

УДК 620.178.2(045)

## ВЕРОЯТНОСТНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИН УСТАЛОСТНЫХ ТРЕЩИН В ЗАКЛЕПОЧНЫХ СОЕДИНЕНИЯХ САМОЛЕТА

С. Р. ИГНАТОВИЧ, Е. В. КАРАН, В. С. КРАСНОПОЛЬСКИЙ

*Национальный авиационный университет, Киев*

При циклическом нагружении самолетных конструкций в заклепочных соединениях образуются и развиваются трещины усталости, что может привести к снижению остаточной прочности и внезапному обширному разрушению (Widespread Fatigue Damage – WFD). Источником WFD является многоочаговое повреждение (Multi Site Damage – MSD), для описания которого используют статистические методы. Так как длина трещины при MSD ограничена расстоянием между соседними отверстиями, для прогнозирования предельного состояния в ряду заклепок необходимо знать распределение размера усталостных трещин, которое можно получить по распределению времени наработки (количества полетных циклов) до образования трещины, учитывая зависимость длины трещины от числа полетных циклов. Найдена формула для распределения длины трещин при заданном количестве полетов реальной самолетной конструкции. По значениям параметров образования и роста дефектов выявлено, что такое распределение можно аппроксимировать степенной функцией гиперболического типа.

**Ключевые слова:** *многоочаговое повреждение, авиационная конструкция, усталостные трещины, образование и рост трещин, распределение длины трещин.*

Безопасность авиационных конструкций по условиям прочности обеспечивают, руководствуясь традиционным принципом “безопасного ресурса” или современными концепциями “допустимости повреждения” и “безопасности разрушения (повреждения)” [1]. В нормативных требованиях акцентируется, что при анализе допустимости повреждений следует брать во внимание возможное появление **многоочагового повреждения** от усталости, учитывая скорость развития повреждений (трещин), надежность их обнаружения при эксплуатации, а также ожидаемое взаимное расположение мест их возникновения [1, 2]. В противном случае суммарная допустимая наработка контролируемых критических мест конструкции (деталей, долговечность и эксплуатационная живучесть которых определяют уровень безопасности по условиям прочности конструкции в целом) не должна превышать половины полной долговечности при лабораторных испытаниях на усталость [1]. Таким образом, многоочаговое повреждение (Multiple Site Damage – MSD) – один из определяющих факторов при оценке прочности, надежности и долговечности авиационных конструкций. MSD определяют как состояние конструкции, поврежденной множественными усталостными трещинами [1, 3]. Как правило, такому повреждению подвергаются элементы самолетов, имеющие большое количество отверстий под заклепочные соединения, которые расположены в ряд и являются потенциальными источниками зарождения трещин усталости из-за концентрации напряжений. При этом, даже при относительно небольших размерах таких трещин возникает опасность быстрого разрушения перемычек между соседними отверстиями, особенно при встречном росте и объединении. Следует отметить актуальность проблемы MSD при оценке работоспо-

собности, назначении периодичности осмотров и прогнозировании остаточной прочности стареющего парка самолетов [4, 5]. Из-за большого количества заклепочных соединений в конструкциях современных летательных аппаратов вполне очевидно, что оценивать показатели их остаточной прочности и надежности нужно в вероятностном аспекте.

В настоящее время для статистических оценок показателей MSD в заклепочных соединениях самолетных конструкций используют несколько подходов. Например, методология, принятая в компании Airbus, основана на моделировании процессов зарождения, роста и объединения трещин в заклепочных соединениях методом Монте-Карло [3]. Она позволяет прогнозировать временные характеристики повреждаемости: наработку до появления трещин в каждом отверстии под заклепку, продолжительность роста трещин, долговечность соединения до разрушения перемычек между отверстиями (как вследствие роста одной трещины, так и объединения распространяющихся навстречу друг другу трещин от соседних отверстий) [6–8]. Однако при этом не учитывается размерная неоднородность повреждений, случайная природа которой обусловлена разбросом времени до образования дефектов и случайной скоростью их распространения. В нормативных требованиях отмечено, что при отсутствии информации о размерной неоднородности трещин при MSD “...рекомендуется (в запас надежности) при определении предельного состояния принимать одинаковый размер повреждения в каждом из идентичных очагов” [1]. Однако нет рекомендаций о выборе этого размера, что может привести как занижению, так и к завышению ресурсных показателей конструкций.

В настоящей работе предложен подход к оценке статистического распределения длины трещин при MSD, которые случайно образуются в отверстиях заклепочных соединений самолетных конструкций.

**Исходные предпосылки и положения.** Рассмотрим участок соединения внахлест обшивки фюзеляжа самолета рядом из 50 заклепок (рис. 1а). Влиянием самих заклепок на образование и распространение трещин пренебрегаем, а процесс повреждаемости отождествляем с образованием и распространением трещин из отверстий радиусом  $r = 2$  mm, которые являются концентраторами напряжения (рис. 1б). Данные о конструктивных особенностях соединения, а также числовые значения параметров MSD известны [5].

Вполне очевидно, что в отверстиях трещины зарождаются в случайные моменты времени. Размер начальной трещины  $a_0$  зависит от надежности ее регистрации и, в общем случае, является случайной величиной с определенным законом распределения [9]. Принимаем, что параметр  $a_0$  детерминированный и для рассматриваемой конструктивной схемы составляет 1,27 mm [5].

В самолетных конструкциях время до образования усталостной трещины начальной длины  $a_0$  (time to crack initiation – ТТСИ) обычно описывают двухпараметрическим распределением Вейбулла [9]:

$$F_c(N_0) = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{N_0}{\beta} \right)^\alpha \right], \quad (1)$$

где  $F_c(N_0)$  – функция распределения числа полетных циклов  $N_0$  до образования усталостной трещины;  $\alpha$  – параметр формы;  $\beta$  – параметр масштаба. Для алюминиевых сплавов обычно принимают  $\alpha = 4$  [5]. Параметр масштаба  $\beta$  зависит от усталостного ресурса самолета, закладываемого при проектировании для заданного уровня надежности, и в условиях инициирования усталостной трещины в алюминиевых конструкциях самолета Dassault Falcon 900 (проектный ресурс которого равен 20000 полетам с учетом минимального уровня надежности 0,95) его

значение выбирают как удвоенное значение проектного ресурса, т.е.  $\beta = 40000$  полетам [5].

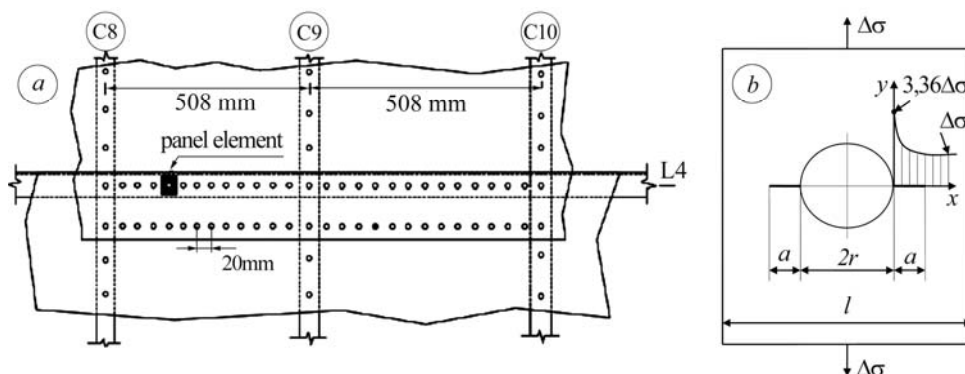


Рис. 1. Заклепочное соединение обшивки фюзеляжа вдоль стрингера L4 и между шпангоутами C8–C10 самолета Dassault Falcon 900 (a) и схема нагружения элемента обшивки у отверстия (b);  $r = 2$  mm;  $l = 20$  mm [5].

Fig. 1. Riveted joint of fuselage skin along stringer L4 and between ribs C8–C10 of Dassault Falcon 900 plane (a) and loading chart of the skin element at the hole (b);  $r = 2$  mm;  $l = 20$  mm [5].

После образования трещина начинает распространяться со скоростью, для аналитического описание которой используют уравнения различных видов [9]. Принимаем детерминированный рост трещины со скоростью, описываемой зависимостью [5]

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m, \quad (2)$$

где  $a$  – длина трещины, mm;  $N$  – число циклов нагружения;  $C$  и  $m$  – константы материала;  $\Delta K$  – размах коэффициента интенсивности напряжений (КИН) в цикле, для определения которого используем формулу [5]

$$\Delta K = \Delta\sigma\sqrt{\pi a}Y(a), \quad (3)$$

где  $\Delta\sigma$  – размах номинальных напряжений в цикле, МПа;  $Y(a)$  – геометрическая функция коррекции. Материал обшивки – алюминиевый сплав 2024-T3 CLAD, предел текучести  $\sigma_Y = 300$  МПа;  $C = 1,4227 \cdot 10^{-11}$ ;  $m = 3,59$  [5].

Размах номинальных напряжений для рассматриваемой конструкции определяется переменными нагрузками на фюзеляж от перепада давления в полетном цикле (земля–крейсерская высота–земля), а также аэродинамическими воздействиями и нагрузками при посадке. Сложнонапряженное состояние элемента обшивки у отверстия представлено [5] как одноосное (рис. 1b), для которого, с учетом поправок на комплексное воздействие эксплуатационного нагружения, принято  $\Delta\sigma = 137,9$  МПа. Для пластины с отверстием радиуса  $r$ , из которого растет трещина длиной  $a$  (рис. 1b), параметр [5]

$$Y(a) = 1 + 2,36 \exp\left[-2,08\left(\frac{a}{r}\right)\right]. \quad (4)$$

Уравнение (4) описывает влияние на КИН в вершине трещины поля повышенного напряжения из-за эффекта концентрации. Из него следует, что воздействие зоны концентрации напряжений на КИН заканчивается при  $a/r \cong 2$ , когда

$Y(a) \rightarrow 1$ . В нашем случае это соответствует длине трещины  $a = 4$  mm. Таким образом, трещина от начального размера  $a_0 = 1,27$  mm ( $Y(a_0) = 1,63$ ) до  $a = 4$  mm растёт в поле повышенных напряжений. Следует отметить, что увеличение напряжений для трещины размером  $a > 4$  mm может обусловить и перераспределение нагрузки, вызванное уменьшением несущей площади сечения вдоль заклепочного соединения из-за наличия в нем определенного количества трещин. Поэтому для трещин любой длины принимаем постоянное усредненное значение геометрического фактора  $Y = 1,3$ .

**Модель формирования размерной неоднородности трещин.** Интегрируя уравнение (2) с учетом соотношения (3), получаем функциональную зависимость длины трещины от числа полетных циклов:

$$a(N) = \left[ a_0^{\frac{m-2}{2}} - \frac{2C}{m-2} (\sqrt{\pi} Y \Delta \sigma)^m (N - N_0) \right]^{\frac{2}{m-2}}. \quad (5)$$

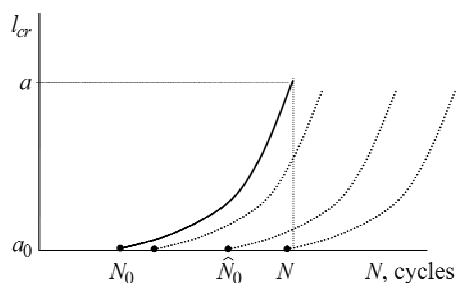


Рис. 2. Схема образования и роста трещин.

Fig. 2. Initiation and propagation of a crack (schematically).

Определим функцию распределения длины трещин  $F(a; N)$  для фиксированного числа циклов  $N$  при условии, что скорость роста каждой трещины – детерминированная величина, а зависимость ее длины от времени определяется общим для всех трещин соотношением (5).

Искомая функция распределения соответствует вероятности события, когда длина любой трещины, образовавшейся в случайный момент наработки  $\hat{N}_0$ , при фиксированном  $N > \hat{N}_0$  будет меньше, чем

произвольно выбранное значение  $a$ . Такое событие будет выполняться для всех трещин, образующихся после числа полетных циклов  $N_0$ :  $\hat{N}_0 > N_0$ , где знак “^” обозначает случайную величину (рис. 2). Следовательно, вероятность искомого события определим из распределения времени до образования трещины, задаваемого функцией (1):

$$F(a; N) = P\{\hat{a} < a; N\} = P\{\hat{N}_0 > N_0\} = 1 - F_c(N_0), \quad (6)$$

где  $P\{\}$  – оператор вероятности события.

Из формулы (5) находим число циклов до образования трещины  $N_0$ , имеющей после наработки  $N$  циклов длину  $a$ :

$$N_0 = N - \frac{(m-2) \left( a_0^{\frac{m-2}{2}} - a^{\frac{m-2}{2}} \right)}{2C(\sqrt{\pi} Y \Delta \sigma)^m}. \quad (7)$$

Теперь из выражения (6), с учетом распределения (1), получим искомую функцию распределения:

$$F(a; N) = \exp \left\{ -\frac{1}{\beta^\alpha} \left[ N - \frac{(m-2) \left( a_0^{\frac{m-2}{2}} - a^{\frac{m-2}{2}} \right)}{2C(\sqrt{\pi}Y\Delta\sigma)^m} \right]^\alpha \right\}. \quad (8)$$

Дифференцируя выражение (8) по параметру  $a$ , находим плотность распределения длины трещин при фиксированной наработке  $N$  циклов:

$$f(a; N) = \frac{\alpha(m-2)^2}{4\beta^\alpha C(Y\Delta\sigma\sqrt{\pi a})^m} \left[ N - \frac{(m-2) \left( a_0^{\frac{m-2}{2}} - a^{\frac{m-2}{2}} \right)}{2C(\sqrt{\pi}Y\Delta\sigma)^m} \right]^{\alpha-1} \times \exp \left\{ -\frac{1}{\beta^\alpha} \left[ N - \frac{(m-2) \left( a_0^{\frac{m-2}{2}} - a^{\frac{m-2}{2}} \right)}{2C(\sqrt{\pi}Y\Delta\sigma)^m} \right]^\alpha \right\}. \quad (9)$$

**Обсуждение результатов.** Расчеты, проведенные по формуле (9) с учетом значений входящих в нее параметров, свидетельствуют (рис. 3, символы), что при различных  $N$  распределение длины трещин (для  $a > a_0$ ) описывают функции гиперболического типа (рис. 3, линии):

$$f(a) = \frac{A}{a^\gamma}, \quad (10)$$

где  $A$  и  $\gamma$  – постоянные, значения которых получены при аппроксимации расчетных данных и приведены в таблице.

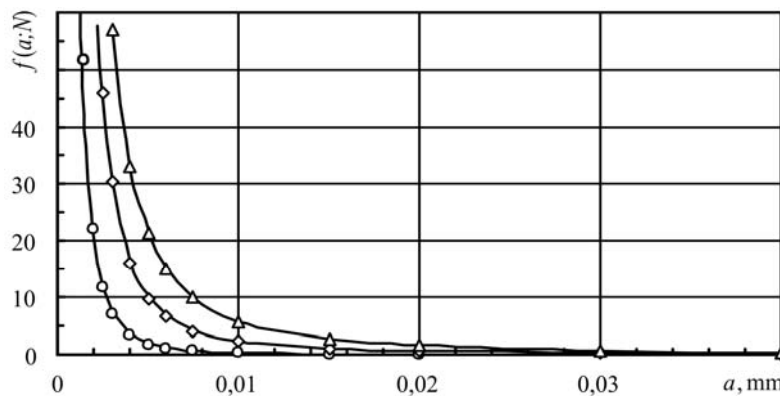


Рис. 3. Плотность распределения длины трещин в заклепочном соединении при заданном числе полетных циклов  $N$ :  $\circ$  –  $N=20000$ ;  $\diamond$  –  $30000$ ;  $\triangle$  –  $40000$ .

Fig. 3. Density of crack length distribution in a riveted joint under given number of flights  $N$ :  $\circ$  –  $N=20000$ ;  $\diamond$  –  $30000$ ;  $\triangle$  –  $40000$ .

**Значения коэффициентов в формуле (10)  
для различного количества полетных циклов**

Количество полетов $N$	$A$	$\gamma$	Коэффициент корреляции $R^2$
20000	$3,02 \cdot 10^{-6}$	2,53	0,9969
25000	$3,47 \cdot 10^{-5}$	2,26	0,9976
30000	$1,61 \cdot 10^{-4}$	2,09	0,9986
35000	$4,4 \cdot 10^{-4}$	1,99	0,9996
40000	$9,68 \cdot 10^{-4}$	1,89	0,9999

Рассчитывали в интервале наработки от 20000 полетов (проектный ресурс) до 40000 полетных циклов (значение параметра масштаба  $\beta$ ). Согласно формуле (1) при  $N = 20000$  вероятность образования трещины равна 0,0606, что для 50 отверстий и, соответственно, для 100 потенциальных мест зарождения трещин означает наличие только шести дефектов. При  $N = 40000$  в конструкции может быть уже 63 трещины. Следует отметить, что распределение длины трещин (рис. 3) соответствует гиперболическому типу распределения размера для рассеянных дефектов, полученного на основании предпосылок о случайной скорости их линейного роста [10, 11]. Кроме этого, функция (10) отвечает степенному распределению длины трещин, приведенному ранее [12], где показатель степени  $\gamma$  определяли через показатель  $b$  обобщенной функции Гуттенберга–Рихтера.

**ВЫВОДЫ**

На примере заклепочного соединения конкретного типа самолета изложен подход к определению распределения длины трещин при многоочаговом повреждении (MSD) в фиксированный момент циклической наработки. Исходными параметрами при этом являются: распределение времени (числа циклов) до образования трещины заданной начальной длины и закон роста усталостной трещины. Полученное распределение длины трещин можно использовать для оценки предельного состояния самолетных конструкций при MSD.

*РЕЗЮМЕ.* За циклічного навантаження конструкцій літаків у заклепочних з'єднаннях утворюються та розповсюджуються тріщини втомлювання, що може знизити залишкову міцність і зумовити раптове розповсюдження руйнування (Widespread Fatigue Damage – WFD). Джерелом WFD є багатосередкове пошкодження (Multi Site Damage – MSD), для опису якого використовують статистичні методи. Оскільки довжина тріщини під час MSD обмежена відстанню між сусідніми отворами, для прогнозування граничного стану в ряду заклепок необхідно знати розподіл розміру втомлюваних тріщин, який можна отримати за розподілом часу напрацювання (кількості польотних циклів) до утворення тріщини, враховуючи залежність довжини тріщини від кількості польотних циклів. Одержана формула для розподілу довжини тріщин, коли задана кількість польотів реальної конструкції літака. За значеннями параметрів утворення та росту дефектів виявлено, що такий розподіл можна апроксимувати степенною функцією гіперболічного типу.

*SUMMARY.* Fatigue cracks are initiated and grow in a riveted joint of aircraft structures under cyclic loading that can lead to a decrease of residual strength and to sudden widespread fatigue damage (WFD). A Multiple Site Damage (MSD) is a source of WFD and the statistical methods are used for its description. As the crack length in MSD is limited by the distance between the adjacent holes it is necessary for the prediction of the boundary state in the rivets row to have fatigue crack size probability distribution. In the given work it is shown how such distribution can be obtained on the basis of probability distribution of life (a number of flight cycles) to fatigue crack initiation, taking into account the dependence of crack length on a number of cycles. The formula for crack length density distribution for a given value of service time of a real aircraft structure is obtained. With the use of numerical values of parameters of

defects initiation and growth it is found that the given distribution can be approximated by the power function of hyperbolic type.

1. *Метод* определения соответствия к АП 25.571. “Обеспечение безопасности конструкции по условиям прочности при длительной эксплуатации”. – М.: Минтранс, 1996. – 29 с.
2. *Авиационные правила*. Нормы летной годности самолетов транспортной категории. – М.: Летно-иссл. ин-т им. М. М. Громова, 1994. – Ч. 25. – 321 с.
3. *Recommendations for regulatory action to prevent widespread fatigue damage in the commercial airplane fleet: a report of the AAWG (Final Report)* // Airworthiness Assurance Working Group. – 1999 – 162 p.  
Режим доступа:  
[http://www.faa.gov/aircraft/air\\_cert/design\\_approvals/transport/aging\\_aircraft/media/ARAC\\_WFDFinalReport399A.pdf](http://www.faa.gov/aircraft/air_cert/design_approvals/transport/aging_aircraft/media/ARAC_WFDFinalReport399A.pdf)
4. *Boller C.* Structural health management of ageing aircraft and other infrastructure // Monogr. on Structural Health Monitoring. – India, Bangalore: Institute of Smart Structures and Systems (ISSS), 2002. – P. 1–59.  
Режим доступа:  
[http://www.shef.ac.uk/content/1/c6/06/05/89/Boller\\_Monogram\[1\].pdf](http://www.shef.ac.uk/content/1/c6/06/05/89/Boller_Monogram[1].pdf)
5. *Rambalagos A. and Deodatis G.* Non-periodic inspection of aging aircraft structures // Proc. 9<sup>th</sup> Joint FAA/DoD/NASA Conf. on Aging Aircraft. – Atlanta, GA, March 6–9, 2006. – P. 1–18.  
Режим доступа:  
<http://www.ewp.rpi.edu/hartford/~ernesto/S2007/SMRE/Zpapers/Rambalagos.pdf>
6. *Kebir A., Roelandt J. M., and Gaudin J. W.* Monte-Carlo simulations of life expectancy using the dual boundary element method // Engng. Fract. Mech. – 2001. – **68**, № 12 – P. 1371–1384.
7. *Proppe C.* Probabilistic analysis of multi-site damage in aircraft fuselages // Comput. Mech. – 2003. – **30**. – P. 323 – 329.
8. *Garcia A. N., Mello Jr. A.W.S., and Irving P. E.* Simplifying MSD modelling by using continuing damage assumption and parametric study: the role of rivet squeeze force // Proc. 26<sup>th</sup> Congress of Int. Council of the Aeronautical Sciences. – USA, Anchorage, A., September 14–19, 2008. – P. ICAS 2008-9.8.1  
Режим доступа:  
[http://www.icas.org/ICAS\\_ARCHIVE\\_CD1998-2010/ICAS2008/PAPERS/521.PDF](http://www.icas.org/ICAS_ARCHIVE_CD1998-2010/ICAS2008/PAPERS/521.PDF)
9. *White P.* Review of methods and approaches for the structural risk assessment of aircraft (Technical Report) // Air Vehicles Division Defence Science and Technology Organisation. – DSTO – TR – 1916; – 2006. – P. 65.  
Режим доступа:  
<http://www.dtic.mil/cgi-bin/GetTRDoc?AD=ada462955>
10. *Игнатович С. Р.* Распределение размеров дефектов при нагружении // Проблемы прочности. – 1990. – № 9. – С. 40–45.
11. *Игнатович С. Р., Нинасвинча Сото Ф. Ф.* Стохастическая модель формирования неоднородности размеров рассеянных трещин. Сообщ. 1. Стационарный рост трещин // Там же. – 1999. – № 3. – С. 104–113.
12. *Карпинтери А., Лачидонья Дж., Пуцци С.* Прогноз развития трещин в полномасштабных конструкциях на основе анализа показателя  $b$  и статистики Юла // Физ. мезомеханика. – 2008. – **11.3**. – С. 75–87.

Получено 18.12.2012