

УДК 539.3

ТЕРМОНАПРУЖЕНИЙ СТАН ЕЛЕКТРОПРОВІДНИХ ЦИЛІНДРІВ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТНОЇ ДІЇ В РЕЖИМІ З ІМПУЛЬСНИМ МОДУЛІВНИМ СИГНАЛОМ

Р. С. МУСІЙ

Національний університет "Львівська політехніка"

Сформульовано динамічні плоскі осесиметричні задачі термомеханіки для довгих порожнистого і суцільного електропровідних циліндрів за однорідної нестационарної електромагнетної дії. З використанням кубічної апроксимації осьової компоненти вектора напруженості магнетного поля та радіальної компоненти вектора переміщення за радіальною координатою отримано розв'язки цих задач і числово досліджено термонапружений стан та несучу здатність даних неферромагнетних циліндрів за електромагнетної дії в режимі з імпульсним модульним сигналом.

Ключові слова: динамічна плоска осесиметрична задача термомеханіки, електропровідні довгі порожнистий і суцільний циліндри, електромагнетна дія, режим з імпульсним модульним сигналом, резонансна частота, несуча здатність.

Вивчення пружної рівноваги елементів конструкцій за умов комплексної дії силових, температурних та електромагнетних навантажень складає основу для прогнозування їх міцності, надійності, зниження ваги і матеріаломісткості, що є важливим у різних галузях промисловості, приладобудування та енергетики. В багатьох технічних пристроях, на які впливають різні фізичні чинники, зокрема імпульсне електромагнетне поле (ЕМП) з модуляцією амплітуди [1–4], конструктивними елементами є порожнистий і суцільний металеві циліндри. В сучасних технологіях імпульсних обробок елементів конструкцій [1, 3–5] використовують імпульсні ЕМП з модуляцією амплітуди, зокрема, в режимі з імпульсним модульним сигналом (РІМС) [1, 2, 6]. Такі ЕМП створюють у циліндричних електропровідних елементах нестационарні температурні поля і напруження, які за відповідних параметрів імпульсного ЕМП можуть досягати суттєвих значень аж до втрати несучої здатності елементів і конструкції в цілому. Наведено [7–10] результати динамічної поведінки порожнистого і суцільного циліндрів за імпульсних силових і теплових дій, а також за дії електромагнетного імпульсу [11, 12]. Досліджено [13, 14] також термомагнетопружні напруження і збурення вектора магнетного поля в провідному однорідному і неоднорідному порожнистому циліндрах за теплового удару. Але не вивчено термонапружений стан розглядуваних циліндрів за електромагнетної дії в РІМС.

Нижче сформульовано динамічну плоску осесиметричну задачу термомеханіки для порожнистого і суцільного електропровідних циліндрів, записано її розв'язки та досліджено термомеханічну поведінку і несучу здатність таких циліндрів за електромагнетної дії в РІМС за частот несучого сигналу поза околом резонансних і рівних першій резонансній частоті ЕМП.

Постава задачі. Розглянемо довгі електропровідні порожнистий і суцільний циліндри, які належать до циліндричної системи координат (r, φ, z) , вісь Oz якої збігається з віссю циліндра. Циліндри зазнають дії імпульсного ЕМП в РІМС, за-

даного значеннями дотичної осьової компоненти $H_z(r, t)$ вектора напруженості магнетного поля $\vec{H} = \{0; 0; H_z(r, t)\}$ на внутрішній $r = r_0$ і зовнішній $r = r_1$ поверхнях порожнистого та поверхні $r = R$ суцільного циліндрів. Циліндри перебувають в умовах конвективного теплообміну з довкіллям, а їхні поверхні вільні від зовнішнього силового навантаження. Матеріали циліндрів однорідні, ізотропні та неферромагнетні, а їхні фізико-механічні характеристики вважаємо сталими. Імпульсне ЕМП у РІМС створює в циліндрах джоулеві тепловиділення $Q = (\text{rot } \vec{H}) / \sigma_0$ і об'ємні пондеромоторні сили $\vec{F} = \mu \text{rot } \vec{H} \times \vec{H}$ [1, 2, 6, 12], де σ_0 – коефіцієнт електропровідності, μ – магнетна проникність матеріалу циліндра. Ці два фізичні чинники зумовлюють нестационарні температуру T і компоненти тензора напружень σ_{kk} , $k = r, \varphi, z$, які подаємо у вигляді суми двох складників [2, 12] $T = T^Q + T^F$, $\sigma_{kk} = \sigma_{kk}^Q + \sigma_{kk}^F$, де T^Q , σ_{kk}^Q і T^F , σ_{kk}^F – складники, зумовлені відповідно джоулевим теплом і пондеромоторними силами. Температура T і напруження σ_{kk} викликають у циліндрах інтенсивності напружень $\sigma_i = \sqrt{3I_2(\hat{\sigma}) - I_1^2(\hat{\sigma})} / \sqrt{2}$ (де $I_j(\hat{\sigma})$, $j = 1, 2$ – інваріанти тензора напружень $\hat{\sigma}$) [9, 15], які можуть досягати великих значень аж до втрати несучої здатності циліндрів, яка відбувається за умови $\sigma_i \geq \sigma_d$ (σ_d – межа пружної деформації матеріалу циліндрів) [2, 12].

Якщо ключові функції залежать лише від радіальної координати r і часу t , то за вихідну вибираємо систему рівнянь плоскої осесиметричної задачі термомеханіки для електропровідних циліндрів [11, 12]. Тоді відмінну від нуля осьову компоненту $H_z(r, t)$ вектора напруженості магнетного поля $\vec{H} = \{0; 0; H_z \equiv H_z(r, t)\}$ визначаємо з рівняння електродинаміки

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial r} - \sigma_0 \mu \frac{\partial H_z}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

за крайових умов $H_z(r_0, t) = H_z^-(t)$, $H_z(r_2, t) = H_z^+(t)$ для порожнистого та $H_z(R, t) = H_z^+(t)$ для суцільного циліндрів і нульової початкової умови $H_z(r, 0) = 0$. Тут $H_z^\pm(t)$ задані функції, які описують характер зміни ЕМП на поверхні циліндрів.

За знайденою функцією $H_z(r, t)$ питомі густини джоулевих тепловиділень $Q(r, t)$ та пондеромоторної сили $\vec{F} = \{F_r(r, t); 0; 0\}$ подають співвідношеннями $Q = \frac{1}{\sigma_0} \left(\frac{\partial H_z}{\partial r} \right)^2$, $F_r = -\mu H_z \frac{\partial H_z}{\partial r}$. Складник температури $T^Q \equiv T(r, t)$ за умови адіабатичності процесу нагріву електропровідного тіла імпульсним ЕМП [3–5] описуємо рівнянням теплопровідності

$$\frac{1}{\kappa} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{Q}{\lambda} \quad (2)$$

за нульової початкової умови $T(r, 0) = 0$. Тут κ , λ – коефіцієнти температуро- і теплопровідності матеріалів циліндрів.

Радіальну компоненту $U_r(r, t)$ вектора переміщень $\vec{U} = \{U_r(r, t); 0; 0\}$ визначаємо з рівняння

$$\frac{\partial^2 U_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial r} - \frac{U_r}{r^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U_r}{\partial t^2} = \alpha \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E(1-\nu)} F_r \quad (3)$$

за крайових умов $\frac{\partial U_r(r_j, t)}{\partial r} + \frac{\nu_1}{1-\nu} \frac{U_r(r_j, t)}{r_j} = \alpha_1 \frac{1+\nu_1}{1-\nu} T(r_j, t)$ на поверхнях

$r_j (j=0,1)$ порожнистого та умови $\frac{\partial U_r(R, t)}{\partial r} + \frac{\nu}{1-\nu} \frac{U_r(R, t)}{R} = \alpha \frac{1+\nu}{1-\nu} T(R, t)$ на

поверхні R суцільного циліндрів, а також нульових початкових умов $U_r(r, 0) = 0$,

$\frac{\partial U_r(r, 0)}{\partial r} = 0$. Тут ν, α – коефіцієнти Пуассона і лінійного теплового розширення,

$c = \sqrt{E(1-\nu)/(\rho(1+\nu)(1-2\nu))}$ – швидкість пружної хвилі розширення, E – модуль пружності, ρ – густина матеріалу циліндрів.

За знайденою радіальною компонентою $U_r(r, t)$ вектора переміщень визначаємо радіальну σ_{rr} і колову $\sigma_{\varphi\varphi}$ компоненти тензора напружень [7, 8]:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{2E}{1-2\nu} \left[(1-\nu) \frac{\partial U_r}{\partial r} + \nu \frac{U_r}{r} - \alpha(1+\nu)T \right], \\ \sigma_{\varphi\varphi} &= \frac{2E}{1-2\nu} \left[(1-\nu) \frac{U_r}{r} + \nu \frac{\partial U_r}{\partial r} - \alpha(1+\nu)T \right], \end{aligned} \quad (4)$$

а компоненту σ_{zz} встановлюємо так: $\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{rr} + \sigma_{\varphi\varphi}) - \alpha ET$. Під час визначення складника $U_r^Q(r, t)$ радіальних переміщень у рівнянні (3) та крайових умовах функцію F_r приймаємо рівною нулю, а під час визначення складника $U_r^F(r, t)$ приймаємо $T = 0$. Складник температури T^F за умови адіабатичності деформування електропровідного тіла імпульсним ЕМП [3–5] за отриманими складниками σ_{kk}^F ($k=r, \varphi, z$) тензора напружень знаходимо з виразу $T^F = -\alpha k T_0 \left\{ [1 + 3\varepsilon_*(1-\nu)/(1+\nu)] \lambda \right\}^{-1} I_1(\hat{\sigma}^F)$ [2, 12]. Тут $I_1(\hat{\sigma}^F)$ – перший інваріант тензора напружень, зумовлених дією пондеромоторної сили; T_0 – початкова температура циліндрів; ε_* – параметр, що характеризує зв'язаність полів деформації і температури. За відомими компонентами σ_{kk} ($k=r, \varphi, z$) тензора сумарних напружень $\sigma_{kk} = \sigma_{kk}^Q + \sigma_{kk}^F$ обчислюємо інтенсивності напружень σ_i і оцінюємо, згідно з вищеописаною умовою, несучу здатність циліндрів.

Методика розв'язування крайових задач. Для побудови розв'язків крайових задач, які описують електромагнетне поле і радіальну компоненту вектора переміщень, шукані функції $\Phi(r, t) = \{H_z, U_r^Q, U_r^F\}$ подаємо у вигляді кубічних

поліномів $\Phi(r, t) = \sum_{i=1}^4 a_{i-1}^\Phi(t) r^{i-1}$, коефіцієнти яких визначаємо через задані граничні значення $\Phi^\pm(t)$ функцій $\Phi(r, t)$ на поверхнях $r=r_0$ і $r=r_1$ порожнистого

та $r=R$ суцільного циліндрів та інтегральні характеристики

$\Phi_s(t) = \frac{s}{r_1^s - r_0^s} \int_{r_0}^{r_1} \Phi(r, t) r^s dr$ і $\Phi_s(t) = \frac{s}{R^s} \int_0^R \Phi(r, t) r^s dr$, $s=1,2$ шуканих функцій

за радіальною координатою [12]. У результаті вихідні початково-крайові задачі на шукані функції звели до задач Коші на інтегральні характеристики цих функцій та, використовуючи інтегральне перетворення Лапласа, записали їх розв'язки для довільної однорідної нестационарної електромагнетної дії.

Розв'язки крайових задач за електромагнетної дії в РІМС. За однорідної дії в РІМС граничні значення $H_z^-(t) = H_z(r_0, t)$, $H_z^+(t) = H_z(r_1, t)$ та $H_z^+(t) = H_z(R, t)$ функції $H_z(r, t)$ на поверхнях порожнистого і суцільного циліндрів мають вигляд $H_z^\pm(t) = kH_0(e^{-\beta_1 t} - e^{-\beta_2 t})\cos \omega t$ [1, 2, 4]. Тут k – нормувальний множник; β_1, β_2 – параметри, що характеризують часи фронтів наростання і згасання модульованого імпульсу; ω – кругова частота несучих синусоїдальних електромагнетних коливань; H_0 – максимальне значення напруженості магнетного поля, яке виникає за дії в РІМС на поверхнях циліндрів. За використуваною методикою для порожнистого циліндра отримали такий вираз для осьової компоненти H_z вектора \vec{H}

$$\frac{H_z(r, t)}{H_0} = k \sum_{i=1}^4 \sum_{m=1}^2 \left[e^{-\beta_1 t} (C_{1im} \sin \omega t + C_{2im} \cos \omega t) + e^{-\beta_2 t} (C_{3im} \sin \omega t + C_{4im} \cos \omega t) + C_{5im} e^{p_m t} \right] r^{i-1}. \quad (5)$$

Питомі густини джоулевих тепловиділень Q і пондеромоторної сили $\vec{F} = \{F_r; 0; 0\}$ мають вигляд

$$\frac{Q(r, t)}{H_0^2} = \frac{k^2}{\sigma_0} \sum_{i=2}^4 \sum_{j=2}^4 \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 (i-1)(j-1) \varphi_{ijmn}(t) r^{i+j-4},$$

$$\frac{F_r(r, t)}{H_0^2} = -k^2 \frac{\mu}{R} \sum_{i=2}^4 \sum_{j=1}^4 \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 (i-1) \varphi_{ijmn}(t) r^{i+j-3}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{де } \varphi_{ijmn}(t) = & E_{1ijmn} e^{-2\beta_1 t} + E_{2ijmn} e^{-(\beta_1 + \beta_2)t} + E_{3ijmn} e^{-2\beta_2 t} + E_{4ijmn} e^{(p_m + p_n)t} + \\ & + \sin 2\omega t \left[E_{5ijmn} e^{-2\beta_1 t} + E_{6ijmn} e^{-(\beta_1 + \beta_2)t} + E_{7ijmn} e^{-2\beta_2 t} \right] + \\ & + \cos 2\omega t \left[E_{8ijmn} e^{-2\beta_1 t} + E_{9ijmn} e^{-(\beta_1 + \beta_2)t} + E_{10ijmn} e^{-2\beta_2 t} \right] + \sin \omega t \left[E_{11ijmn} e^{(p_m - \beta_1)t} + \right. \\ & + E_{12ijmn} e^{(p_m - \beta_2)t} + E_{13ijmn} e^{(p_n - \beta_1)t} + E_{14ijmn} e^{(p_n - \beta_2)t} \left. \right] + \cos \omega t \left[E_{15ijmn} e^{(p_m - \beta_1)t} + \right. \\ & \left. + E_{16ijmn} e^{(p_m - \beta_2)t} + E_{17ijmn} e^{(p_n - \beta_1)t} + E_{18ijmn} e^{(p_n - \beta_2)t} \right]; \end{aligned}$$

Тут коефіцієнти $C_{kim} (k = \overline{1;5})$ описують скінченними виразами через геометричні і фізико-механічні параметри циліндрів та амплітудно-частотні параметри електромагнетної дії в РІМС, а коефіцієнти $E_{lijmn} (l = \overline{1;18})$ – відповідними комбінаціями коефіцієнтів $C_{kim} (k = \overline{1;5})$.

Складник температури T^Q такий:

$$\frac{T^Q(r, t)}{H_0^2} = k^2 \frac{\kappa}{\sigma_0 \lambda} \sum_{i=2}^4 \sum_{j=2}^4 \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 (i-1)(j-1) \varphi_{ijmn}^T(t) r^{i+j-4}, \quad (7)$$

де $\varphi_{ijmn}^T(t) = \int_0^t \varphi_{ijmn}(t) dt$. Підставляючи вирази (6) і (7) пондеромоторної сили

$F_r(r, t)$ і температури $T^Q(r, t)$ у рівняння (3) та співвідношення (4) і використовуючи запропоновану методику розв'язування крайових задач, отримуємо вирази шуканих компонент тензора напружень. Зокрема, компоненти σ_{rr}^j ($j = Q, F$) тензора напружень запишемо так:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{rr}^Q(r, t)}{H_0^2} = & k^2 \frac{\kappa \alpha E}{\sigma_0 \lambda (1 - \nu)} \sum_{s=0}^3 \left\langle \sum_{\beta=1}^2 \int_0^t \sum_{i=2}^4 \sum_{j=2}^4 \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 (i-1)(j-1) \langle (1+\nu) \times \right. \\ & \times \left\{ d_{1ij} \left[\alpha_{2ij} (\lambda_\beta^2 - d_4^{**}) + d_2^{**} \alpha_{1ij} \right] + d_{2ij} \left[\alpha_{4ij} (\lambda_\beta^2 - d_4^{**}) + d_3^{**} \alpha_{1ij} \right] \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \right\} - \\ & \left. - (i+j-4) \left\{ d_{3ij} \left[\alpha_{4ij} (\lambda_\beta^2 - d_4^{**}) + d_4^{**} \alpha_{3ij} \right] + d_{4ij} \left[\alpha_{2ij} (\lambda_\beta^2 - d_4^{**}) + d_1^{**} \alpha_{3ij} \right] \right\} \right\rangle \times \\ & \times \varphi_{ijmn}^T(\tau) \frac{\sin \lambda_\beta (t - \tau)}{2\lambda_\beta^3 + (d_1^{**} + d_4^{**}) \lambda_\beta} d\tau \Bigg\rangle r^s; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{rr1}^F(t)}{H_0^2} = & k^2 \mu \sum_{s=0}^3 \left\langle \sum_{\beta=1}^2 \int_0^t \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 (i-1) \left[\frac{2-\nu}{1-\nu} - (i+j-3) \right] \times \right. \\ & \times \left\{ d_{1ij}^* \left[(\xi_\beta^2 - c_3^{**}) \alpha_{1ij} + c_4^{**} \alpha_{2ij} \right] + d_{2ij}^* \left[(\xi_\beta^2 - c_2^{**}) \alpha_{3ij} + c_5^{**} \alpha_{4ij} \right] \right\} \times \\ & \left. \times \varphi_{ijmn}(\tau) \frac{\sin \xi_\beta (t - \tau)}{2\xi_\beta^3 + (c_1^{**} + c_6^{**}) \xi_\beta} d\tau \right\rangle r^s. \end{aligned} \quad (9)$$

Тут λ_β, ξ_β – корені відповідних характеристичних квадратних рівнянь; числові коефіцієнти $d_{1ij} \div d_{4ij}, d_1^{**} \div d_4^{**}, \alpha_{1ij} \div \alpha_{4ij}, d_{1ij}^*, d_{2ij}^*, c_1^{**} \div c_6^{**}$ подаємо скінченними виразами від геометричних і фізико-механічних параметрів циліндрів та амплітудно-частотних параметрів електромагнетної дії в РІМС. Зауважимо, що для суцільного циліндра радіальна координата r у формулах (5)–(9) набуває значення $r_* = r/R$.

Числовий аналіз. Досліджували розв'язки розглянутих крайових задач для електропровідних циліндрів, виготовлених з неферромагнетного матеріалу (нержавна сталь Х18Н9Т). Під час оцінювання критичних значень параметрів імпульсного ЕМП, за яких електропровідне тіло втрачає несучу здатність, вибрали динамічну межу пружної деформації $\sigma_d = 300$ МПа [15, 16]. З аналізу виразів для радіальних напружень σ_{rr} у циліндрах встановлено, що за частоти ЕМП $\omega_j = \omega_* \equiv \omega_j^*/2$ (тут ω_j^* – частота власних механічних коливань тіла, j – номер частоти) напруження значно зростають, причому суттєвіше збільшується σ_{kk}^F порівняно зі σ_{kk}^Q . Такі частоти ЕМП називають резонансними (за аналогією з назвою, використовуваною в задачах індукційного нагріву усталеним ЕМП) [17].

Під час числового дослідження вибрали такі параметри модульованого сигналу: $t_{iner} = 0,1t_i$ (при цьому $\beta_2 = 2\beta_1; k = 4$) за тривалостей імпульсу $t_i = 10^{-4}$ s ($\beta_1 = 69000$) і $t_i = 10^{-3}$ s ($\beta_1 = 6900$), які використовують у технічних пристроях магнетоімпульсної обробки матеріалів [1, 3–5].

Результати досліджень термомеханічної поведінки і несучої здатності електропровідних порожнистого (з внутрішнім $r_0 = 8$ mm та зовнішнім $r_1 = 10$ mm радіусами) і суцільного (радіуса $R = 10$ mm) циліндрів, виготовлених зі сталі X18H9T за тривалості імпульсу $t_i = 10^{-4}$ s наведені на рис. 1–6. На рис. 1 проілюстровано зміну в часі колових напружень $\sigma_{\varphi\varphi}^Q$ і $\sigma_{\varphi\varphi}^F$ в порожнистому (рис. 1a) і суцільному (рис. 1b) циліндрах за частоти несучого сигналу $\omega \neq \omega_{*j}$ ($\omega = 6,28 \cdot 10^5$ 1/s). Колові напруження $\sigma_{\varphi\varphi}^Q$ у порожнистому циліндрі в декілька разів більші за напруження $\sigma_{\varphi\varphi}^F$, а в суцільному – вони співмірні. При $\omega \neq \omega_{*j}$ складник температури T^F в обох циліндрах є нехтовно малим порівняно зі складником температури T^Q . На рис. 2–4 показані зміни в часі при $\omega = \omega_{*j}$ ($j = 1$) колових напружень в порожнистому (рис. 2) та суцільному (рис. 3) циліндрах і сумарної температури $T = T^Q + T^F$ (рис. 4) в суцільному (крива 1) та порожнистому (крива 2) циліндрах. В обох циліндрах напруження $\sigma_{\varphi\varphi}^F$ на порядок більші за $\sigma_{\varphi\varphi}^Q$, а складник температури T^F становить 10÷15% від складника T^Q . Залежність від величини H_0 максимальних значень σ_i^{\max} інтенсивності напружень σ_i в обох циліндрах при $\omega = \omega_{*1}$ за тривалостей імпульсу $t_i = 10^{-4}$ s (крива 1) і $t_i = 10^{-3}$ s (крива 2) показана на рис. 5. Видно, що межа пружної деформації $\sigma_d = 300$ МПа [15, 16] за тривалості $t_i = 10^{-3}$ s при $\omega = \omega_{*1}$ досягається за $H_0 = 2 \cdot 10^5$ А/м для порожнистого і $H_0 = 6 \cdot 10^5$ А/м для суцільного циліндрів. На рис. 6 показані амплітудно-частотні характеристики (АЧХ) інтенсивності напружень у суцільному (крива 1) і порожнистому (крива 2) циліндрах. В обох циліндрах максимальні значення інтенсивності напружень σ_i^{\max} при $\omega = \omega_{*1}$ приблизно в два рази більші за значення при $\omega = \omega_{*2}$. У порожнистому циліндрі вони на порядок більші за такі ж у суцільному. Зі збільшенням тривалості імпульсу ширина околу резонансних частот ω_{*j} ($j = 1, 2$) звужується. Це узгоджується з відомими закономірностями АЧХ за індукційного нагріву усталеним ЕМП [17]. Аналогічні дослідження виконали також для розглядуваних циліндрів, виготовлених з інших неферромагнетних матеріалів – міді та алюмінію.

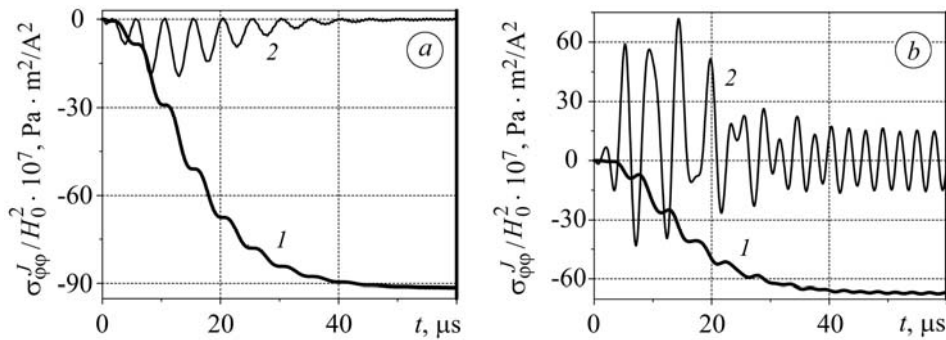


Рис. 1. Зміна в часі максимальних колових напружень $\sigma_{\varphi\varphi}^J$ ($J = Q, F$) у сталевих порожнистому (a) та суцільному (b) циліндрах:

1 – $\sigma_{\varphi\varphi}^Q$, 2 – $\sigma_{\varphi\varphi}^F$ за частоти несучого сигналу $\omega \neq \omega_{*j}$ ($\omega = 6,28 \cdot 10^5$ 1/s).

Fig. 1. Change in time of maximum values of circular stresses $\sigma_{\varphi\varphi}^J$ ($J = Q, F$) in hollow (a) and continuous (b) steel cylinders: 1 – $\sigma_{\varphi\varphi}^Q$, 2 – $\sigma_{\varphi\varphi}^F$ at the frequency of the carrier signal $\omega \neq \omega_{*j}$ ($\omega = 6.28 \cdot 10^5$ 1/s).

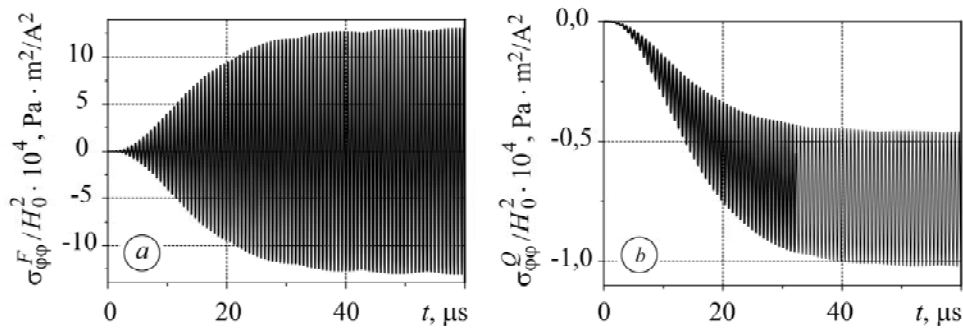


Рис. 2. Зміна в часі максимальних колових напружень $\sigma_{\varphi\varphi}^F$ (a) та $\sigma_{\varphi\varphi}^Q$ (b) у сталевому порожнистому циліндрі за частоти несучого сигналу, рівної першій резонансній частоті ЕМП $\omega = \omega_{*1}$ ($\omega_{*1} = 4,87 \cdot 10^6$ 1/s).

Fig. 2. Change in time of maximum values of circular stresses $\sigma_{\varphi\varphi}^F$ (a) and $\sigma_{\varphi\varphi}^Q$ (b) in a steel hollow cylinder at the frequency of the carrier signal equal to the first resonant frequency of electro-magnetic field (EMF) $\omega = \omega_{*1}$ ($\omega_{*1} = 4.87 \cdot 10^6$ 1/s).

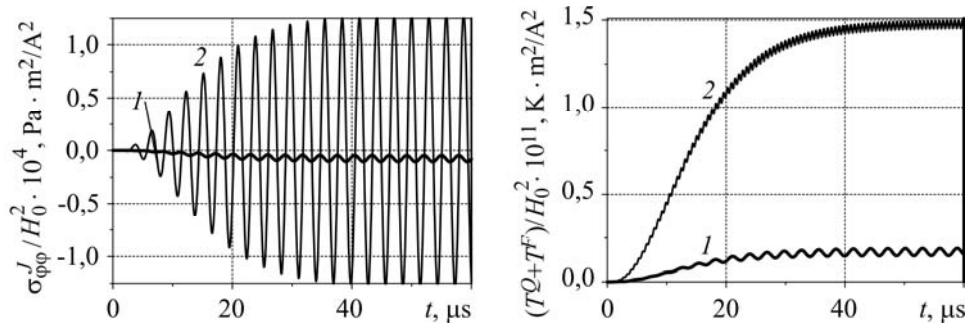


Рис. 3. Рис. 3.

Рис. 4. Рис. 4.

Рис. 3. Зміна в часі максимальних колових напружень $\sigma_{\varphi\varphi}^J$ ($J = Q, F$) у сталевому суцільному циліндрі: 1 – $\sigma_{\varphi\varphi}^Q$, 2 – $\sigma_{\varphi\varphi}^F$ за частоти несучого сигналу, рівної першій резонансній частоті ЕМП $\omega = \omega_{*1}$ ($\omega = 1,1 \cdot 10^6$ 1/s).

Fig. 3. Change in time of maximum values of stresses $\sigma_{\varphi\varphi}^J$ ($J = Q, F$) in a circular steel solid cylinder. 1 – $\sigma_{\varphi\varphi}^Q$, 2 – component $\sigma_{\varphi\varphi}^F$ at the frequency of the carrier signal equal to the first resonant frequency of EMF $\omega = \omega_{*1}$ ($\omega = 1.1 \cdot 10^6$ 1/s).

Рис. 4. Зміна в часі максимальної сумарної температури $T^Q + T^F$ у сталевих порожнистому (2) та суцільному (1) циліндрах за частоти несучого сигналу, рівної першій резонансній частоті ЕМП $\omega = \omega_{*1}$ ($\omega_{*1} = 4,87 \cdot 10^6$ 1/s – для порожнистого і $\omega_{*1} = 1,1 \cdot 10^6$ 1/s – для суцільного циліндрів)

Fig. 4. Change in time of maximum values of total temperature $T^Q + T^F$ in hollow (2) and solid (1) steel cylinders at the frequency of the carrier signal equal to the first resonant frequency of EMF $\omega = \omega_{*1}$ ($\omega_{*1} = 4.87 \cdot 10^6$ 1/s – for hollow and $\omega_{*1} = 1.1 \cdot 10^6$ 1/s – for continuous cylinders).

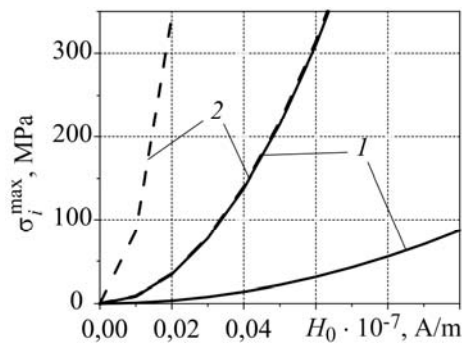


Рис. 5. Fig. 5.

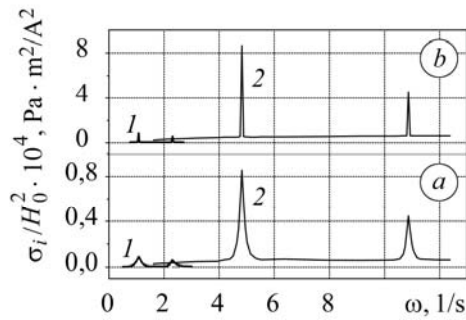


Рис. 6. Fig. 6.

Рис. 5. Залежність максимальних значень σ_i^{\max} інтенсивності напружень σ_i від величини H_0 в сталевих порожнистому (штрихові лінії) та суцільному (суцільні) циліндрах при $\omega = \omega_{*1}$ за тривалостей імпульсу $t_i = 10^{-4}$ s (1) і $t_i = 10^{-3}$ s (2).

Fig. 5. Dependence of the maximum values σ_i^{\max} of the stress intensity σ_i on H_0 in steel hollow (dashed lines) and continuous (solid) cylinders with pulse $t_i = 10^{-4}$ s (1) and $t_i = 10^{-3}$ s (2).

Рис. 6. Амплітудно-частотні характеристики максимальних значень інтенсивності напружень σ_i^{\max} у сталевих порожнистому (2) та суцільному (1) циліндрах за тривалостей електромагнетної дії в РІМС $t_i = 10^{-4}$ s (a) і $t_i = 10^{-3}$ s (b).

Fig. 6. Amplitude-frequency characteristics of the maximum values of the stress intensity σ_i^{\max} in hollow (2) and solid (1) steel cylinders for durations of electromagnetic action in the regime of pulse modulating signal (PMS) $t_i = 10^{-4}$ s (a) and $t_i = 10^{-3}$ s (b).

ВИСНОВКИ

За частоти ω несучого сигналу, відмінної від частот околу резонансних ω_{rj} , за дії в РІМС напруження, зумовлені джоулевым теплом, вносять основний вклад у термонапружений стан циліндрів та визначають їх несучу здатність, а за частоти ω_{rj} напруження, спричинені пондеромоторною силою, стають сумірними з напруженнями, зумовленими джоулевым теплом. Зі зростанням тривалості t_i дії в РІМС вплив пондеромоторної сили на термонапружений стан циліндрів зменшується, а вплив джоулевого тепла зростає. Складники напружень, зумовлених як джоулевым теплом, так і пондеромоторною силою, мають осциляційний характер зміни в часі і набувають максимальних значень у режимі усталених коливань, який настає за $0,4 \div 0,5 t_i$. Максимальне значення складника температури T^F є нехтовним порівняно зі значенням складника температури T^Q за частоти $\omega \neq \omega_{rj}$, а за частоти $\omega = \omega_{rj}$ становить $10 \div 25\%$ від аналогічного для T^Q . Зі збільшенням тривалості t_i електромагнетної дії в РІМС за фіксованої частоти несучого сигналу зростають максимальні значення температури і напружень. Максимальні інтенсивності сумарних напружень σ_i^{\max} у неферромагнетних циліндрах за максимальної напруженості магнетного поля на поверхнях циліндрів $H_{\max} \leq 10^5$ A/m можуть досягати значення, що відповідає межі пружної деформації тіла. Значення σ_i^{\max} лінійно зростають зі збільшенням тривалості t_i електромагнетної дії в РІМС на резонансній частоті. Встановлено критичні значення параметрів електромагнетної дії в РІМС за різних несучих частот для неферромагнетних (сталевих, мідних і алюмінієвих) порожнистих і суцільних циліндрів, за яких вони втрачають несучу здатність.

РЕЗЮМЕ. Сформулированы динамические плоские осесимметричные задачи термомеханики для длинных полого и сплошного электропроводных цилиндров при однородном нестационарном электромагнитном воздействии. С использованием кубической аппроксимации осевой компоненты вектора напряженности магнитного поля и радиальной компоненты вектора перемещений по радиальной координате получены решения задач и численно исследованы термонапряженное состояние и несущая способность неферромагнитных цилиндров при электромагнитном воздействии в режиме с импульсным модулирующим сигналом.

SUMMARY. Dynamic plane axisymmetric problems of thermomechanics for the long hollow and continuous electric conductive cylinders under uniform non-stationary electromagnetic influence are formulated. Using a cubic approximation of the axial component of the magnetic field and the radial component of the displacement vector along the radial coordinate the solutions of the problems are obtained and the thermal stress-strain state and carrying ability of non-ferromagnetic cylinder under electromagnetic action in the pulse modulating signal mode are investigated numerically.

1. Батыгин Ю. В., Лавинский В. И., Хищенко Л. Т. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий. – Харьков: МОСТ-Торнадо, 2003. – 288 с.
2. Гачкевич О. Р., Мусій Р. С., Тарлаковський Д. В. Термомеханіка неферромагнетних електропровідних тіл за дії імпульсних електромагнетних полів з модуляцією амплітуди. – Львів: СПОЛОМ, 2011. – 216 с.
3. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. – М.: Мир, 1972. – 392 с.
4. Сильные и сверхсильные магнитные поля и их применение / Под ред. Ф. Херлаха. – М.: Мир, 1988. – 456 с.
5. Moon F. O. Problem in magneto-solid mechanics // *Mechanics Today*. – 1978. – 4. – P. 307–309.
6. Тамм И. Е. Основы теории электричества. – М.: Наука, 1967. – 788 с.
7. Грибанов В. Ф., Паничкин Н. Г. Связанные и динамические задачи термоупругости. – М.: Машиностроение, 1984. – 184 с.
8. Коваленко А. Д. Основы термоупругости. – К.: Наук. думка, 1970. – 308 с.
9. Новацкий В. Теория упругости. – М.: Мир, 1975. – 872 с.
10. Подстригач Я. С., Коляно Ю. М. Обобщенная термомеханика. – К.: Наук. думка, 1976. – 310 с.
11. Гачкевич О. Р., Мусій Р. С. Несуча здатність електропровідних елементів канонічної форми за дії електромагнетних імпульсів // *Фіз.-хім. механіка матеріалів*. – 2010. – 46, № 4. – С. 92–97.
(Hachkevych O. R. and Musii R. S. Bearing ability of conducting elements of the canonical shape under the action of electromagnetic pulses // *Materials Science*. – 2011. – 46, № 4. – P. 536–542.)
12. Мусій Р. С. Динамічні задачі термомеханіки електропровідних тіл канонічної форми. – Львів: Растр-7, 2010. – 216 с.
13. Wang X. and Dai H. L. Magneto-thermo-dynamic stress and perturbation of magnetic field vector in a hollow cylinder // *J. Therm. Stress*. – 2004. – № 3. – P. 269–288.
14. Konga T., Lib D. X., and Wanga X. Thermo-magneto-dynamic stresses and perturbation of magnetic field vector in a non-homogeneous hollow cylinder // *Applied Mathematical Modelling*. – 2009. – 33, Is. 7. – P. 2939–2950.
15. Писаренко Г. С., Лебедев А. А. Сопротивление материалов деформированию и разрушению при сложном напряженном состоянии. – К.: Наук. думка, 1969. – 218 с.
16. Баженов В. Г., Петров М. В. О применении магнитоимпульсного способа деформирования для исследования вязкопластических характеристик материалов // *Прикл. проблемы прочности и пластичности. Методы решения задач упругости и пластичности*. – 1980. – № 37. – С. 18–25.
17. *Термоупругость* электропроводных тел / Я. С. Подстригач, Я. И. Бурак, А. Р. Гачкевич, Л. В. Чернявская. – К.: Наук. думка, 1977. – 248 с.

Одержано 11.07.2013