що в зоні передруйнування є низькотемпературна повзучість.

Моделювання низькотемпературної повзучості. За низькотемпературної повзучості та за малого значення ε_0 початкової деформації у визначенні всього періоду повзучості t_p рівнозначними є як перша ($0 < t < t_1$), так і друга ($t_1 < t < t_2$) ділянки кривої повзучості (рис. 2) [4].

Це певною мірою й відрізняє цей підхід від аналогічного [13, 14] для високотемпературної повзучості, де весь період повзучості t_p з певним наближенням замінювали другим, тобто $t_p \approx t_2 - t_1$. Тому зміну деформації ε з часом t за низькотемпературної повзучості визначатимемо рівнянням

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + v_2 t + v_1 \ln[(1+t)/t_c]. \quad (8)$$

Тут v_1, v_2, t_c – сталі, які визначають із експерименту і не залежать від часу. Коректність рівняння (8) перевіряли, використовуючи експериментальні результати [4] для алюмінію за температур T

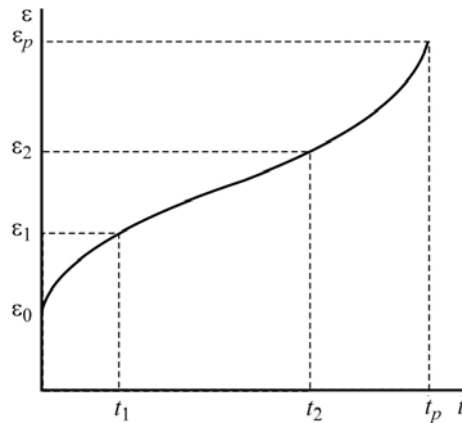


Рис. 2. Залежності деформації повзучості ε від часу t за сталих напружень.

Fig. 2. Dependences of creep deformation, ε , on time, t , under constant stress.

= 77 і 273 К і, відповідно, сталих напружень $\sigma = 152$ та 55 МПа. Порівнювали (рис. 3) аналітичні, побудовані за формулою (8) (суцільні лінії), й експериментальні [4] (квадратики) дані. Сталі ν_1, ν_2, t_c визначали, зіставляючи розрахункові й експериментальні результати. Встановили, що при $T = 77$ К, $\varepsilon_0 = 0,16, \nu_1 = 76 \cdot 10^{-3}, \nu_2 = -7 \cdot 10^{-3} \text{ h}^{-1}, t_c = 1 \text{ h}$; $T = 273$ К, $\varepsilon_0 = 0,2, \nu_1 = 31 \cdot 10^{-3}, \nu_2 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ h}^{-1}, t_c = 1 \text{ h}$. Як бачимо, результати експериментальних досліджень підтверджують коректність рівняння (8).

Відомо [3], що розкриття зони передруйнування $\delta_i(x, t)$ (див. рис. 1) і деформація $\varepsilon(x, t)$ в цій зоні змінюються за залежністю

$$\delta_i(x, t) = \delta_c \varepsilon_c^{-1} \varepsilon(x, t). \quad (9)$$

Тут δ_c, ε_c – критичні значення величин $\delta_i(x, t)$ і $\varepsilon(x, t)$ за однократного навантаження. Тоді на основі співвідношень (8) і (9) зміну величини $\delta_i(x, t)$ з часом можна аналітично подати так:

$$\delta_i(x, t) = \delta_0 + a_2 t + a_1 \ln[(1+t)/t_c], \quad (10)$$

де a_1, a_2, t_c – сталі, які визначають із експерименту і не залежать від часу.

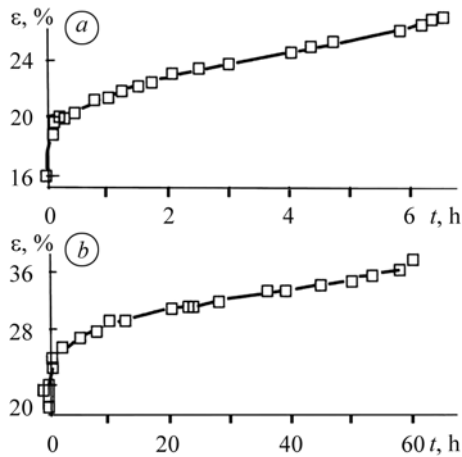


Рис. 3. Часова залежність деформації низькотемпературної повзучості ε для алюмінію за сталих температур і напружень:

$a - T = 77 \text{ К}; \sigma = 152 \text{ МПа};$
 $b - T = 273 \text{ К}; \sigma = 55 \text{ МПа}.$

Fig. 3. Dependences of creep deformation, ε , of low temperature creep for an aluminium on time, t , under constant temperatures and stresses:
 $a - T = 77 \text{ K}; \sigma = 152 \text{ MPa};$
 $b - T = 273 \text{ K}; \sigma = 55 \text{ MPa}.$

Побудова кінетичного рівняння росту тріщини повзучості. Відомо [17], що напруження і деформації в зоні передруйнування на продовженні тріщини мають максимуми на віддалях від вершини тріщини $x_m \approx 2\delta_i(0, t), x_c = \delta_i(0, t); \delta_i(0, t)$ – розкриття у вершині тріщини. Тому довжину стрибка тріщини Δl_c наближено визначимо як

$$\Delta l_c \approx \alpha_0 \delta_i(0, t), \quad (11)$$

де α_0 – константа, яку знаходимо із експерименту. Оскільки на малій віддалі x від вершини тріщини величина $\delta_i(x, t)$ змінюється незначно проти $\delta_i(0, t)$, то її наближено по осі Ox можна вважати константою, тобто

$$\delta_i(x, t) \approx \delta_i(0, t), \text{ якщо } 0 \leq x \leq x_c. \quad (12)$$

За такої умови і відомими результатами [14, 15] одержали:

$$W_{pl}^{(2)}(t) = \alpha_0 \sigma_t \delta_i^2(0, t) - W_{inc}^{(2)}(t). \quad (13)$$

Тут $W_{inc}^{(2)}(t)$ – функція від факторів, які сповільнюють повзучість у зоні передруйнування. Похідну за часом від цієї функції подамо так:

$$\frac{\partial W_{thc}^{(2)}}{\partial t} = 2\alpha_0 \delta_c \sigma_t [a_{2t} + a_{1t} (1+t)^{-1}], \quad (14)$$

де a_{1t}, a_{2t} – невідомі константи, які визначаємо із експерименту.

Як впливає з відомих результатів досліджень [4], між початковою швидкістю зміни деформації повзучості на першій ділянці діаграми і швидкістю на другій існує прямий зв'язок. На основі цього, а також використовуючи подання з праць [14, 15] та швидкості повзучості на другій ділянці діаграми (ділянка усталеної повзучості), коефіцієнти a_1, a_2, a_{1t}, a_{2t} у рівняннях (10), (14) запишемо так:

$$a_1 = A_1 \delta_0^m \delta_c^{-m}, \quad a_2 = A_2 \delta_0^m \delta_c^{-m}, \quad a_{1t} = A_1 \delta_{thc}^m \delta_c^{-m}, \quad a_{2t} = A_2 \delta_{thc}^m \delta_c^{-m}. \quad (15)$$

Тут A_i ($i = 1, 2$), m – характеристики повзучості, які визначають із експерименту; δ_{thc}^m – початкове розкриття у вершині тріщини, за якого вона не поширюється. Підставляючи вирази (10), (13)–(15) у рівняння (7) і враховуючи, що $\delta_c(\Delta t_c) - \delta_{thc}(\Delta t_c) \approx \delta_c$, для визначення швидкості поширення тріщини повзучості отримаємо формулу

$$V = \frac{dl}{dt} = \frac{\delta_c^{-m} (\delta_0^m - \delta_{thc}^m) [A_{2t} + A_{1t} (1 + \Delta t_c)^{-1}] + 0,5 \sigma_t^{-1} \delta_c^{-1} \partial A / \partial t}{1 - \delta_c^{-1} \delta_0}, \quad (16)$$

де $A_{it} = 2\alpha_0 A_i$ ($i = 1; 2$). Із рівнянь (1) і (11) знайдемо:

$$\Delta t_c = \alpha_0 \delta_0 V^{-1}. \quad (17)$$

Ураховуючи співвідношення (17) і малість величини $V < \alpha_0 \delta_0$, рівняння (16) можна записати ще так:

$$V = \frac{dl}{dt} \approx \frac{\delta_c^{-m} (\delta_0^m - \delta_{thc}^m) [A_{2t} + A_{1t} V (\alpha_0 \delta_0)^{-1}] + \sigma_t^{-1} \delta_c^{-1} \partial A / \partial t}{1 - \delta_c^{-1} \delta_0}. \quad (18)$$

Якщо вважати, що $V \ll \alpha_0 \delta_0$, то рівняння (18) набуде вигляду

$$V = \frac{dl}{dt} \approx \frac{A_{2t} \delta_c^{-m} (\delta_0^m - \delta_{thc}^m) + \sigma_t^{-1} \delta_c^{-1} \partial A / \partial t}{1 - \delta_c^{-1} \delta_0} \quad (V \ll \alpha_0 \delta_0). \quad (19)$$

Водночас швидкість величини V з урахуванням швидкості зміни деформації в зоні передруйнування на першій ділянці діаграми повзучості визначаємо з рівняння (19) так:

$$V = \frac{dl}{dt} \approx \frac{A_{2t} \delta_c^{-m} (\delta_0^m - \delta_{thc}^m) + \sigma_t^{-1} \delta_c^{-1} \partial A / \partial t}{1 - \delta_c^{-1} \delta_0 - A_{1t} (\alpha_0 \delta_0)^{-1} \delta_c^{-m} (\delta_0^m - \delta_{thc}^m)}. \quad (20)$$

Для повноти математичної моделі до рівнянь (19) або (20) додамо відповідно початкову і кінцеву умови

$$t = 0, \quad l(0) = l_0; \quad t = t_*, \quad l(t_*) = l_*; \quad \delta_0(l_*) = \delta_{cc}. \quad (21)$$

Отже, за відомих характеристик матеріалу $\delta_{cc}, A_{1t}, A_{2t}, \delta_{thc}, \sigma_t, m$ період докритичного росту тріщин низькотемпературної повзучості в пластині визначаємо за співвідношеннями (19)–(21).

Під час поширення такої тріщини у нескінченній пластині, якщо $\partial A / \partial t \approx 0$, отримаємо, на основі аналогічних міркувань, математичні рівняння для визначення періоду її докритичного росту:

$$V = \frac{dl}{dt} \approx \frac{A_{2t} \delta_c^{-m} (\delta_0^m - \delta_{thc}^m)}{1 - \delta_c^{-1} \delta_0} \quad (V \ll \alpha_0 \delta_0), \quad (22)$$

або

$$V = \frac{dl}{dt} \approx \frac{A_{2t} \delta_c^{-m} (\delta_0^m - \delta_{thc}^m)}{1 - \delta_c^{-1} \delta_0 - A_{1t} (\alpha_0 \delta_0)^{-1} \delta_c^{-m} (\delta_0^m - \delta_{thc}^m)} \quad (23)$$

за початкової і кінцевої умов

$$t = 0, \quad l(0) = l_0, \quad t = t_*, \quad l(t_*) = l_*, \quad \delta_0(l_*) = \delta_{cc}, \quad (24)$$

де δ_{cc} – критичне значення δ_t .

Таким чином, за співвідношеннями (22)–(24) можна визначити період докритичного росту тріщини низькотемпературної повзучості в нескінченній пластині.

Кінетичні діаграми поширення тріщин повзучості. Розглянемо поширення макротріщини в пластині, коли коректно досліджувати руйнування за коефіцієнтами інтенсивності напружень (КІН) біля вершин тріщини. Оскільки напружено-деформований стан у пластині з тріщиною симетричний відносно лінії її розміщення, то всі процеси деформування і руйнування в зоні передруйнування біля вершин тріщини описують КІН K_I [1–3]. Тоді, враховуючи, що $\delta_0 \delta_c^{-1} = K_I^2 K_C^{-2}$, $\delta_0 = K_I^2 \sigma_t^{-1} E^{-1}$ (K_C – критичне значення K_I для тонкої пластини за однократного навантаження; E – модуль пружності), співвідношення (22)–(24) запишемо так:

$$V = \frac{dl}{dt} \approx \frac{A_{2t} K_{CC}^{-2m} (K_I^{2m} - K_{thc}^{2m})}{1 - K_{CC}^{-2} K_I^2}, \quad \text{якщо } V \ll \alpha_0 K_I^2 \sigma_t^{-1} E^{-1}. \quad (25)$$

Або

$$V = \frac{dl}{dt} \approx \frac{A_{2t} K_{CC}^{-2m} (K_I^{2m} - K_{thc}^{2m})}{1 - K_{CC}^{-2} K_I^2 - A_{1t} K_{CC}^{-2m} (\alpha_0 K_I^2 \sigma_t^{-1} E^{-1})^{-1} (K_I^{2m} - K_{thc}^{2m})} \quad (26)$$

за початкової і кінцевої умов

$$t = 0, \quad l(0) = l_0; \quad t = t_*, \quad l(t_*) = l_*; \quad K_I(l_*) = K_{CC}. \quad (27)$$

Тут K_{thc} – значення K_I , за якого тріщина повзучості не поширюватиметься (нижнє порогове значення на кінетичній діаграмі її росту); K_{CC} – критичне значення K_I , коли пластина з тріщиною руйнується (верхнє порогове значення на кінетичній діаграмі її росту). Величину K_{CC} визначаємо зі співвідношення

$$1 - K_C^{-2} K_{CC}^2 - A_{1t} K_C^{-2m} (\alpha_0 K_{CC}^2 \sigma_t^{-1} E^{-1})^{-1} (K_{CC}^{2m} - K_{thc}^{2m}) = 0. \quad (28)$$

Для умови в співвідношенні (25)

$$K_{CC} \approx K_C. \quad (29)$$

Розв'язуючи рівняння (28) методом послідовних наближень, з точністю до першого наближення отримаємо:

$$K_{CC} \approx K_C [1 - A_{1t} K_C^{-2m} (\alpha_0 K_C^2 \sigma_t^{-1} E^{-1})^{-1} (K_C^{2m} - K_{thc}^{2m})]^{0,5} \quad (K_{CC} \leq K_C). \quad (30)$$

Залежності $V \sim K_I$, побудовані за формулами (25) та (26) або експериментально, називають кінетичними діаграмами поширення тріщин повзучості. Експериментальні характеризують матеріали і дають можливість разом зі співвідношеннями (25)–(30) визначити залишкову довговічність елементів конструкцій за довготривалого статичного навантаження.

Побудовано [9] (рис. 4) кінетичну діаграму поширення тріщини повзучості в полімерному композиційному матеріалі. Для аналітичного її опису вибрали найпростішу залежність (25), яку порівнювали з результатами праці [9].

Отримали: $A_{2t} = 0,0036 \text{ mm/s}$, $m \approx 0,7$; $K_{CC} = 11,111 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$; $K_{thc} = 5,783 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, а рівняння (25) набуло вигляду

$$V \approx \frac{4 \cdot 10^{-4} (K_I^{1,4} - 11,661)}{1 - 8 \cdot 10^{-3} K_I^2} \quad (31)$$

Аналог задачі Гріффітса для поширення тріщини низькотемпературної повзучості. Розглянемо нескінченну пластину з початковою тріщиною довжини $2l_0$, яка розтягується в нескінченно віддалених точках рівномірно розподіленими зусиллями інтенсивності P , направленими перпендикулярно до осі Ox (див. рис. 1). Необхідно визначити час $t = t_*$, з досягненням якого тріщина підросте до критичного розміру $l = l_*$ і пластина зруйнується.

Для розв'язання задачі застосуємо розрахункову модель (25), (27), яка тут набуде вигляду

$$\frac{dl}{dt} = A_{2t} \frac{(\pi l P^2)^m - K_{thc}^{2m}}{K_{CC}^{2m}} \left(1 - \frac{\pi l P^2}{K_{CC}^2} \right)^{-1} \quad (32)$$

за початкових і кінцевих умов

$$t = 0, \quad l(0) = l_0; \quad t = t_*, \quad l(t_*) = \pi^{-1} P^{-2} K_{CC}^2 \quad (33)$$

Інтегруючи рівняння (32) за умови (33), отримаємо:

$$t_* = \frac{K_{CC}^{2(m-1)} l_*}{A_{2t}} \int_{l_0}^{l_*} \frac{K_{CC}^2 - \pi l P^2}{(\pi l P^2)^m - K_{thc}^{2m}} dl \quad (34)$$

Для апробації формули (34) розглянемо випадок, коли пластина виготовлена із полімерного матеріалу [9], навантажена розтягальним зусиллям $P = 17 \text{ MPa}$, а характеристики матеріалу вибираємо аналогічно, як і у праці [9]. Тоді формула (34) набуде вигляду

$$t_* = 17 \int_{l_0}^{0,100} \frac{1 - 10l}{l^{0,7} - 0,08} dl \quad (35)$$

Встановлено (рис. 5), що з наближенням початкової довжини тріщини l_0 до критичного значення $l = l_*$ залишкова довговічність t_* пластины прямує до нуля.

ВИСНОВКИ

На основі енергетичного підходу побудована розрахункова модель для визначення ресурсу пластин з тріщинами за довготривалих статичних навантажень. Коректність окремих положень моделі підтверджена відомими експерименталь-

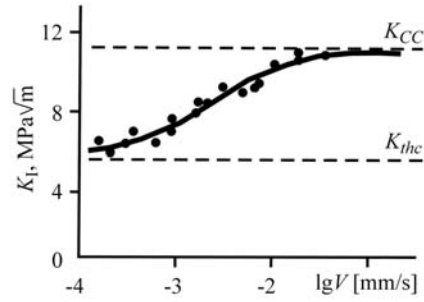


Рис. 4. Кінетична діаграма поширення тріщини повзучості в полімерному матеріалі: суцільна крива – результати, отримані за формулою (31); кружечки – експериментальні дані [9].

Fig. 4. The kinetic diagram of creep crack growth in polymeric material: solid curve – result, отримані by Eq. (31); circles – experimental date [9].

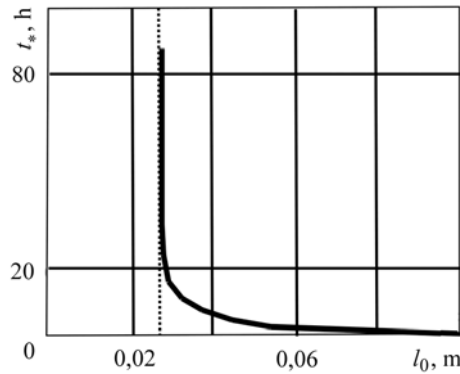


Рис. 5. Залежність залишкової довговічності t_* від початкової довжини тріщини l_0 .

Fig. 5. Dependence of residual life-time t_* on crack initial length l_0 .

ними результатами. Її застосування продемонстровано на прикладі аналога задачі Гриффітса про визначення ресурсу нескінченної пластини з тріщиною за довготривалого статичного розтягу.

РЕЗЮМЕ. Предложена расчетная модель для оценки остаточного ресурса пластин с трещинами при длительных статических нагрузках. На основе этого исследован аналог задачи Гриффитса об определении остаточного ресурса пластины с трещиной при длительном статическом растяжении.

SUMMARY. The calculation model for the estimation of residual life time of plates with cracks under long-term static loadings is proposed. On the basis of it the analogue of Griffith problem about determination of residual life time of a plate with a crack under long-term static tension is investigated.

1. *Панасюк В. В., Андрейкив О. Є., Партон В. З.* Основы механики разрушения. – К.: Наук. думка, 1988. – 488 с.
2. *Черепанов Г. П.* Механика хрупкого разрушения. – М.: Наука, 1974. – 640 с.
3. *Андрейкив А. Е.* Пространственные задачи теории трещин. – К.: Наук. думка, 1982. – 348 с.
4. *Garofalo F.* Fundamentals of creep and creep-rupture in metals. – New York; London: McMillan Company, 1970. – 343 p.
5. *Летин Г. Ф.* Ползучесть металлов и критерии жаропрочности. – М.: Металлургия, 1976. – 375 с.
6. *Тайра С., Отани Р.* Теория высокотемпературной прочности материалов. – М.: Металлургия, 1986. – 280 с.
7. *Jakowluk A.* Procesy pelzania i zmęczenia w materiałach. – Warszawa: WNT, 1993. – 271 s.
8. *Каминский А. А.* Механика разрушения вязкоупругих тел. – К.: Наук. думка, 1980. – 157 с.
9. *Kaminsky A. A.* Subcritical crack growth in polymer composite materials under creep // Advances in Fracture Resistance and Structural Integrity: Selected papers from the 8th Int. Conf. on Fracture (ICF 8), Kyiv, Ukraine, 8–14 June 1993. – Pergamon, 1994. – P. 513–520.
10. *Панасюк В. В., Андрейкив А. Е., Ковчик С. Е.* Методы оценки трещиностойкости конструкционных материалов. – К.: Наук. думка, 1977. – 278 с.
11. *Ковчик С. Е., Морозов Е. М.* Характеристики кратковременной трещиностойкости материалов и методы их определения. – К.: Наук. думка, 1988. – 436 с.
12. *Надаи А.* Пластичность и разрушение твёрдых тел. – М.: Мир, 1969. – Т. 2. – 863 с.
13. *Андрейкив О. Є., Сас Н. Б.* Механіка руйнування металічних пластин при високотемпературній повзучості // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2006. – 42, № 2. – С. 62–68.
(*Andreikiv O. E. and Sas N. B.* Fracture Mechanics of Metallic Plates under the Conditions of High-Temperature Creep // Materials Science. – 2006. – 42, № 2. – P. 210–219.)
14. *Андрейкив О. Є., Сас Н. Б.* Математична модель для визначення періоду докритичного поширення тріщин високотемпературної повзучості в твердих тілах // Доп. НАН України. – 2006. – № 5 – С. 47–52.
15. *Шата М., Терлецька З. О.* Енергетичний підхід у механіці втомного поширення макротріщини // Механіка руйнування і міцність конструкцій / Під. ред. В. В. Панасюка. – Львів: Каменяр, 1999. – Вип. 2. – С. 141–148.
16. *Андрейкив О. Є., Ліщинська М. В.* Рівняння росту втомних тріщин в неоднорідних пластинках // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1999. – 35, № 3. – С. 53–58.
(*Andreikiv O. Ye. and Lishchyns'ka M. V.* Equations of Growth of Fatigue Cracks in Inhomogeneous Plates // Materials Science. – 1999. – 35, № 3. – P. 355–362.)
17. *McMeeking R. M.* Finite deformation analysis of crack tip opening in elastic-plastic materials and implications for fracture // J. Mech. and Phys. Solids. – 1977. – 25, № 5. – P. 357–381.

Одержано 05.10.2011