

## ВИЯВЛЕННЯ ПІДПОВЕРХНЕВИХ НЕОДНОРІДНОСТЕЙ У ДІЕЛЕКТРИЧНИХ МАТЕРІАЛАХ РАДІОХВИЛЬОВИМ НАДВИСОКОЧАСТОТНИМ МЕТОДОМ

З. Т. НАЗАРЧУК, В. Р. ДЖАЛА, А. Т. СИНЯВСЬКИЙ

*Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів*

Узагальнено результати теоретичних та практичних напрацювань авторів у галузі неруйнівного контролю діелектричних матеріалів [1–9]. Зокрема, побудовано пристрій для електромагнетних надвисокочастотних вимірювань та математичну модель вимірюваних даних, а також розвинуто метод обробки результатів вимірювання з метою виявлення підповерхневих неоднорідностей у діелектричних матеріалах. Особливістю запропонованого підходу є те, що схема вимірювань створена за принципом визначення амплітуди. Незважаючи на відсутність фазової інформації, відповідна обробка дає змогу візуалізувати зовнішню та першу внутрішню поверхні поділу матеріалів, а з математичного аналізу компонент розсіяного поля вдається кількісно інтерпретувати результати вимірів. Теоретичні висновки підтверджено експериментально.

**Ключові слова:** *радіохвильовий неруйнівний контроль, надвисокочастотні вимірювання, діелектрики, підповерхневі неоднорідності, коефіцієнт відбиття, обернена задача, тригонометричний ряд, спектральний аналіз.*

В основі надвисокочастотного електромагнетного неруйнівного контролю (НК) – ефект домінуючого розсіювання електромагнетних хвиль на внутрішніх неоднорідностях діелектричних матеріалів [9–12]. Задачу НК розв’язують інструментами теорії вимірювань [13], теорії обробки сигналів [14, 15] та теорії обернених задач [16–19]. Обробка вимірюваних даних полягає у здобутті інформації про внутрішню структуру об’єктів дослідження.

Вимірюють розсіяне поле багаточастотним зондуванням або у часовій області. Для НК діелектричних матеріалів прийнятне багаточастотне зондування [4, 6], коли монохроматичну хвилю вимірюють на кожній окремій частоті з визначеної сітки частот. Відомо, що роздільна здатність та точність надвисокочастотного методу НК безпосередньо залежить від ширини смуги частот. Вартість вимірювальних засобів залежить від типу детектора та ширини частотної смуги. Для фазових вимірювань детектор будують за квадратурною схемою [20], що досить коштовно та вимагає складної калібрації. Використовуючи квадратичний детектор, визначають лише амплітуду, тоді як фазові взаємозв’язки розсіяного електромагнетного поля залишаються втраченими.

Вимірювальний пристрій забезпечує якомога більший об’єм інформації про об’єкт дослідження з мінімальними спотвореннями, в той час як обробкою цієї інформації можна отримати параметри об’єкта для НК. Оскільки процес розсіювання має когерентну природу, а існуючі моделі не дають явного опису таких процесів, то зафіксовані значення напруженості поля на багатьох частотах – це нелінійна комбінація шуканих параметрів. Оцінка цих параметрів за вимірювальними даними є оберненою задачею (ОЗ), яку трактують як ОЗ розсіювання [16–19], якщо за вихідні беруть значення розсіяного поля.

Формування ОЗ розсіювання у НК діелектриків залежить від розташування у просторі випромінювача та приймача розсіяного поля, а також апріорних даних про об'єкт дослідження. Як правило, часткова втрата або спотворення інформації ускладнюють процедуру розв'язання ОЗ і не гарантують отримання єдиного та точного розв'язку. Саме процедура розв'язку ОЗ визначає послідовність обробки даних у засобах НК. Розробники цих засобів намагаються знайти компроміс між складністю будови пристрою для вимірювання та прийнятним розв'язком ОЗ, який би задовольняв критерії точності, роздільної здатності та дискримінації об'єктів.

У Фізико-механічному інституті є чимало напрацювань зі створення надвисокочастотних засобів для НК, зокрема, побудували математичні моделі таких пристроїв для вимірювання модуля та фази коефіцієнтів відбиття [3, 4, 7]. Розвиваючи теорію ОЗ розсіювання [2, 5, 6, 8, 16], виявили можливість встановлювати параметри багатопарових середовищ за наявності лише енергетичних даних про розсіяне поле [1].

Нижче проаналізовано можливість НК діелектричних об'єктів на основі запропонованого підходу за відносно простої конфігурації схеми вимірювання, а також математично обґрунтовано метод обробки даних, який дає можливість ідентифікувати підповерхневі неоднорідності у діелектричних матеріалах.

**Процедура вимірювань.** Обмежимо клас досліджуваних матеріалів і сконцентруємо увагу лише на шаруватих діелектриках з плоскою поверхнею, що мають діелектричні та провідні включення. Вимірюватимемо поля, що розсіюються у зворотному напрямі. Вважаємо, що підповерхневі неоднорідності матимуть поверхні поділу, паралельні до зовнішньої поверхні діелектрика, і їх вклад у розсіяне у зворотному напрямі поле істотний. Випромінювальну та приймальну антени сумістили (елемент 7 на рис. 1), а для розділення випроміненої енергії та енергії розсіяного поля використали подвійний Т-міст. Електромагнетне поле вимірювали квадратичними детекторами випроміненого і розсіяного сигналів. Така схема дає можливість калібрувати вимірювальний пристрій відбивним фазовертачем та додатковим вимірювачем потужності [3].

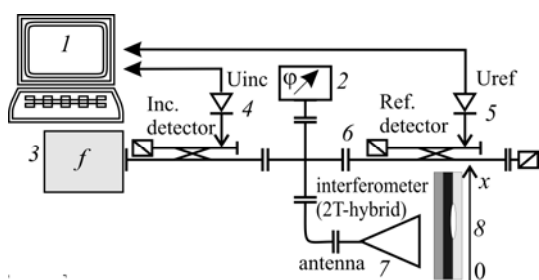


Рис. 1. Схема автоматизованого вимірювального пристрою для надвисокочастотного НК діелектриків: 1 – персональний комп'ютер; 2 – відбивний фазовертач; 3 – керований генератор частот; 4, 5 – детектори випроміненого і розсіяного сигналів; 6 – подвійний Т-міст; 7 – антена; 8 – діелектрична структура з механізмом переміщення.

Fig. 1. Scheme of automated measuring device for microwave NDT: 1 – PC; 2 – reflective phase shifter; 3 – generator of frequencies; 4, 5 – detectors of the radiated and scattered signals; 6 – “magic T” joint; 7 – antenna; 8 – dielectric structure with displacement mechanism.

Під час вимірювання послідовно визначали енергію електромагнетного поля детекторами для скінченної множини частот з діапазону 58...76 GHz:

$$u_{\text{ex}}(\omega) = \frac{U_{\text{ref}}(\omega)}{U_{\text{inc}}(\omega)}.$$

Множина значень  $u_{\text{ex}}(\omega)$  для різних частот  $\omega$  визначатиме вихідні дані для розв'язання ОЗ НК.

Вимірювання повторювали для кожної заданої точки над поверхнею досліджуваного об'єкта. Сканували, переміщаючи об'єкт відносно нерухокої антени у площині, паралельній поверхні. Очевидно, вплив елементів об'єкта на розсіяне поле залежатиме від спрямовувальних властивостей антени. Припускаємо, що в кожній точці спостереження середовище описує модель шаруватого діелектрика.

**Математична модель вимірювального сигналу. Тракт вимірювальної системи.** Виходячи з конструктивних особливостей вимірювальної системи, запишемо математичну модель зареєстрованого сигналу, яка слугуватиме базисом для математичного формулювання ОЗ визначення параметрів шаруватого діелектрика.

Оскільки сторогий аналіз поля у хвилевідному тракті вимірювальної системи дуже складний, скористаємося сигнальною моделлю, яка загалом добре описує процеси розповсюдження хвилі у надвисокочастотних колах. Генератор збуджує у хвилеводі хвилю, яка відповідає гармонічному сигналу  $S_{\text{osc}}(\omega) = 2 \exp(i\omega t)$ , де  $\omega = 2\pi f$  – радіальна частота, а  $t$  – час. Згенерована хвиля розділяється навпіл, потрапляючи у два плеча 2Т-моста, які навантажені антеною та відбивним фазо-повертачем.

У плечі 2Т-моста з фазоповертачем загальне поле визначатиме сума прямої та зсунутої по фазі відбитої хвилі:

$$S_{\text{phase}}(\omega) = \exp(i\omega t) - \exp(i\varphi) \exp(-i\omega t).$$

Поле в антенному плечі моста формуватиме хвиля, відбита від поверхні досліджуваного об'єкта:

$$S_{\text{ant}}(\omega) = \exp(i\omega t) - G(\omega) \exp(-i\omega t),$$

де коефіцієнт  $G(\omega)$  можна трактувати як коефіцієнт відбиття від плоскошаруватої структури  $G(\omega) \approx R(\omega)$ , нехтуючи діаграмоспрямовувальними ефектами антени, а також припускаючи повне узгодження хвильового опору антени з опором середовища та нормальне падіння плоскої хвилі на поверхню шаруватої структури.

У плечі детектора розсіяного сигналу хвилі з амплітудою  $S_{\text{ant}}(\omega)$  та  $S_{\text{phase}}(\omega)$  будуть у протифазі. Потужність електромагнетної хвилі у цьому плечі визначаємо за напругою на виході детектора розсіяного сигналу:

$$\begin{aligned} u(\omega) &= |S_{\text{phase}}(\omega) - S_{\text{ant}}(\omega)|^2 = \\ &= |\exp(i\varphi) \exp(-i\omega t) - G(\omega) \exp(-i\omega t)|^2 = |\exp(i\varphi) - R(\omega)|^2. \end{aligned}$$

Забезпечивши відсутність фазового зсуву  $\varphi = 0$  у відбивному фазоповертачі під час калібрації, отримаємо значення напруги на детекторі:

$$u(\omega) = |1 - R(\omega)|^2. \quad (1)$$

**Коефіцієнт відбиття плоскошаруватої структури.** Комплексний коефіцієнт відбиття нормально падаючої плоскої хвилі  $R(\omega)$ , що входить у модель спостереження (1), залежить від параметрів шаруватої структури, зокрема, хвильових опорів  $\rho_j = \sqrt{\mu_j \mu_V / \varepsilon_j \varepsilon_V}$  кожного з шарів та їх товщин  $h_j$ . Тут  $\mu_V$  і  $\varepsilon_V$  – абсолютна магнетна та діелектрична проникності вакууму. Припустимо також, що середовища шарів ізотропні, немагнетні та безвтратні ( $\mu_i = 1$ ), а відносні значення діелектричної проникності  $\varepsilon_j$  дійсні.

Нехай  $s_0$  – час проходження плоскої хвилі від фазового центра вимірювального пристрою до першої поверхні поділу;  $s_j = \sqrt{\varepsilon_V \mu_V} \left( \sum_{n=0}^j h_n \sqrt{\varepsilon_n} \right)$  – час проходження хвилі від фазового центра системи до поверхні поділу  $j$  у шаруватому середовищі. Час розповсюдження хвилі  $s_{j+1} - s_j = d_j = h_j \sqrt{\varepsilon_j \varepsilon_V \mu_V}$  у шарі  $j$  означає електрична товщина  $h_j \sqrt{\varepsilon_j} = d_j / \sqrt{\varepsilon_V \mu_V}$  цього шару.

Коефіцієнт відбиття від діелектричної шаруватої структури запишемо у вигляді [1]

$$R(\omega) = \frac{B_0(\omega)}{A_0(\omega)}, \quad (2)$$

де  $\bar{A}_0(\omega) = A_0(-\omega)$  та  $\bar{B}_0(\omega) = B_0(-\omega)$  – коефіцієнти, які характеризують розсіювання плоских хвиль шаруватою структурою з  $N$  шарів. Їх можна подати скінченною сумою комплексних експонент з дійсними додатними аргументами, які є комбінаціями параметрів  $d_j$  шарів структури [1]:

$$A_0(\omega) = \sum_k \alpha_k \prod_j \exp(i2\omega d_j), \quad (3)$$

$$B_0(\omega) \exp(-i2\omega s_0) = \sum_k \beta_k \prod_j \exp(i2\omega d_j). \quad (4)$$

Важлива також поведінка коефіцієнтів  $A_0(\omega)$  та  $B_0(\omega)$  у комплексній площині. Відомо, що коефіцієнт  $A_0(\omega)$  порівняно з  $B_0(\omega)$  не має нулів у верхній комплексній півплощині та на дійсній осі  $\omega$  [1, 2]. Саме коефіцієнт  $R(\omega)$  використовують у моделі (1), досліджуючи діелектричну структуру.

За наявності у структурі плоскої ідеально провідної поверхні умову відсутності падіння хвилі на одну з поверхонь необхідно замінити на умову про нульове тангенціальне значення напруженості поля на цій поверхні в точці  $s_N$ . Тоді коефіцієнт відбиття багатшарової діелектричної структури з ідеально провідною поверхнею [5]

$$\tilde{R}(\omega) = \frac{B_0(\omega) - \bar{A}_0(\omega) \exp(2i\omega s_N)}{A_0(\omega) - \bar{B}_0(\omega) \exp(2i\omega s_N)}. \quad (5)$$

**Формулювання та аналіз розв'язку оберненої задачі.** Вирази (5) та (2) для коефіцієнтів відбиття  $\tilde{R}(\omega)$  та  $R(\omega)$  є розв'язками прямої задачі розсіювання, що відповідає одновимірному рівнянню Гельмгольца. Разом з моделлю спостереження (1) вирази для  $\tilde{R}(\omega)$  або  $R(\omega)$  дають змогу визначити хвильові опори  $\rho_j$  та товщини  $h_j$  шарів структури.

Для заданої комплекснозначної частотної залежності коефіцієнта відбиття ОЗ розсіювання можна точно розв'язати як для шаруватої діелектричної структури [2, 6], так і шаруватої структури на ідеально провідній поверхні [5]. Тому логічно сформулювати задачу визначення коефіцієнта відбиття за вимірними даними  $u(\omega) = |1 - \tilde{R}(\omega)|^2$  або  $u(\omega) = |1 - R(\omega)|^2$ , що передбачає реконструкцію фази деякої комплекснозначної функції  $(1 - R(\omega))$  за її модулем  $|1 - R(\omega)|$ . Враховуючи аналітичність шуканої функції  $(1 - R(\omega))$ , а також її відмінність від нуля на дійсній осі та в комплексній півплощині, задачу реконструкції фази в принципі

можна розв'язати, використовуючи інтеграл Коші. На відміну від задачі реконструкції фази за модулем коефіцієнта відбиття  $|R(\omega)|$  [1] вона має єдиний розв'язок. Але похибки вимірювань та ідеалізація моделі вимірювального сигналу (1) призведуть до втрати точності під час реконструкції фази, що також робить строгий розв'язок ОЗ неприйнятним для практичної імплементації.

Тому прийнято рішення встановити множину параметрів досліджуваних структур, які можна робастно визначити за умови, що виміряні значення сигналу (1) задано з похибкою у скінченному діапазоні робочих частот вимірювального пристрою.

**Наближений розв'язок оберненої задачі як оцінка параметрів діелектричної структури.** Через неможливість застосувати процедуру знаходження точного розв'язку ОЗ виникає потреба встановити наближений, який трактуватимемо як оцінку деяких параметрів досліджуваної структури. Для цього запишемо вираз (1) у вигляді

$$u(\omega) = |1 - R(\omega)|^2 = 1 + |R(\omega)|^2 - 2\operatorname{Re}(R(\omega)). \quad (6)$$

Аналогічний запис справедливий для коефіцієнта відбиття  $\tilde{R}(\omega)$ .

Експериментально зауважено [4], що перетворення Фур'є від функції (6) дає можливість розділити у часовій області відбиття від першої та другої поверхонь поділу. Щоб пояснити такий ефект, проаналізуємо окремо складники виразу (6), а результати сформулюємо у вигляді таких тверджень: 1) для заданої функції  $u(\omega)$  можна наближено знайти та окремо розділити домінуючі коефіцієнти збіжних тригонометричних рядів, яким відповідають функції  $\operatorname{Re}(R(\omega))$  та  $|R(\omega)|^2$ ; 2) для збіжних тригонометричних рядів, якими подано функції  $\operatorname{Re}(R(\omega))$  та  $\operatorname{Re}(\tilde{R}(\omega))$ , перші два доданки містять достатню інформацію для визначення параметрів матеріалів, що утворюють перші дві поверхні поділу шаруватої структури.

Обґрунтування цих тверджень розпочнемо з аналізу властивостей функцій для комплексних коефіцієнтів відбиття та  $\tilde{R}(\omega)$ .

**Властивості функції  $R(\omega)$  та розклад її в ряд.** Відомо, що функція  $A_0(\omega)$  не перетворюється в нуль для будь-яких дійсних значень її аргументу  $\omega$ , тому розкладемо її в ряд  $(1 - c)^{-1} = 1 + c + c^2 + c^3 + \dots$  для  $|c| < 1$ . Відповідно коефіцієнт відбиття  $R(\omega) = B_0(\omega) / A_0(\omega)$  можна також подати у вигляді ряду комплексних експонент:

$$R(\omega) = B_0(\omega) \left( \sum_{n=0}^{\infty} (1 - A_0(\omega))^n \right) = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n \exp(i\omega\tau_n). \quad (7)$$

Беручи до уваги те, що значення аргументів  $\tau_n$  у комплексних експонентах для функцій  $A_0(\omega)$  та  $B_0(\omega)$  є дійсні і додатні згідно з виразами (3) та (4), можна зробити висновок, що всі комплексні експоненти у виразі (7) також матимуть додатні дійсні значення аргументів  $\tau_n$ . Це твердження впливає з властивості множення двох поліномів, де коефіцієнти полінома можна подати як результат дискретної згортки коефіцієнтів поліномів, які перемножують.

Очевидно, що ряд (7) є збіжним і найбільші значення коефіцієнтів ряду  $\sigma_n$  групуватимуться в підмножині малих значень  $n$  за умови, що  $\tau_n$  впорядковані  $0 \leq \tau_0 < \tau_1 < \dots < \tau_n$ . Тепер покажемо, що перші два коефіцієнти характеризува-

тимуть першу та другу поверхні поділу. Для цього використаємо частковий коефіцієнт відбиття

$$R_j(\omega) = \frac{R_{j+1}(\omega) - r_{j,j+1} \exp(i2\omega s_j)}{1 - R_{j+1}(\omega) r_{j,j+1} \exp(-i2\omega s_j)}, \quad (8)$$

де  $r_{j,j+1} = (\rho_j - \rho_{j+1}) / (\rho_j + \rho_{j+1})$  – коефіцієнт відбиття плоскої хвилі від поверхні поділу двох середовищ з хвильовими опорами  $\rho_j$  та  $\rho_{j+1}$ . Значення часткового коефіцієнта відбиття в такому формулюванні визначатиме коефіцієнт відбиття всієї структури  $R(\omega) = R_0(\omega)$ .

Коефіцієнти відбиття діелектричних структур  $R_j(\omega)$  задовольняють умову  $|R_j(\omega)| < 1$ , що випливає з тотожності  $\det(M_\Sigma) = A_0(\omega)A_0(-\omega) - B_0(\omega)B_0(-\omega) = 1$ . Для двох різних середовищ завжди виконується умова  $|r_{j,j+1}| < 1$ , а отже, знаменник у виразі (8) ніколи не перетворюється в нуль. Це дає можливість записати коефіцієнти відбиття у вигляді геометричної прогресії:

$$R_j(\omega) = -r_{j,j+1} \exp(i2\omega s_j) + R_{j+1}(\omega) + (R_{j+1}(\omega) - r_{j,j+1} \exp(i2\omega s_j)) \sum_{n=1}^{\infty} (R_{j+1}(\omega) r_{j,j+1} \exp(-i2\omega s_j))^n. \quad (9)$$

Перепишемо цей збіжний ряд, увівши нову функцію  $\underline{R}_j(\omega) = R_j(\omega) \exp(-i2\omega s_j)$ , яка відповідає частковому коефіцієнту відбиття з додатковим фіксованим фазовим набігом. У результаті отримаємо збіжний ряд, аргументи комплексних експонент якого будуть дійсними додатними величинами для дійсних значень  $\omega$ :

$$\underline{R}_j(\omega) = -r_{j,j+1} + \underline{R}_{j+1}(\omega) \exp(i2\omega d_j) + (\underline{R}_{j+1}(\omega) \exp(i2\omega d_j) - r_{j,j+1}) \sum_{n=1}^{\infty} (\underline{R}_{j+1}(\omega) r_{j,j+1} \exp(i2\omega d_j))^n. \quad (10)$$

Звідси можна зробити важливий висновок про фізичний зміст та значення перших членів ряду (7). З виразу (10) безпосередньо отримуємо значення коефіцієнтів  $\tau_0 = 2s_0$  та  $\sigma_0 = -r_{0,1} = (\rho_1 - \rho_0) / (\rho_1 + \rho_0)$ , оскільки  $\underline{R}_0(\omega) = R_0(\omega) \exp(-i2\omega s_0)$ . Це вказує на те, що перший доданок тут характеризує відбиття тільки від першої поверхні поділу в шаруватій структурі, другий дає можливість встановити значення аргументу другої комплексної експоненти  $\tau_1 = 2s_0 + 2d_0 = 2s_1$  та коефіцієнт при експоненті  $\sigma_1 = -(1 - r_{0,1}r_{0,1})r_{1,2}$ . Аргумент експоненти свідчить про те, що другий доданок завжди визначається розсіюванням хвиль від другої поверхні поділу. Значення  $\tau_2$  не можна встановити однозначно, оскільки воно залежить від співвідношення параметрів  $d_0$  та  $d_1$ . Зокрема, змінна  $\tau_2$  може набувати найменше з двох значень  $\tau_2 = 2s_0 + 2d_0 + 2d_1 = 2s_2$  або  $\tau_2 = 2s_0 + 4d_0 = 2s_1 + 2d_0$ . Очевидно, що доданки з індексом  $n > 2$  також залежні від складної комбінації параметрів  $d_k$ ,  $k < n$ , тому однозначний взаємозв'язок між індексом  $n$  для параметра  $\tau_n$  та номером поверхні поділу шаруватого середовища неможливий.

**Властивості функції  $\tilde{R}(\omega)$  та розклад її в ряд.** Раніше виявили [5], що коефіцієнт відбиття  $\tilde{R}(\omega)$  для структури з ідеально провідною поверхнею можна записати через коефіцієнт відбиття  $R(\omega)$  такої ж діелектричної структури без ідеально провідної поверхні:

$$\tilde{R}(\omega) = R(\omega) - \exp(2i\omega s_N) K(\omega), \quad (11)$$

де  $K(\omega)$  – ряд комплексних експонент  $K(\omega) = \kappa_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_n \exp(i\omega\gamma_n)$ , в якому  $\gamma_n > 0$ , а  $\kappa_n$  – дійсні коефіцієнти. Обґрунтування базується на твердженні, що жоден з множників у виразі  $K(\omega) = A^{-1}(\omega)(A(\omega) - \exp(2i\omega s_N)B(-\omega))^{-1}$  не перетворюється в нуль на дійсній осі  $\omega$ .

Отже, коефіцієнт відбиття для шаруватої структури з ідеально провідним екраном можна також подати так:

$$\tilde{R}(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n \exp(i\omega\tau_n) - \exp(2i\omega s_N) \left( \kappa_0 + \sum_{l=1}^{\infty} \kappa_l \exp(i\omega\gamma_l) \right) = \sum_{n=0}^n \tilde{\sigma}_n \exp(i\omega\tilde{\tau}_n). \quad (12)$$

При цьому перші  $M$  доданків ряду для двох коефіцієнтів відбиття (7) та (12) будуть однакові:  $\tau_n = \tilde{\tau}_n$  та  $\sigma_n = \tilde{\sigma}_n$  для  $n = \overline{1, M}$ , якщо  $\tau_n < 2s_N$ . Отже, кількісно інтерпретувати ці доданки можна за формулами для коефіцієнта відбиття  $R(\omega)$  діелектричної структури без ідеально провідної поверхні.

Як частковий випадок розглянуто структуру, яка складається з одного однорідного діелектричного шару та плоскої ідеально провідної поверхні. Згідно з формулою (5) отримаємо:

$$\tilde{R}^1(\omega) = \frac{B_0(\omega)}{A_0(\omega)} = -\frac{r_{0,1} + \exp(2i\omega d_0)}{1 + r_{0,1} \exp(2i\omega d_0)} \exp(i2\omega s_0). \quad (13)$$

Розклад у ряд такої функції матиме вигляд

$$\begin{aligned} \tilde{R}^1(\omega) &= -(r_{0,1} + \exp(2i\omega d_0)) \exp(i2\omega s_0) \sum_{n=0}^{\infty} (-r_{0,1} \exp(2i\omega d_0))^n = \\ &= -r_{0,1} \exp(i2\omega s_0) - (1 - r_{0,1} r_{0,1}) \exp(i2\omega s_0) \exp(2i\omega d_0) + \\ &\quad + r_{0,1} \exp(i2\omega s_0) \exp(4i\omega d_0) \dots \end{aligned} \quad (14)$$

Звідси можна однозначно встановити значення перших двох коефіцієнтів ряду:  $\tilde{\sigma}_0^1 = -r_{0,1} = (\rho_1 - \rho_0)/(\rho_1 + \rho_0)$ ,  $\tilde{\tau}_0^1 = 2s_0$ ,  $\tilde{\sigma}_1^1 = -(1 - r_{0,1} r_{0,1})$  та  $\tilde{\tau}_1^1 = 2s_0 + 2d_0 = 2s_1$ .

**Коефіцієнти ряду для функцій  $\text{Re}(R(\omega))$ ,  $\text{Re}(\tilde{R}(\omega))$ ,  $|R(\omega)|^2$  та  $|\tilde{R}(\omega)|^2$ .**

Знаючи характер розкладу в ряд коефіцієнтів відбиття  $R(\omega)$  та  $\tilde{R}(\omega)$ , можна оцінити розклад у ряд їх дійсних частин  $\text{Re}(R(\omega))$  та  $\text{Re}(\tilde{R}(\omega))$ . Варто зауважити, що коефіцієнти  $\sigma_n$  та  $\tilde{\sigma}_n$  біля комплексних експонент є дійсними, а аргументи експонент – уявні. Тому дійсна частина функцій  $\text{Re}(R(\omega))$  та  $\text{Re}(\tilde{R}(\omega))$  матиме вигляд тригонометричного ряду, що містить лише косинуси:

$$\text{Re}(R(\omega)) = \sum_{n=0}^n \sigma_n \cos(\omega\tau_n), \quad (15)$$

$$\text{Re}(\tilde{R}(\omega)) = \sum_{n=0}^n \tilde{\sigma}_n \cos(\omega\tilde{\tau}_n). \quad (16)$$

Висновок про структуру тригонометричного ряду як форми запису функції  $|R(\omega)|^2 = R(\omega)R(-\omega)$  можна зробити на основі правила множення поліномів. Під час перемноження коефіцієнтів рядів  $R(\omega)$  та  $R(-\omega)$  завжди утворюватимуться пари доданків зі спряженими комплексними експонентами  $\sigma_n \sigma_m \exp(i\omega\tau_n) \exp(-i\omega\tau_m)$  та  $\sigma_n \sigma_m \exp(-i\omega\tau_n) \exp(i\omega\tau_m)$ , що в сумі дадуть  $2\sigma_n \sigma_m \cos(\omega(\tau_n - \tau_m))$ . Отже,

функцію  $|R(\omega)|^2$  запишемо у вигляді збіжного ряду парних функцій:

$$|R(\omega)|^2 = \eta_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \eta_n \cos(\omega \vartheta_n), \quad (17)$$

де  $\eta_n$  та  $0 < \vartheta_1 < \vartheta_2 < \dots < \vartheta_n < \dots$  – дійсні та додатні величини, а  $\eta_0 = \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_n^2$  – ненульовий коефіцієнт.

На відміну від ряду (15), де найменше значення аргументу косинусу  $\tau_0$  визначає подвійний шлях проходження хвилі до першої поверхні поділу  $\tau_0 = 2s_0$ , у ряду (17) найменше значення аргументу косинусу  $\vartheta_1$  не можна інтерпретувати однозначно. Не важко показати, що воно може визначати електричні товщини  $\min(d_j / \sqrt{\varepsilon_V \mu_V})$  найтоншого шару в діелектричній структурі. Для цього припу-

стимо, що коефіцієнти ряду для  $R(\omega)$  містять суму  $\exp(i\phi) \sum_{n=1}^{\infty} \eta_n \exp(i2nd_l\omega)$  для будь-якого  $l \in [1, N]$ . Тоді спряжена функція  $R(-\omega)$  міститиме відповідно суму зі спряженими комплексними експонентами  $\exp(-i\phi) \sum_{n=1}^{\infty} \eta_n \exp(-i2nd_l\omega)$ . Знаходячи

функцію  $|R(\omega)|^2$ , коефіцієнти рядів  $R(k)$  та  $R(-k)$  перемножимо попарно у всіх можливих комбінаціях:

$$\begin{aligned} & (\exp(i\phi)\eta_n \exp(in2d_l\omega))(\exp(-i\phi)\eta_{n+1} \exp(-i(n+1)2d_l\omega)) + \\ & + (\exp(-i\phi)\eta_n \exp(-in2d_l\omega))(\exp(i\phi)\eta_{n+1} \exp(i(n+1)2d_l\omega)) = 2\eta_n\eta_{n+1} \cos(2d_l\omega). \end{aligned}$$

Звідси значення аргументів деяких косинусів рівні подвоєним значенням електричних товщин шарів  $2d_l / \sqrt{\varepsilon_V \mu_V}$ , перший серед таких аргументів відповідатиме найтоншому шару.

Загалом найменше значення аргументу  $\vartheta_n$  косинусу в ряду (17) може бути найменшим значенням різниці  $2|nd_j - md_l|$  для будь-яких цілих  $n$  та  $m$  та значень  $d_l$  та  $d_j$  з множини електричних товщин  $d_l / \sqrt{\varepsilon_V \mu_V}$  та  $d_j / \sqrt{\varepsilon_V \mu_V}$  для шарів  $j \neq l \in [1, N]$  досліджуваної структури. Така неоднозначність про перше значення ряду (17) не дає можливості використати функцію  $|R(\omega)|^2$  для опису структури.

Подібний висновок можна зробити для діелектричної шаруватої структури на плоскій ідеально провідній поверхні. Тут матимемо рівність  $|\tilde{R}(\omega)|^2 = 1$ , оскільки поширюючись крізь таку структуру за відсутності втрат енергії, плоска хвиля повністю відбивається, що математично визначає умова  $\det(M_{\Sigma}) = 1$ .

Виконаний аналіз також дає можливість встановити важливу відмінність між коефіцієнтами тригонометричних рядів, яким відповідають функції  $\text{Re}(R(\omega))$  та  $|R(\omega)|^2$ . Всі аргументи  $\vartheta_n$  косинусів у ряду (17) належатимуть інтервалу  $(0, \infty)$ , в той час як аргументи  $\tau_n$  косинусів у ряду (15) є лише числа з півінтервалу  $[\tau_0, \infty)$ . Оскільки ряди (15) та (17) є збіжними, максимальні коефіцієнти  $\eta_n$  з відповідними аргументами  $\vartheta_n$  у ряду (17) групуватимуться на початку інтервалу  $(0, \infty)$ , а максимальні коефіцієнти  $\sigma_n$  з відповідними аргументами  $\tau_n$  – на по-



чатку півінтервалу  $[\tau_0, \infty)$ . Так як значення  $\tau_0 = 2s_0$  можна контролювати відбивним фазовертачем та довжиною плечей моста, робимо важливий висновок про те, що за заданою функцією  $u(\omega) = 1 + |R(\omega)|^2 - 2\text{Re}(R(\omega))$ , в яку входять ряди (15) та (17) з відповідними сталими коефіцієнтами, можна наближено виділити перші найбільш значущі коефіцієнти ряду (15) для функції  $\text{Re}(R(\omega))$ , припустивши, що на півінтервалі  $\mathcal{I}_n \subset [\tau_0, \infty)$  значення відповідних коефіцієнтів  $\eta_n$  тригонометричного ряду для функції  $|R(\omega)|^2$  незначущі.

Модель сигналу шаруватої структури на ідеально провідній поверхні простіша:  $u(\omega) = 1 + |\tilde{R}(\omega)|^2 - 2\text{Re}(\tilde{R}(\omega)) = 2 - 2\text{Re}(\tilde{R}(\omega))$ , де не складно виділити коефіцієнти ряду для функції  $\text{Re}(\tilde{R}(\omega))$ . Перше твердження доведено.

Очевидно, що за дійсною частиною коефіцієнтів відбиття (15) та (16) можна безпосередньо встановити їх комплексні значення і сформулювати одновимірну ОЗ розсіювання, що має однозначний розв'язок [2, 6, 16]. Але похибка оцінки коефіцієнтів рядів (15) та (16) за даними вимірювання  $u_{\text{ex}}(\omega)$  призведе до втрати стійкості процедури розв'язання ОЗ. Це ще раз вказує на доцільність знаходження лише наближеного розв'язку, який трактуємо як оцінку параметрів перших поверхонь поділу.

**Оцінка параметрів шаруватої структури за коефіцієнтами рядів  $\text{Re}(R(\omega))$  та  $\text{Re}(\tilde{R}(\omega))$ .** Формули для визначення перших коефіцієнтів ряду  $\sigma_n, \tilde{\sigma}_n, \tau_n$  та  $\tilde{\tau}_n$  при  $n = [0, 1]$  для комплексного коефіцієнта відбиття справедливі також для оцінки перших коефіцієнтів тригонометричних рядів (15) та (16). Перші два доданки дають повну інформацію про розсіювання на перших двох поверхнях поділу середовищ. Розглянемо задачу визначення параметрів матеріалів, що формують перші дві поверхні поділу, та їх розташування відносно фазового центра антени.

Знаючи хвильовий опір середовища  $\rho_0$ , за відомими коефіцієнтами ряду  $\sigma_0$  та  $\sigma_1$  можна встановити хвильові опори  $\rho_1$  та  $\rho_2$  перших двох шарів структури:

$$\rho_1 = \rho_0(1 + \sigma_0)/(1 - \sigma_0) = \rho_0(1 + \tilde{\sigma}_0)/(1 - \tilde{\sigma}_0), \quad (18)$$

$$\rho_2 = \rho_1(r_{0,1}r_{0,1} - 1 - \sigma_1)/(r_{0,1}r_{0,1} - 1 + \sigma_1), \quad (19)$$

де параметр  $r_{0,1} = (\rho_0 - \rho_1)/(\rho_0 + \rho_1)$  визначено за оцінкою параметра  $\rho_1$  у виразі (18).

Якщо другим шаром структури є ідеально провідна поверхня, хвильовий опір першого діелектричного шару можна встановити за формулою (18), тоді як оцінка (19) не має змісту. Незважаючи на це, ідеально провідну поверхню в структурі можна ідентифікувати, використавши умову  $\tilde{\sigma}_1^I = -(1 - r_{0,1}r_{0,1})$ , встановлену під час вимірювань.

За значеннями аргументів  $\tau_0$  та  $\tau_1$  першого та другого косинусів у рядах (15) та (16) можна оцінити електричну відстань до досліджуваної структури  $s_0/\sqrt{\epsilon_V\mu_V} = \tau_0/(2\sqrt{\epsilon_V\mu_V}) = \tilde{\tau}_0/(2\sqrt{\epsilon_V\mu_V})$  та електричну товщину  $d_0/\sqrt{\epsilon_V\mu_V} = (\tau_1 - \tau_0)/(2\sqrt{\epsilon_V\mu_V}) = (\tilde{\tau}_1 - \tilde{\tau}_0)/(2\sqrt{\epsilon_V\mu_V})$  першого шару структури. Визначити метричні значення цих параметрів не важко, оскільки електричні параметри відповідних середовищ відомі. Зокрема, товщина першого шару  $h_0 = d_0/\sqrt{\epsilon_1\epsilon_V\mu_V} = (\tilde{\tau}_1 - \tilde{\tau}_0)\rho_1/(2\mu_V)$ .

Таким чином, доведено друге твердження про можливість оцінки параметрів шаруватої структури за дійсними значеннями коефіцієнтів відбиття  $\text{Re}(R(\omega))$  або  $\text{Re}(\tilde{R}(\omega))$ . Процедура розв'язку ОЗ не потребує апріорних даних про наявність чи відсутність ідеально провідної поверхні у шаруватій структурі. Крім того, такий підхід вкладається в загальну теорію одновимірних ОЗ для рівняння Гельмгольца, оскільки отримані оцінки для хвильових опорів (18) та (19) збігаються з розв'язками, які можна одержати методом пошарового зрізання [6, 16]. Останній добре себе зарекомендував, коли комплексний коефіцієнт відбиття заданий точно для всіх дійсних значень частоти.

**Метод обробки вимірних даних.** Обґрунтовуючи ідеї наближеного розв'язку ОЗ, виявили, що функції  $\text{Re}(R(\omega))$  та  $|R(k)|^2$  можна виразити у вигляді тригонометричного ряду (15) та (17). Отже, модель виміряного сигналу (6) також є тригонометричним рядом:

$$\begin{aligned} u(\omega) &= 1 + |R(\omega)|^2 - 2\text{Re}(R(\omega)) = \\ &= 1 + \eta_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \eta_n \cos(\omega\vartheta_n) - 2 \sum_{l=0}^{\infty} \sigma_l \cos(\omega\tau_l) = v_0 + \sum_{n=1}^{\infty} v_n \cos(\omega\chi_n). \end{aligned} \quad (20)$$

де  $v_n$  та  $0 < \chi_1 < \chi_2 < \dots < \chi_n < \pi$  – дійсні та додатні величини. Подібно до виразу (20) записано модель вимірювань  $u(\omega) = 1 + |\tilde{R}(\omega)|^2 - 2\text{Re}(\tilde{R}(\omega)) = 2 - 2\text{Re}(\tilde{R}(\omega))$  під час дослідження розсіювання поля на шаруватій структурі з ідеально провідною поверхнею. Але через рівність  $|\tilde{R}(\omega)|^2 = 1$  модель (20) матиме загальніший вигляд, тому надалі досліджуватимемо саме її.

Оскільки результатом вимірювань є значення функції  $u_{\text{ex}}(\omega)$  для скінченної множини частот  $\omega \in [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_K]$ , а формули для оцінок параметрів перших шарів досліджуваних структур містять коефіцієнти тригонометричного ряду (20), важливо визначити коефіцієнти  $v_n$  цього ряду та аргументи косинусів  $\chi_n$ .

Можна розв'язати таку задачу, розглядаючи ряд (17) як ряд Фур'є, а наближене значення коефіцієнтів шукати у вигляді дискретного перетворення Фур'є. Такий підхід не виправдав себе через низьку роздільну здатність і, відповідно, неможливість ідентифікувати тонкі шари в досліджуваних структурах [3]. З іншого боку, теорія високороздільного спектрального оцінювання [14, 15, 22–24], що розвинулася у теорії фільтрації та обробки сигналів, пропонує альтернативні шляхи розв'язання поставленої задачі. До них можна віднести принципи обробки сигналів, на яких базуються відомі методи MUSIC [21], метод мінімальної норми [14], метод сліду матриці [24], ESPRIT [14], Сарон-метод [25] та інші. В теорії спектрального оцінювання прийнято записувати задачу в скінченновимірному вигляді:

$$\mathbf{x} = \mathbf{V}(\boldsymbol{\chi}) \cdot \mathbf{s} + \mathbf{e}, \quad (21)$$

де  $\mathbf{x} = [u_{\text{ex}}(\omega_1), u_{\text{ex}}(\omega_2), \dots, u_{\text{ex}}(\omega_D)]^T$  – вектор спостереження з результатами вимірів;  $\mathbf{s} = [v_1, v_2, \dots, v_L]^T$  – вектор коефіцієнтів;  $\mathbf{e}$  – вектор нормально розподілених незалежних похибок з нульовим середнім. Тут  $[\ ]^T$  – операція транспонування, а  $\mathbf{V}(\boldsymbol{\chi}) \in C^{D \times N}$  – матриця з комплексних експонент, яку можна подати у параметризованій формі  $\mathbf{V}(\boldsymbol{\chi}) = [\mathbf{v}(\chi_1), \mathbf{v}(\chi_2), \dots, \mathbf{v}(\chi_L)]$ , або

$$\mathbf{V}(\boldsymbol{\chi}) = \begin{bmatrix} \exp(-i\omega_1\chi_1) & \cdots & \exp(-i\omega_1\chi_L) \\ \vdots & & \vdots \\ \exp(-i\omega_D\chi_1) & \cdots & \exp(-i\omega_D\chi_L) \end{bmatrix},$$

де  $\boldsymbol{\chi} = [\chi_1, \chi_2, \chi_3 \cdots \chi_L]^T$  – вектор значень спектрального параметра, або вектор аргументів комплексних експонент. У скінченновимірному вигляді задача полягає у знаходженні невідомих векторів  $\boldsymbol{\chi} = [\chi_1, \chi_2, \chi_3 \cdots \chi_L]^T$  та  $\mathbf{s} = [v_1, v_2, \dots, v_L]^T$  за заданим вектором спостереження  $\mathbf{x} = [u_{ex}(\omega_1), u_{ex}(\omega_2), \dots, u_{ex}(\omega_D)]^T$ . Варто зауважити, що вектори  $\boldsymbol{\chi}$  та  $\mathbf{s}$  є детермінованими, а вектор  $\mathbf{x}$  – випадковий з нормально розподіленими комплексними значеннями елементів. Відповідно розв’язок задачі доцільно шукати, використовуючи методи статистичного оцінювання.

Щоб усереднити за множиною реалізацій та усунути вплив випадкового складника, з вектора спостереження виділяють вектори меншої розмірності  $\mathbf{x}_k = [u_{ex}(\omega_k), u_{ex}(\omega_{1+k}), \dots, u_{ex}(\omega_{D-K+k})]^T$ ,  $k = 1, K$ , забезпечуючи вимірювання на регулярній сітці частот  $\omega_k = \omega_0 + k\Delta\omega$ . Множину векторів  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3 \dots \mathbf{x}_K]$ ,  $\mathbf{X} \in C^{(D-K) \times K}$  розглядають як множину реалізацій одного і того ж випадкового процесу, припускаючи, що вектори  $\mathbf{s}_k$  також випадкові. Статистичну модель для випадкової векторної величини  $\mathbf{x}_k$  записують у подібній до виразу (2) формі  $\mathbf{x}_k = \mathbf{V}'(\boldsymbol{\chi}) \cdot \mathbf{s}_k + \mathbf{e}_k$ ,  $k = 1 \dots K$ , де  $\mathbf{s}_k$  містить дискретні значення реалізації деякого випадкового процесу, модулі яких визначені і рівні  $|\mathbf{s}_k| = \mathbf{s} = [v_1, v_2, \dots, v_L]^T$ , а фаза згідно з припущенням випадкова.

Для кожної з реалізацій  $\mathbf{x}_k$  всі елементи вектора  $\mathbf{e}_k$  мають шумову природу і статистично незалежні випадкові величини. Тому можна записати статистичну модель спостережень  $\mathbf{x}_k$ ,  $k = 1, K$  у вигляді гаусівської густини імовірності:

$$p(\mathbf{x}_k) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^D \sqrt{\det(\mathbf{B})}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \text{tr} \left( \mathbf{B}^{-1} \mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H \right) \right\}, \quad (22)$$

де  $\det()$  та  $\text{tr}()$  – детермінант та слід матриці;  $[\ ]^H$  – операція комплексно-спряженого транспонування;  $\mathbf{B}$  – матриця, оцінку  $\hat{\mathbf{B}}$  якої можна отримати за принципом максимуму правдоподібності. Для цього записано сумісний закон розподілу  $p(\mathbf{X})$  випадкових величин  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \dots, \mathbf{x}_K$  як добуток функцій густини розподілу (22) результатів кожного зі спостережень. За відсутності апріорних даних про розв’язок задачу статистичного оцінювання можна трактувати як задачу максимізації функції правдоподібності:

$$\ell = \ln p(\mathbf{X}) = -\frac{DK}{2} \ln(2\pi) - \frac{K}{2} \ln(\det(\mathbf{B})) - \frac{1}{2} \text{tr} \left( \mathbf{B}^{-1} \sum_{k=1}^K \mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H \right). \quad (23)$$

З аналізу функції (23) випливає, що за заданих вхідних даних  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \dots, \mathbf{x}_K$  значення  $\mathbf{B}$ , що максимізує цей вираз, матиме вигляд

$$\hat{\mathbf{B}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H. \quad (24)$$

Оцінку матриці  $\mathbf{B}$  використали для реалізації методу Сарон, за яким наближено знаходять елементи вектора  $\boldsymbol{\chi} = [\chi_1, \chi_2, \chi_3 \cdots \chi_L]^T$ . За принципом максимуму

му правдоподібності можна відшукати елементи вектора  $\chi$ , розв'язуючи багатоекстремальну задачу. Але через складність практичної імплементації алгоритмів максимізації багатоекстремальних функціоналів шукають лише наближені розв'язки. Найточніші оцінки дають методи MUSIC (Multiple Signal Classification) [21] та Capon [25]. Їх розглядають як асимптотично-еквівалентні до методу максимуму правдоподібності. Метод MUSIC точніший, якщо модель відповідає результатам спостереження і її порядок (розмірність вектора  $\chi = [\chi_1, \chi_2, \chi_3 \dots \chi_L]^T$ ) скінченний і відомий. Для задачі НК кількість комплексних експонент, що формують результат спостереження (20), безмежна. Тому віддано перевагу саме методу Capon, в основі якого принцип фільтрації  $y_k = \mathbf{h}^H \mathbf{x}_k$ , а сам фільтр  $\mathbf{h}$  визначають з розв'язку задачі мінімізації енергії вихідного сигналу  $y$

$$\mathbf{h}_{\text{opt}} = \arg \min_{\mathbf{h}} E \left\{ |y|^2 \right\}, \quad (25)$$

за умови, що  $\mathbf{h}^H \mathbf{v}(\chi) = 1$ .

Розв'язок задачі (25) про побудову оптимального фільтра  $h_{\text{opt}}$  можна знайти так:

$$\mathbf{h}_{\text{opt}} = \frac{\mathbf{B}^{-1} \mathbf{v}(\chi)}{\mathbf{v}^H(\chi) \mathbf{B}^{-1} \mathbf{v}(\chi)}, \quad (26)$$

де  $\mathbf{B}$  – коваріаційна матриця випадкового процесу  $\mathbf{x}_k$ , яку можна оцінити за виразом (24). Підставляючи в рівняння  $y_k = \mathbf{h}^H \mathbf{x}_k$  вираз для сформованого фільтра, отримаємо значення енергії на виході

$$E \left\{ |y|^2 \right\} = \mathbf{h}_{\text{opt}}^H \mathbf{B} \mathbf{h}_{\text{opt}} = \frac{1}{\mathbf{v}^H(\chi) \mathbf{B}^{-1} \mathbf{v}(\chi)}, \quad (27)$$

яке слугуватиме індикаторною функцією наявності у реалізації вектора спостережень  $\mathbf{x}$  тригонометричної функції з аргументом  $\chi$ .

Порівняння методу Capon (рис. 2, суцільна лінія) та методу дискретного перетворення Фур'є (штрихова) для скінченного діапазону частот підтверджують суттєві переваги першого для оцінки параметрів вектора  $\chi$ . Оскільки за максимумами цих функцій ідентифікують окремі тригонометричні компоненти, два піки на суцільній кривій, побудованій методом Capon, підтверджують його вищу роздільну здатність.

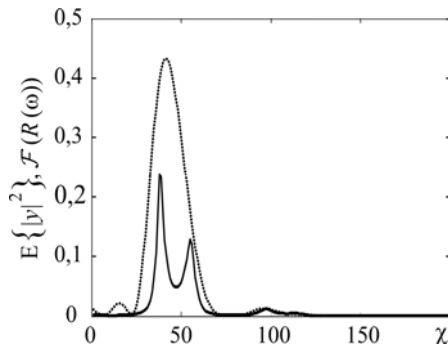


Рис. 2. Результати аналізу коефіцієнта відбиття від діелектричного шару товщиною 3 мм за дискретним перетворенням Фур'є  $\mathcal{F}(R(\omega))$  (штрихова лінія) та методом Capon (суцільна).

Fig. 2. Analysis of the coefficient of reflection from dielectric layer of thickness 3 mm using discrete Fourier transform  $\mathcal{F}(R(\omega))$  (dashed line) and Capon technique (solid).

Для точно встановленого вектора  $\chi$  значення дійсних коефіцієнтів вектора  $\mathbf{s}$  як множників біля тригонометричних функцій можна наближено знайти з розв'язку задачі максимуму правдоподібності. Для скінченної кількості гармонічних складників такий розв'язок запишемо у вигляді

$$\hat{\mathbf{s}} = \left[ \mathbf{V}^H(\chi) \mathbf{V}(\chi) \right]^{-1} \mathbf{V}(\chi) \mathbf{X}. \quad (28)$$

Оскільки кількість тригонометричних функцій у ряду (20) є безмежною і знайти всі значення  $\chi_l$  неможливо, то оцінку елементів вектора  $\mathbf{s}$  можна побудувати так само, як і коефіцієнта ряду Фур'є, використовуючи дискретне перетворення Фур'є. За значенням  $E\{|y|^2\}$  за фіксованого  $\chi$  також можна судити про відповідні коефіцієнти вектора  $\mathbf{s}$ . За оцінками лише кількох параметрів ряду (20) можна встановити параметри перших двох поверхонь поділу структури. Цю ідею імплементовано під час обробки результатів експерименту.

**Аналіз результатів та їх інтерпретація.** Скануючи об'єкт контролю, можна побудувати розподіл значень індикаторної функції (27) вздовж поверхні структури. Залежність величини  $E\{|y|^2\}$  від параметрів  $z = (\chi - \tau_0) / (2\sqrt{\varepsilon_V \mu_V})$  та  $x$  називатимемо профілем структури, який подамо у вигляді зображення, де яскравість кожного пікселя обернено пропорційна до значення індикаторної функції (27). Вважатимемо, що параметр  $\tau_0$  визначено експериментально під час калібрування вимірювального пристрою за повного відбиття хвиль від ідеально провідної поверхні.

Як експериментальні зразки використали діелектрики з внутрішньою структурою, що відповідають двом поширеним типам неоднорідностей діелектричних конструкційних матеріалів: перший – модель дефекту типу розшарування у пластині товщиною 0.5 mm, другий – металічне включення в діелектрику (рис. 3a та 4a). До нижньої поверхні структур прикладено металеву балку, яку можна розглядати як елемент конструкції. Результати сканування та обробки вимірних значень напруги на детекторі розсіяного поля подано у вигляді профілю (рис. 3b і 4b).

Як бачимо, максимум індикаторної функції зафіксовано в точках, що відповідають поверхням поділу матеріалів. Найчіткішою є візуалізації першої поверхні поділу та поверхні між діелектриком та провідною основою. Інтенсивність другої значно менша, що можна пояснити нерівністю  $|\sigma_0| > |\sigma_1|$ . Натомість, поверхні поділу між діелектриком і провідником інтенсивніші через нерівність  $|\tilde{\sigma}_1| > |\sigma_1|$ .

На рис. 3b вдалося виділити розшарування між пластинами, що можна пояснити так. Дійсне значення коефіцієнта відбиття є результатом сумування великої кількості тригонометричних функцій, аргументи яких відрізняються несуттєво. Метод Сарон не дає змогу розділити окремо ці тригонометричні функції, а усереднює енергію всіх коефіцієнтів на виході побудованого фільтра. З рисунка можна також однозначно оцінити електричну глибину розшарування та електричну товщину однорідної діелектричної пластини.

Другий зразок (рис. 4a) містить металічні циліндричні включення в однорідній діелектричній пластині. Незважаючи на те, що в основі моделі та запропонованого методу обробки лежить припущення про плоский характер хвилі та поверхонь поділу середовищ, за результатами обробки можна стверджувати, що метод також придатний для ідентифікації неплоских металічних включень (рис. 4b). Такий ефект пояснюють відбиттям хвилі від елементів включень, нормалі яких паралельні поверхні структури. Таким чином, за максимумом інтенсивності на побудованих профілях можна встановити електричну глибину залягання провідного включення.

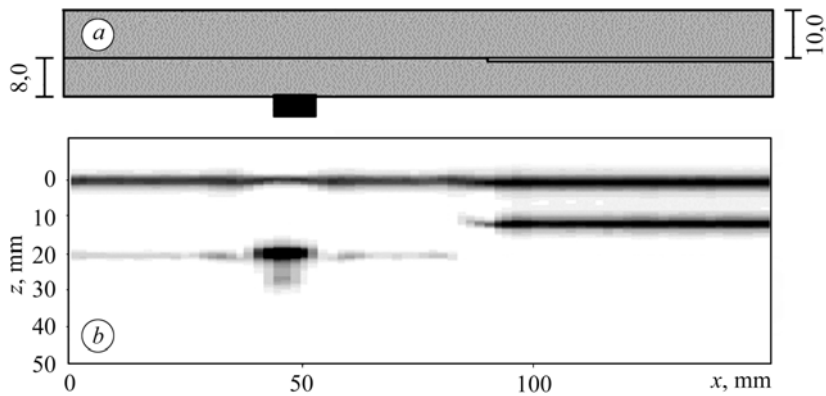


Рис. 3. Модель розшарування (а) та побудований за вимірними даними профіль структури (b).

Fig. 3. Model of stratification (a) and structure profile constructed by the measured data (b).

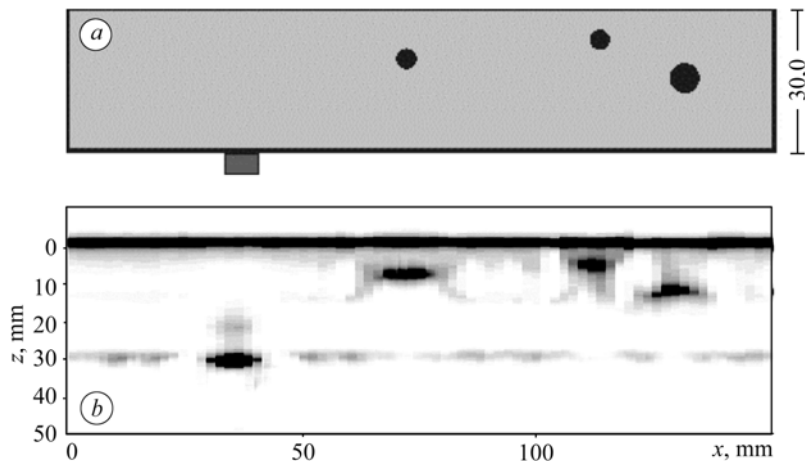


Рис. 4. Модель структури з провідними включеннями (а) та побудований за вимірними даними профіль структури (b).

Fig. 4. Model of structure with conductive inclusions (a) and structure profile constructed by the measured data (b).

Як видно з рис. 4b, завдяки просторовій неоднорідності поля антени роздільна здатність вздовж координати  $x$  достатня для розділення циліндричних металічних включень. Сканували зразки з кроком 2 mm, розмір апертури антени 10×20 mm.

### ВИСНОВОК

Строгий аналіз розсіяного поля та його перетворень у високочастотному тракту вимірювального пристрою продемонстрував можливість відновлення комплексних значень коефіцієнта відбиття плоскої хвилі від плоскошаруватого середовища за значеннями виміряного сигналу на виході квадратичного детектора. Щоб уникнути методів реконструкції, дуже чутливих до похибок вимірювання, запропоновано підхід, що полягає у розкладі у ряд виміряного сигналу і виділенні коефіцієнтів, що відповідають розкладу комплексного коефіцієнта відбиття. Показано, що перші два коефіцієнти такого ряду характеризують перші дві поверхні поділу шаруваті структури. При цьому враховують можливість присутності в структурі ідеально провідної поверхні.

Для підвищення точності оцінки коефіцієнтів тригонометричного ряду застосовано принцип високороздільного спектрального аналізу, на якому базується метод Сарон. Це забезпечило високу роздільну здатність виявлення неоднорідностей в діелектричному середовищі за наявності шумового складника у вимірному сигналі. Радіохвильовим методом можна отримати якісні зображення об'єктів контролю, а побудовані за результатами сканування профілі відтворюють структуру зразків. Роздільну здатність у поперечній координаті визначатиме розмір апертури антени, в той час як розділення в повздовжній координаті залежить від ширини смуги робочих частот вимірювального пристрою.

*РЕЗЮМЕ.* Обобщены результаты теоретических и практических работ авторов в области неразрушающего контроля диэлектрических материалов [1–9]. В частности, построены устройство для электромагнитных сверхвысокочастотных измерений, математическая модель измеренных данных, а также развит метод обработки результатов измерения с целью выявления подповерхностных неоднородностей в диэлектрических материалах. Особенною предлагаемого подхода является то, что схема измерений создана по принципу определения амплитуды. Несмотря на отсутствие фазовой информации, соответствующая обработка позволяет визуализировать внешнюю и первую внутреннюю поверхности раздела материалов, а анализ составляющих рассеянного поля количественно интерпретировать результаты измерений. Теоретические выводы подтверждены экспериментально.

*SUMMARY.* The results of both theoretical and practical researches [1–9] of the authors in the field of nondestructive testing of dielectric materials are generalized. In particular, a device for electromagnetic super high-frequency measuring and mathematical model of the measured data is constructed. The method of the measured data processing is developed in order to detect subsurface inhomogeneities in dielectric materials. A peculiarity of the proposed method is that the measuring scheme is built according to the principle of amplitude measurement. Despite the absence of phase data the appropriate processing allows to visualize the external and the first internal interfaces of the materials. Mathematical analysis of scattered field components gives possibility to explain quantitatively the measurements results. Theoretically drawn conclusions are verified by experiments.

1. Nazarchuk Z. T., Hryniv R. O., and Synyavskyy A. T. Reconstruction of the impedance Schrödinger equation from the modulus of the reflection coefficients // *Wave Motion*. – 2012. – **49**, № 8. – P. 719–736.
2. Назарчук З. Т., Синявський А. Т. Визначення характеристик шаруватої структури за реконструйованою з коефіцієнтів відбиття матрицею розсіювання // *Радиофизика и радиоастрономия*. – 2010. – **15**, № 3. – С. 295–313.
3. Джала В. Р., Капко Л. І. Радіохвильова діагностика плоскошарових діелектриків на підставі розв'язку оберненої задачі // *Фіз.-хім. механіка матеріалів*. – 2009. – **45**, № 3. – С. 117–122.  
(Dzhala V. R. and Kapko L. I. Radio-wave diagnostics of plane layered dielectrics using the inverse problem // *Materials Science*. – 2009. – **45**, № 3. – P. 453–459.)
4. Джала В. Р., Синявський А. Т. Радиоволновой неразрушающий контроль диэлектрических композитных материалов с локальными дефектами // *Материалы 32-ой ежегодной междунар. конф. “Композиционные материалы в промышленности”*. – Ялта, 4–8 июня 2012. – С. 201–202.
5. Назарчук З. Т., Синявський А. Т. Наближений розв'язок оберненої задачі розсіювання для плоскої діелектричної структури з ідеально провідною основою // *Мат. методи та фіз.-мех. поля*. – 2012. – **55**, № 1. – С. 168–178.
6. Synyavskyy A. T. and Shahin M. High-resolution recovering of discontinuities of permittivity profile from band-limited reflection measurements // *Відбір і обробка інформації*. – 2009. – № 29(105). – С. 10–20.
7. Джала В. Р. Выявление границы расслоения диэлектрического материала радиоволновым методом // *Материалы 21-ой Междунар. крымск. конф. “СВЧ-техника и телеком-*

- муникационные технологии” (КрыМиКо’2011). – Севастополь, 12–16 сент. 2011. – С. 378–379.
8. *Synyavskyy A. and Shahin M.* High-resolution electromagnetic imaging in a plain layered structure // Proc. of Intern. Conf. “The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics”. – Lviv, 2009. – P. 158–162.
  9. *Synyavskyy A. and Shahin M.* Near-field shape reconstruction of a two-dimensional perfect conductor by multiple random excitations // Int. Seminar/Workshop on direct and inverse problems of electromagnetic and acoustic wave theory. – Lviv, 2009. – P. 219–222.
  10. *Ерошенко М. Г.* Радиолокационный мониторинг. – М.: МАКС Пресс, 2004. – 452 с.
  11. *Приборы для неразрушающего контроля материалов и изделий: Справ. в 2-х кн.* – М.: Машиностроение, 1986. – Кн. 1. – 488 с.
  12. *Ермолов И. Н., Останин Ю. Я.* Методы и средства неразрушающего контроля качества: Учеб. пос. для инж.-техн. специальностей вузов. – М.: Высш. шк., 1988. – 368 с.
  13. *Завьялов А. С., Дунаевский Г. Е.* Измерение параметров материалов на сверхвысоких частотах. – Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1985. – 215 с.
  14. *Stoica P. and Moses R.* Spectral Analysis of Signals. – Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2005. – 480 p.
  15. *Kay S. M.* Fundamentals of Statistical signal processing: estimation theory. – Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1993. – 595 p.
  16. *Gladwell G. M. L.* Inverse Problems in Scattering: An Introduction. – Berlin: Springer, 1993. – 380 p.
  17. *Colton D. and Kress R.* Inverse Acoustic and Electromagnetic Scattering Theory. – Berlin: Springer Verlag Series in Applied Mathematics, 1992. – Vol. 93.
  18. *Cakoni F. and Colton D.,* Qualitative Methods in Inverse Scattering Theory. – Berlin: Springer Verlag Series on Interactions of Mechanics and Mathematics, 2006. – 227 p.
  19. *Cakoni F., Colton D., and Monk P.* The Linear Sampling Method in Inverse Electromagnetic Scattering, CBMS-NSF // Regional Conference Series in Applied Mathematics. – SIAM Publications, 2011.
  20. *Hippenstiel R. D.* Detection Theory: Applications and Digital Signal Processing. – New York: CRC Pres, 2004. – 344 p.
  21. *Schmidt R.* Multiple emitter location and signal parameter estimation // IEEE Trans. Antennas Propagation. – 1986. – **34**, № 3. – P. 276–280.
  22. *Марпл С. Л.,* Цифровой спектральный анализ и его приложения. – М.: Мир, 1990. – 547 с.
  23. *Van Trees H. L.* Optimum Array Processing: Part IV of Detection // Estimation and Modulation. – Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc., 2002. – 1317 p.
  24. *Hua Y., Gershman A. B., and Qi Cheng.* High-resolution and robust signal processing. – Basel, NY: Marcel Dekker, Inc., 2004.
  25. *Capon J.* High-Resolution Frequency-Wavenumber Spectrum Analysis // Proc. IEEE. – 1969. – **57**. – P. 1408–1418.

Одержано 12.06.2013