

УДК 624.012

АНАЛІЗ ЖОРСТКОСТЕЙ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ПЛОСКИХ МОНОЛІТНИХ ПЕРЕКРИТТІВ З ТРУБЧАСТИМИ ВСТАВКАМИ

І. В. МЕЛЬНИК

Національний університет "Львівська політехніка"

Для встановлення усереднених жорсткостей на згин залізобетонних перекриттів з ефективними трубчастими вставками використано метод скінченних елементів та теорію оболонок. За результатами теоретичного аналізу показано, що циліндричні жорсткості у взаємоперпендикулярних напрямках залізобетонного перекриття з трубчастими вставками різняться між собою. За результатами числового моделювання отримано порівняльні значення циліндричних жорсткостей монолітних залізобетонних перекриттів однакових мас з трубчастими вставками квадратної, прямокутної та круглої форм.

Ключові слова: монолітні залізобетонні перекриття, трубчасті вставки, жорсткість, напружено-деформований стан.

В останні роки все ширше використовують монолітні плоскі залізобетонні перекриття в будівлях різного призначення (житло, офіси, торгові і виставкові комплекси тощо). Щоб зменшити вагу, доцільно використовувати ефективні вставки як окремі вироби з відносно легких і дешевих матеріалів, які розташовують в середині перерізу і залишають у перекритті після бетонування [1, 2].

Щоб ефективніше та водночас надійніше застосувати залізобетонні перекриття з трубчастими вставками, необхідно проаналізувати їх напружено-деформований (НДС) та граничний стани. Це дасть можливість оцінити міцність монолітних залізобетонних перекриттів з ефективними трубчастими вставками та вибрати залежно від загальної конструктивної схеми перекриття найоптимальнішу їх форму. Першочерговим при цьому є визначення циліндричних жорсткостей досліджуваного залізобетонного перекриття з порожнинами різної геометрії.

Теоретичні передумови. Лінійні розміри монолітних залізобетонних перекриттів з порожниноутворювальними вставками в двох взаємоперпендикулярних напрямках (ширина B та довжина A) є на порядок більшими від їх товщини h .

Тому, щоб оцінити НДС, можна використати теорію згину пластин [3]. При цьому вважаємо, що залізобетонна конструкція перекриття працює в межах лінійно-пружної деформації. Її роботу моделюємо пластиною (рис. 1*d*), яку вважаємо конструкційно ортотропною [4]. Під цим розуміємо, що анізотропні властивості мають проявлятися через порожнисту будову досліджуваного виробу.

Пластину розглядаємо в системі координат xOy (рис. 1). Вважаємо, що головні напрямки пружності в кожній точці конструкційно ортотропної пластини збігаються з напрямком координатних ліній Ox , Oy , Oz .

Згідно з працею [3], рівняння рівноваги запишемо так:

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial M_y}{\partial y} + Q_y = 0, \quad -\frac{\partial M_{yx}}{\partial y} - \frac{\partial M_x}{\partial x} + Q_x = 0, \quad \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q = 0, \quad (1)$$

де q – інтенсивність зовнішнього навантаження в напрямку Oz ; M_x , M_y – згинальні та $M_{xy} = -M_{yx}$ – крутні моменти; Q_x , Q_y – перерізувальні зусилля.

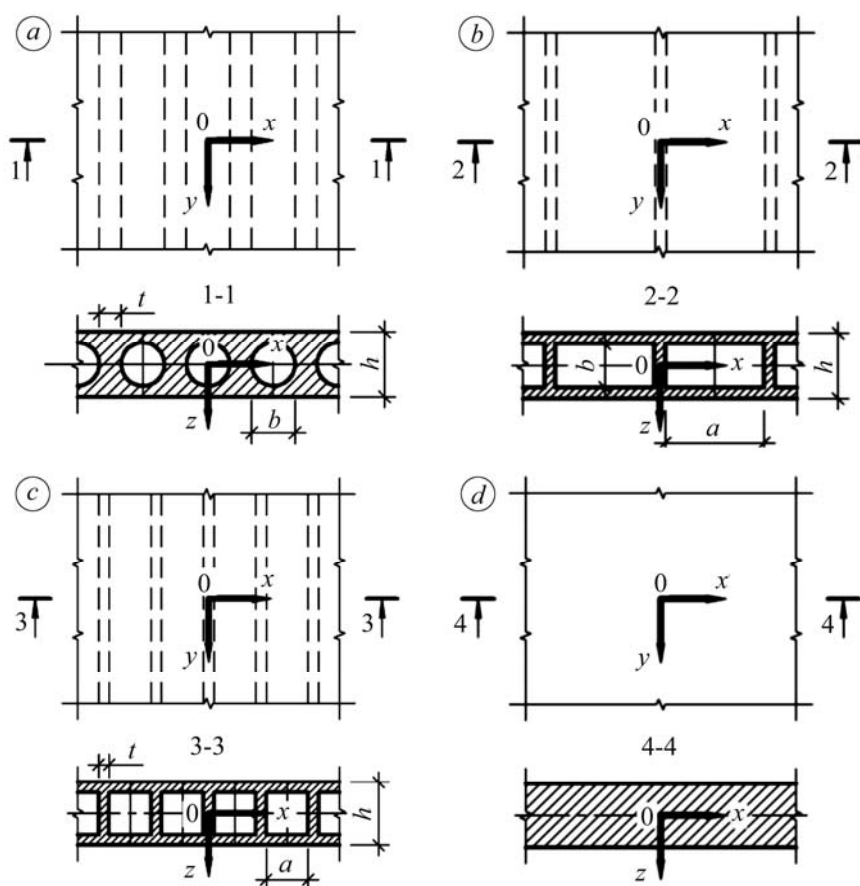


Рис. 1. Конструкція перекриття з круглими (а), прямокутними (b), квадратними (с) трубчастими вставками та конструкційно ортотропна пластина (d).

Fig. 1. Floor construction with round (a) rectangular (b), square (c) tubular inserts and structurally orthotropic plate (d).

Кривизни середньої поверхні пластини χ_x , χ_y , χ_{xy} виражають через прогин w так [3]:

$$\chi_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \chi_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad \chi_{xy} = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}. \quad (2)$$

Рівняння стану, які зв'язують моменти M_x , M_y , M_{xy} та M_{yx} з кривизною середньої поверхні χ_x , χ_y , χ_{xy} конструкційно ортотропної пластини, записуємо аналогічно до рівнянь теорії згину пластин зі суцільними стінками [3, 4]:

$$M_x(x, y) = D_x^* \chi_x(x, y) + D_y^* \chi_y(x, y), \quad M_y(x, y) = D_y^* \chi_y(x, y) + D_x^* \chi_x(x, y), \\ M_{xy}(x, y) = 2D_{xy}^* \chi_{xy}(x, y), \quad M_{yx}(x, y) = -2D_{yx}^* \chi_{xy}(x, y). \quad (3)$$

Тут D_x^* , D_y^* , D_x^* , D_y^* , D_{xy}^* та D_{yx}^* – циліндричні жорсткості на згин та кручення у відповідних напрямках; індекс “*” вказує на те, що відповідні жорсткості відносяться до залізобетонного перекриття з трубчастими вставками.

Такий запис дає змогу в частковому випадку одержати відомі [4] результати для згину пластини зі суцільною стінкою, задавши циліндричні жорсткості у вигляді

$$D_x = \frac{E_x h^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)}, \quad D_y = \frac{E_y h^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)}, \quad D'_x = D'_y = \nu_y D_x, \quad D_{xy} = D_{yx} = \frac{Gh^3}{12}, \quad (4)$$

де E_i , G та ν_i – пружні характеристики ортотропного матеріалу у відповідних напрямках.

Однак жорсткості D_{ij}^* , що входять у співвідношення (3), для пластин, якими моделюємо залізобетонні плити з трубчастими вставками, є невідомими величинами та потребують розрахунку. Ці жорсткості визначають конструкційну ортотропію залізобетонних плит, спричинену трубчастими вставками. Жорсткості D^* залежать від будови досліджуваної конструкції, тобто від геометрії трубчастих вставок та механічних характеристик бетону (E , ν – модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона для бетону). Аналогічно до співвідношень (4), їх подаємо у вигляді

$$\begin{aligned} D_x^* &= c_x \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}, & D_y^* &= c_y \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}, \\ D_x^* &= \nu \cdot c'_x \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}, & D_y^* &= \nu \cdot c'_y \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}, \\ D_{xy}^* &= c_{xy} \frac{Gh^3}{12}, & D_{yx}^* &= c_{yx} \frac{Gh^3}{12}. \end{aligned} \quad (5)$$

Тут h – товщина залізобетонного перекриття (рис. 1); c_x , c_y , c'_x , c'_y , c_{xy} та c_{yx} – функції, які визначаємо з особливості конструкції порожнистого перекриття. Значення цих функцій характеризують зменшення циліндричних жорсткостей порівняно з такими для суцільної залізобетонної плити товщиною h .

Визначення циліндричних жорсткостей для плит з трубчастими вставками. Залізобетонне перекриття з трубчастими вставками квадратної форми навантажують окремо згинальними M_x , M_y та крутними M_{xy} , M_{yx} моментами (рис. 2).

Використовуючи метод скінченних елементів, залежно від прикладеного навантаження встановлюємо прогини w порожнистого перекриття, на основі яких розраховуємо кривизни серединної поверхні χ_x , χ_y , χ_{xy} . Відтак зі співвідношень (3), маючи задані моменти M_x , M_y , M_{xy} , а також встановлені кривизни χ_x , χ_y , χ_{xy} , визначаємо відповідні циліндричні жорсткості (5).

Для таких елементів, згідно з виразами (4), виконуються співвідношення

$$\begin{aligned} D_x^* \chi_x^{(A)} + D_y^* \chi_y^{(A)} &= M_x; & D_y^* \chi_y^{(A)} + D_x^* \chi_x^{(A)} &= 0; \\ D_x^* \chi_x^{(B)} + D_y^* \chi_y^{(B)} &= 0; & D_y^* \chi_y^{(B)} + D_x^* \chi_x^{(B)} &= M_y; & 2D_{xy}^* \chi_{xy}^{(C)} &= M_{xy}, \end{aligned} \quad (6)$$

які утворюють систему лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення невідомих жорсткостей. Тут індекс A відповідає прикладеному згинальному моменту M_x (рис. 2a), B – моменту M_y (рис. 2b) та C – крутному моменту M_{xy} (рис. 2c).

Застосовуючи скінченноелементну програму [5], здійснили комплекс числових експериментів для визначення НДС залізобетонного перекриття, навантаженого моментами M_x , M_y та M_{xy} (рис. 2). Під час моделювання порожнистого залізобетонного перекриття використовували восьмивузлові лінійні скінченні елементи [5]. Для перекриття з квадратними вставками приймали [6]: $M_x \equiv 26 \text{ kN}\cdot\text{m/m}$,

$M_y \equiv 26 \text{ kN}\cdot\text{m/m}$, $M_{xy} = -M_{yx} \equiv 26 \text{ kN}\cdot\text{m/m}$; $A = B$; $a = b = 160 \text{ mm}$; $t = 70 \text{ mm}$; $h = 260 \text{ mm}$ (див. рис. 1с).

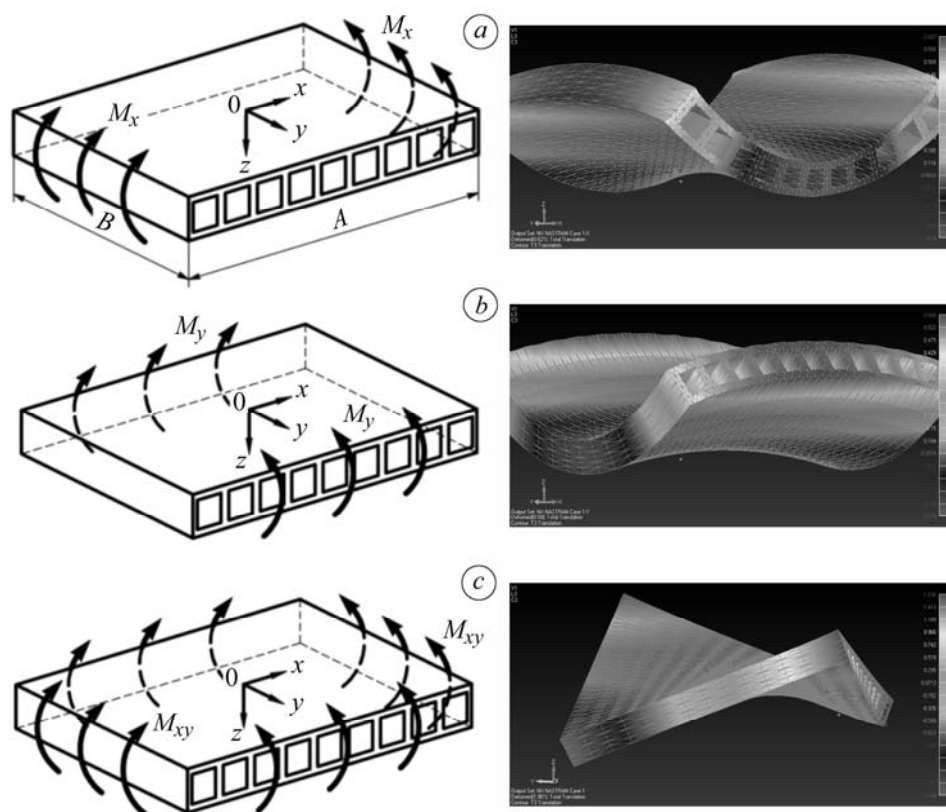


Рис. 2. Схема навантаження моментами M_x (а), M_y (б) та M_{xy} (с) та деформування залізобетонного перекриття з трубчастими вставками квадратної форми.

Fig. 2. Scheme of loading by moments M_x (a), M_y (b) та M_{xy} (c) and deformation of concrete floors with tubular inserts of square shape.

З отриманих результатів для прогинів w серединної поверхні залізобетонного пластинчастого елемента визначили кривизни $\chi_x^{(A)}$, $\chi_y^{(A)}$, $\chi_x^{(B)}$, $\chi_y^{(B)}$ та $\chi_{xy}^{(C)}$, що входять у систему рівнянь (6).

Підставляючи в систему лінійних алгебраїчних рівнянь (6) значення моментів і кривизн, та розв'язуючи її, отримали циліндричні і крутні жорсткості залізобетонного перекриття з трубчастими вставками квадратної форми заданих розмірів: $D_x^* = 40 \cdot 10^6 \text{ N}\cdot\text{m}$; $D_y^* = 46,4 \cdot 10^6 \text{ N}\cdot\text{m}$; $D_x'^* = 11,2 \cdot 10^6 \text{ N}\cdot\text{m}$; $D_y'^* = 11,7 \cdot 10^6 \text{ N}\cdot\text{m}$; $D_{xy}^* = 14,1 \cdot 10^6 \text{ N}\cdot\text{m}$.

Як бачимо з отриманих значень, циліндрична жорсткість D_x^* є менша від жорсткості D_y^* , проте жорсткості $D_x'^*$ та $D_y'^*$ є практично рівні, причому можна вважати, що $D_x'^* = D_y'^* = \nu D_x^*$.

Змінюючи геометричні розміри трубчастих вставок квадратної форми (див. рис. 1с), на основі запропонованого алгоритму встановили циліндричні жорсткості D_x^* , D_y^* для відповідних бетонних перекриттів та функції c_x та c_y . Значення c_x

та c_y , за зміни довжини a трубчастих вставок квадратної форми (за сталей $h = 260$ mm; $t = 70$ mm) подані на рис. 3. На рис. 4 показана зміна c_x та c_y залежно від відстані між трубчастими вставками t (за сталей $h = 260$ mm; $a = 160$ mm). Також на рис. 3, 4 проілюстрована зміна відносної питомої маси $K_m = m/m_0$ залізобетонного перекриття з трубчастими вставками (тут m – питома маса залізобетонного перекриття з трубчастими вставками; m_0 – питома маса суцільного перекриття тієї ж товщини).

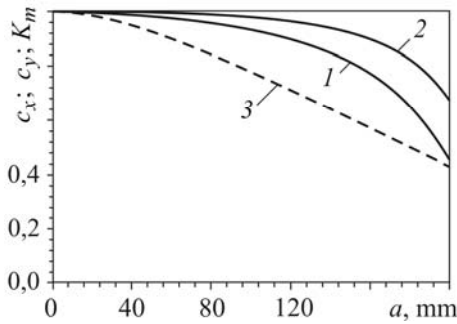


Рис. 3. Fig. 3.

Рис. 3. Залежність функцій c_x (1) та c_y (2) і відносної питомої маси K_m (3) від довжини a за заданих $h = 260$ mm; $t = 70$ mm.

Fig. 3. Dependence of functions c_x (1) and c_y (2) and relative specific weight K_m (3) on length a for given $h = 260$ mm; $t = 70$ mm.

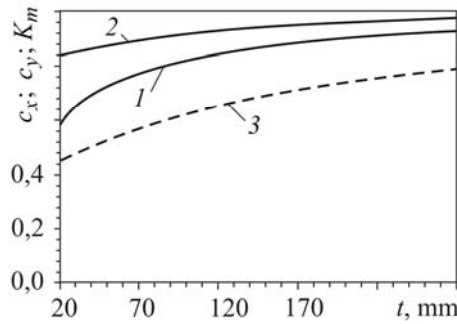


Рис. 4. Fig. 4.

Рис. 4. Залежність функцій c_x (1) та c_y (2) і відносної питомої маси K_m (3) від відстані між трубчастими вставками t , за заданих $h = 260$ mm; $a = 160$ mm.

Fig. 4. Dependence of functions c_x (1) and c_y (2) and relative specific weight K_m (3) on the distance between tubular inserts t , for given $h = 260$ mm; $a = 160$ mm.

Як видно з рис. 3, значення c_x та c_y , і, відповідно, циліндричні жорсткості залізобетонного перекриття з трубчастими вставками квадратної форми суттєво зменшуються, коли $a > 160$ mm. Водночас зі зменшенням відстані t між трубчастими вставками відчутно зменшуються жорсткості в напрямку Ox (рис. 4).

Також оцінили жорсткості залізобетонного перекриття з ефективними трубчастими вставками квадратної (див. рис. 1c), прямокутної (див. рис. 1b) та круглої (див. рис. 1a) форм (див. таблицю). Зауважимо, що питома вага усіх трьох досліджуваних конструкцій однакова.

Порівняння функцій c_x та c_y залізобетонного перекриття з трубчастими вставками квадратної, прямокутної та круглої форм

Форма трубчастої вставки	Квадратна ($h = 260$ mm; $a = 160$ mm; $t = 70$ mm)	Прямокутна ($h = 260$ mm; $b = 130$ mm; $a = 417$ mm; $t = 70$ mm)	Кругла ($h = 260$ mm; $d = 193$ mm; $t = 70$ mm)
Функції			
c_x	0,776	0,853	0,721
c_y	0,897	0,935	0,845

З результатів таблиці можна зробити висновок, що найефективніші щодо забезпечення максимальних жорсткостей залізобетонного перекриття є трубчасті вставки прямокутної форми, в яких $a > b$ (див. рис. 1b).

ВИСНОВКИ

Моделюючи залізобетонне перекриття з трубчастими вставками ортотропною пластиною за рівняннями теорії пружності для оболонок та пластин, запропонували методiku визначення жорсткостей на згин та кручення. При цьому застосували числовий метод, який ґрунтується на методі скінченних елементів.

Встановили, що циліндричні жорсткості у взаємоперпендикулярних напрямках залізобетонного перекриття з трубчастими вставками квадратної форми різняться між собою до 16%.

За результатами числового моделювання отримали порівняльні значення циліндричних жорсткостей монолітного залізобетонного перекриття однакової маси з трубчастими вставками квадратної, прямокутної та круглої форм.

РЕЗЮМЕ. Для установлення усереднених жорсткостей на изгиб железобетонных перекрытий с эффективными трубчатыми вставками использован метод конечных элементов и теория оболочек. По результатам теоретического анализа показано, что цилиндрические жесткости во взаимно перпендикулярных направлениях железобетонного перекрытия с трубчатыми вставками различаются между собой. По результатам численного моделирования получены сравнительные значения цилиндрических жесткостей монолитных железобетонных перекрытий одинаковых масс из трубчатыми вставками квадратной, прямоугольной и круглой формы.

SUMMARY. To establish the average rigidity of reinforced concrete beams with effective tubular inserts under bending the finite element method and theory of shells are used. According to the results of theoretical analysis it is shown that the cylindrical rigidities in mutually perpendicular directions of reinforced concrete floors with tubular inserts are different. Based on the results of numerical simulations the comparable values of cylindrical rigidity of monolithic reinforced concrete floors of identical masses with tubular inserts of square, rectangular and circular shapes are obtained.

1. Мельник І. В. Спосіб виготовлення пустотілих бетонних і залізобетонних виробів / Декларативний патент на винахід. – Державний департамент інтелектуальної власності. – Бюл. № 7–II від 15.12.2000 р.
2. Мельник І. В. Оптимізація залізобетонних конструкцій з допомогою ефективних вставок // Проблеми теорії і практики будівництва: Зб. наук. ст. – Львів: Держ. ун-т “Львівська політехніка”, 1997. – IV. – С. 89–90.
3. Тимошенко С. П., Войновський-Кригер С. П. Пластини и оболочки. – М.: Наука, 1966. – 626 с.
4. Статика и динамика тонкостенных оболочечных конструкций / А. В. Кармишин, В. А. Лясковец, В. И. Мяченков, А. Н. Фролов. – М.: Машиностроение, 1975. – 376 с.
5. Рычков С. П. MSC.visualnastran для Windows. – М.: НТ Пресс, 2004. – 552 с.
6. Мельник І. В. Визначення жорсткостей монолітних плоских залізобетонних перекриттів з трубчастими вставками квадратної форми // Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій / Під заг. ред. В. В. Панасюка. – Львів: Фіз.-мех. ін-т ім. Г. В. Карпенка НАН України, 2014. – С. 491–498.

Одержано 27.05.2014