

УДК 539.375

ВПЛИВ ЗАЛИШКОВИХ НАПРУЖЕНЬ НА ГРАНИЧНУ РІВНОВАГУ ТРУБОПРОВОДУ З ВНУТРІШНЬОЮ ТРІЩИНОЮ ДОВІЛЬНОЇ КОНФІГУРАЦІЇ

А. Р. ДЗЮБИК¹, Т. М. НИКОЛИШИН², Ю. В. ПОРОХОВСЬКИЙ¹

¹ Національний університет "Львівська політехніка";

² Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

На основі рівнянь теорії оболонок типу Тимошенка та аналога δ_ϵ -моделі задачу про напружений стан і граничну рівновагу трубопроводу з внутрішньою поздовжньою тріщиною довільної конфігурації, яка знаходиться в полі залишкових напружень, зведено до системи нелінійних сингулярних інтегральних рівнянь. Запропоновано алгоритм її числового розв'язування. Вивчено вплив ортотропії, навантаження та геометричних параметрів на розкриття тріщини.

Ключові слова: ортотропна циліндрична оболонка, внутрішня тріщина, інтегральні рівняння, розкриття фронту тріщини, теорія оболонок типу Тимошенка.

Експлуатація трубопроводу впродовж тривалого часу за циклічної зміни експлуатаційного тиску, перепадів температури, залишкових технологічних напружень, протікання корозійних процесів, деформації осі трубопроводу внаслідок зміщення опор, усадки та вимивання ґрунтів тощо призводить до виникнення дефектів у тілі труби, зміни фізико-механічних, зокрема міцнісних, характеристик трубопроводу. Ці ж умови навколишнього середовища сприяють підростанню дефектів у тілі труби, що утворилися під час її виготовлення, транспортування та побудови трубопроводу. Як концентратори напружень вони суттєво знижують його надійність. Тому гостро постає проблема діагностики технічного стану тіла труби, оцінки залишкового ресурсу магістральних трубопроводів та придатності їх до подальшої експлуатації. Існуючі методи контролю (візуальний огляд, товщинометрія, дефектоскопія, внутрішній інтелектуальний поршень тощо) виявили, що найбільше дефекти накопичуються на ділянках зварного шва. Сам шов є теж концентратором напружень, оскільки біля нього є зварні залишкові напруження та різко змінюються міцнісні характеристики металу на межі зони термічного впливу та основного металу труби. Під час побудови розрахункової схеми для дослідження напружено-деформованого стану зварного з'єднання магістрального трубопроводу трубу моделюватимемо нескінченною ортотропною (трубопроводи виготовлені з прокату або суцільнотягнуті) замкнутою циліндричною оболонкою з кусково-сталими фізико-механічними характеристиками, а поверхневі та внутрішні дефекти (тріщини, включення, надрізи, непровари тощо) з гострими кутами – еквівалентними внутрішніми тріщинами [1]. Тут під еквівалентністю розуміємо забезпечення однакової міцності труби з реальними дефектами та модельною тріщиною.

Розглянемо ортотропну безмежну замкнуту циліндричну оболонку, серединна поверхня якої віднесена до координатних ліній α, β , що зварена із двох півбезмежних частин поперечним швом $|\alpha| < \alpha_1$ ($\alpha_1 = l_1/R$; l_1 – ширина зони терміч-

ного впливу; R – радіус серединної поверхні оболонки). Вважаємо, згідно з результатами експериментальних досліджень [2], що основний матеріал оболонки та метал зони термічного впливу мають однакові пружні характеристики (модулі пружності E_i та коефіцієнти Пуассона μ_i), але різні пороги текучості та границі міцності в напрямку, перпендикулярному до тріщини, відповідно σ_{T1} , σ_{T2} , та σ_{B1} , σ_{B2} .

Формулювання задачі. Оболонка завтовшки $2h$ ослаблена поздовжньою внутрішньою тріщиною завдовжки $2l_0$. Глибину тріщини задають дві гладкі криві $d_1(\alpha)$ та $d_2(\alpha)$ (рис. 1). Тріщина розміщена вздовж координатної лінії $\beta = 0$ з початком координат в її центрі.

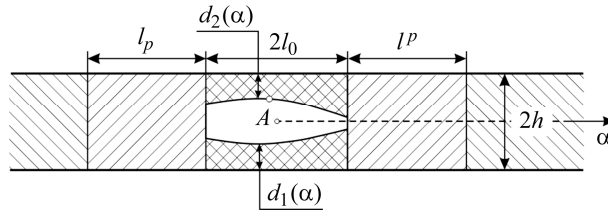


Рис. 1. Схема розміщення внутрішньої тріщини та пластичних зон.

Fig. 1. A chart of the internal crack and plastic zones location.

Вважатимемо, що оболонка та береги тріщини завантажені лише симетричними відносно її площини зусиллями та моментами. Під час деформації береги тріщини не контактують. Площа тріщини, зовнішнє навантаження та властивості матеріалу передбачаємо такими, що на її продовженні по всій товщині оболонки вузькою смугою розвиваються пластичні деформації. Тепер згідно з аналогом δ_c -моделі [3, 4] зони пластичної деформації замінимо поверхнями розриву пружних переміщень і кутів повороту, а реакцію матеріалу пластичної зони на пружну – відповідними зусиллями та моментами. Припускаємо, що на продовженні тріщини в глибину до зовнішньої і внутрішньої поверхонь оболонки, тобто в області $\alpha \in]-\alpha_0; \alpha_0[$; $\gamma \in [-h; -h + d_1] \cup [h - d_2; h]$ ($\alpha_0 = l_0/R$; γ – нормальна до серединної поверхні координата), діють сталі напруження

$$\sigma_0 = \begin{cases} (\sigma_{B2} + \sigma_{T2})/2, & |\alpha| < \alpha_1 \\ (\sigma_{B1} + \sigma_{T1})/2, & \alpha_1 \leq |\alpha| < \alpha_0. \end{cases} \quad (1)$$

У пластичних зонах на продовженні тріщини, тобто в областях $\gamma \in [-h; h]$, $\alpha \in]-\alpha_p; -\alpha_0[\cup]\alpha_0; \alpha^p[$ ($\alpha_p = l_p/R$; $\alpha^p = l^p/R$; l^p, l_p – довжини пластичних зон на продовженні тріщини) діють невідомі нормальні зусилля N_p^i та згинні моменти M_p^i ($i = 1, 2$), які протидіють розкриттю тріщини та задовольняють певну умову пластичності тонких оболонок [5].

Таким чином, у межах прийнятого аналога δ_c -моделі пружно-пластичну задачу про граничну рівновагу оболонки з внутрішньою тріщиною заданої довжини $2l_0$ зведено до задачі про пружну рівновагу такої ж оболонки з фіктивною наскрізною тріщиною невідомої довжини $2l_2 = 2l_0 + l_p + l^p$, на берегах якої виконуються умови

$$f_1(\alpha) = \begin{cases} N_2^1 + N^l + N^* - N_2^0, & |\alpha| \leq \alpha_0, \\ -N_2^0 + N_p^1, & \alpha_0 < \alpha < \alpha_0 + \alpha_p, \\ -N_2^0 + N_p^2, & -\alpha_0 - \alpha^p < \alpha < -\alpha_0, \end{cases}$$

$$f_1(\alpha) = \begin{cases} M_2^1 + M^l + M^* - M_2^0, & |\alpha| \leq \alpha_0, \\ -M_2^0 + M_p^1, & \alpha_0 < \alpha < \alpha_0 + \alpha_p, \\ -M_2^0 + M_p^2, & -\alpha_0 - \alpha^p < \alpha < -\alpha_0. \end{cases} \quad (2)$$

Тут N_2^1, M_2^1 – зусилля та момент, прикладені до берегів реальної тріщини; N_2^0, M_2^0 – ці ж параметри на лінії тріщини в суцільній оболонці, зумовлені зовнішнім навантаженням; N^*, M^* – залишкові зусилля та момент, спричинені зварним швом, методи визначення яких у звареній кільцевим швом циліндричній оболонці відомі [6, 7]; N^l, M^l – нормальне зусилля та згинний момент, які є реакцією матеріалу на розрив внутрішніх зв'язків над і під внутрішньою тріщиною та які згідно з прийнятими припущеннями про напружений стан у цих зонах визначаємо за формулами:

$$N^l(\alpha) = \sigma_0 \left(\int_{-h}^{d_1(\alpha)} d\gamma + \int_{d_2(\alpha)}^h d\gamma \right), \quad M^l(\alpha) = \sigma_0 \left(\int_{-h}^{d_1(\alpha)} \gamma d\gamma + \int_{d_2(\alpha)}^h \gamma d\gamma \right). \quad (3)$$

Основні співвідношення анізотропної циліндричної оболонки з тріщиною. За уточненою теорією оболонок типу Тимошенка систему десятого порядку п'яти диференціальних ключових рівнянь, що враховують тріщину, запишемо в матричному вигляді [3, 8, 9]:

$$L\bar{u} = R M_1^{\epsilon T} \bar{\epsilon}_1^0 + c_1^2 R^2 M_2^{\epsilon T} \bar{\epsilon}_2^0, \quad (4)$$

де

$$\begin{aligned} L &= N_1^{\epsilon} M_1^{\epsilon} + c_1^2 N_2^{\epsilon} M_2^{\epsilon}, \quad c_1^2 = h^2 / (3R^2); \quad M_j^{\epsilon} = \mathbf{C} N_j^{\epsilon}; \\ N_1^{\epsilon} &= \begin{pmatrix} \partial_1 & \partial_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \partial_1 & \partial_2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -\partial_1 & -\partial_2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad N_2^{\epsilon} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \partial_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \partial_1 & \partial_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \partial_1 & \partial_2 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \\ \mathbf{C} &= \begin{pmatrix} \mathbf{C}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_2 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{C}_1 = \begin{pmatrix} c_{11} & 0 & c_{12} \\ 0 & c_{66} & 0 \\ c_{12} & 0 & c_{22} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{C}_2 = k' \begin{pmatrix} c_{44} & 0 \\ 0 & c_{55} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \\ \bar{u} &= \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \\ \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{pmatrix}; \quad \bar{\epsilon}_1^0 = \begin{pmatrix} \epsilon_{11}^0 \\ \epsilon_{12}^0 \\ \epsilon_{22}^0 \\ \epsilon_{13}^0 \\ \epsilon_{23}^0 \end{pmatrix}; \quad \bar{\epsilon}_2^0 = \begin{pmatrix} \chi_{11}^0 \\ \chi_{12}^0 \\ \chi_{22}^0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Тут верхнім індексом “Т” позначено транспоновану матрицю; $k' = 5/6$ – введений у теорії оболонок типу Тимошенка коефіцієнт зсуву для перерізальних сил; пружні сталі матеріалу оболонки c_{ij} визначаємо через технічні сталі за співвідношеннями

$$c_{11} = \frac{2E_1 h}{1 - \mu_1 \mu_2}; \quad c_{22} = \frac{2E_2 h}{1 - \mu_1 \mu_2}; \quad c_{12} = \frac{2hE_1 \nu_2}{1 - \mu_1 \mu_2};$$

$$c_{44} = 2hG_{23}; \quad c_{55} = 2hG_{13}; \quad c_{66} = 2hG_{12}; \quad E_1 \nu_2 = E_2 \mu_1;$$

E_i, μ_i ($i=1,2$) – відповідно модулі пружності та коефіцієнти Пуассона в напрямку координатних ліній α, β ; G_{12} – модуль зсуву між цими напрямками; G_{13} – модуль зсуву між напрямками α або β та γ ; u, v, w – компоненти переміщення серединної поверхні оболонки; γ_1, γ_2 – кути повороту між нормаллю до серединної поверхні та лініями α, β ; $\epsilon_{ij}^0, \kappa_{ij}^0$ – деформації, що виражені через стрибки переміщень і кутів повороту.

Розв'язок системи (4) шукаємо у вигляді

$$\bar{u} = RL^{*-1}(M_1^{\epsilon^*T} \bar{\phi}_1 + c_1^2 M_2^{\epsilon^*T} \bar{\phi}_2). \quad (5)$$

Тут $L^{\epsilon^{-1}}$ – матриця алгебричних доповнень до матриці L^{ϵ} , тому

$$L^{\epsilon} L^{\epsilon^{-1}} = D^* E^{\epsilon}; \quad D^* = \det L^{\epsilon}; \quad E^{-\epsilon} = E; \quad (6)$$

$\bar{\phi}_1 = (\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, \phi_5)$; $\bar{\phi}_2 = (\psi_1, \psi_2, \psi_3, 0, 0)$ – вектори ключових функцій, які задовольняють рівняння

$$D^* \bar{\phi}_i = \bar{\epsilon}_i^{(0)} \quad (i=1,2). \quad (7)$$

Вирази для знаходження зусиль і моментів через ці функції мають вигляд

$$\bar{n}_1 = c_1^2 \Omega_1 (N_1^{\epsilon} \bar{\phi}_1 + c_1^2 R M_2^{\epsilon} \bar{\phi}_2), \quad \bar{n}_2 = c_1^2 \Omega_1 R (M_1^{\epsilon} \bar{\phi}_1 + c_1^2 R N_2^{\epsilon} \bar{\phi}_2), \quad (8)$$

де \bar{n}_1, \bar{n}_2 – вектори зусиль й моментів серединної поверхні:

$$\bar{n}_1 = \begin{bmatrix} N_1 \\ S \\ N_2 \\ Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix}; \quad \bar{n}_2 = \begin{bmatrix} M_1 \\ H \\ M_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$N_1^{\epsilon} = M_1^{\epsilon} L^{\epsilon} M_1^{\epsilon} - D^* \epsilon, \quad N_2^{\epsilon} = c_1^2 M_2^{\epsilon} L^{\epsilon} M_2^{\epsilon} - D^* \epsilon;$$

$$N_i^{\epsilon j} = M_i^{\epsilon} L^{\epsilon} M_j^{\epsilon} \quad (i, j=1,2; i \neq j), \quad \Omega_1 = \det \epsilon.$$

З виразу (5) випливає:

$$N_i^{\epsilon} = (N_i^{\epsilon})^T; \quad N_i^{\epsilon j} = (N_j^{\epsilon})^T \quad (i, j=1,2; i \neq j).$$

Ключові функції $\bar{\phi}_1, \bar{\phi}_2$ подамо у вигляді інтеграла згортки по серединній поверхні оболонки, вважаючи, що компоненти деформації $\bar{\epsilon}_1^{(0)}, \bar{\epsilon}_2^{(0)}$ на ній є інтегрованими функціями:

$$\begin{pmatrix} \bar{\phi}_1 \\ \bar{\phi}_2 \end{pmatrix}(\alpha, \beta) = \frac{1}{c_1^2 \Omega} \iint \begin{pmatrix} \epsilon_1^{(0)} \\ \epsilon_2^{(0)} \end{pmatrix}(\xi_1, \xi_2) g(\alpha - \xi_1, \beta - \xi_2) d\xi_1 d\xi_2. \quad (9)$$

Тут $g(\alpha, \beta)$ – фундаментальний розв'язок [10] рівняння

$$D^* g(\alpha, \beta) = \delta(\alpha) \delta_T(\beta), \quad (10)$$

де $\delta(\alpha)$; $\delta_T(\beta)$ – дельта-функції Дірака (нижній індекс свідчить, що функція T -періодична); $\Omega = \det \mathbb{C}_1^0$.

Враховуючи симетричність навантаження, розміщення тріщин, а також те, що переміщення й кути повороту за переходу через тріщину мають стрибок, а зусилля й моменти – неперервні функції, поле деформацій $\bar{\epsilon}_1^0$, $\bar{\epsilon}_2^0$ зведемо до вигляду

$$\begin{aligned} \epsilon_{22}^0(\alpha, \beta) &= R^{-1}[u(\alpha)]\delta(\beta); \quad \kappa_{22}^0(\alpha, \beta) = R^{-1}[\gamma_1(\alpha)]\delta(\beta); \\ \epsilon_{11}^0 &= \epsilon_{12}^0 = \epsilon_{13}^0 = \epsilon_{23}^0 = \kappa_{12}^0 = \kappa_{11}^0 = 0; \end{aligned} \quad (11)$$

$[a(\beta)]$ – стрибок узагальнених переміщень.

Інтегральні рівняння задачі. З допомогою фундаментального розв'язку рівняння (10) та операції згортки побудуємо інтегральні подання ключових функцій (9) $\bar{\Phi}_i$ ($i=1,2$), а за формулами (8) – інтегральні подання зусиль та моментів для замкнутої ортотропної циліндричної оболонки. Вимагаючи тепер, щоб на берегах фіктивної тріщини виконувались умови (2), отримуємо систему двох сингулярних інтегральних рівнянь:

$$\sum_{j=1}^2 \int_{-1}^1 F_j(\theta) \left[\frac{a_{ij}}{\theta - \alpha} + \tilde{K}_{ij}(\theta, \alpha) \right] d\theta = b_i f_i(\alpha), \quad i=1,2, \quad (12)$$

де $F_1 = \frac{d}{d\theta}[u(\theta)]$; $F_2 = \frac{d}{d\theta}[\gamma_1(\theta)]$; $f_i(\alpha)$ – задані співвідношеннями (2), тобто розривні функції; ядра $\tilde{K}_{ij}(z)$ – неперервні функції на проміжку $z \in [-1;1]$; параметри $\tilde{K}_{ij}(z)$, a_{ij} , b_i відомі [9] і відповідають ядрам для оболонки, ослабленої однією наскрізною поздовжньою тріщиною.

Розв'язки системи сингулярних інтегральних рівнянь (12) повинні задовольняти умови

$$\int_{-\alpha_2}^{\alpha_2} F_m(\xi) d\xi = 0, \quad m=1,2, \quad (13)$$

які забезпечують неперервність переміщення u та кута повороту γ_1 у вершинах тріщини і впливають зі співвідношень (5), (11).

За моделлю в системі (12) невідомі розміри зон пластичних деформацій l^p , l_p , а також зусилля N_p^1 , N_p^2 та моменти M_p^1 , M_p^2 , що відповідають реакції пластичних зон на пружний об'єм і задовольняють певну умову пластичності тонких оболонок. Наприклад, умову Треска для пластичного поверхневого шару

$$\frac{N^i}{2h\sigma_{T\beta}} + \frac{3|M^i|}{2h^2\sigma_{T\beta}} = 1, \quad i=1,2, \quad (14)$$

або пластичного шарніра

$$\left(\frac{N^i}{2h\sigma_{T\beta}} \right)^2 + \frac{|M^i|}{h^2\sigma_{T\beta}} = 1. \quad (15)$$

За умов (14) або (15) визначаємо довжину пластичних зон l^p , l_p . Для знаходження невідомих N_p^1 , N_p^2 та M_p^1 , M_p^2 застосуємо умови скінченності напру-

жень біля вершини фіктивної тріщини. Для цього достатньо, щоб коефіцієнти інтенсивності нормальних зусиль та згинних моментів дорівнювали нулю в обох вершинах фіктивної тріщини, тобто

$$K_N(\pm\alpha_2) = K_M(\pm\alpha_2) = 0. \quad (16)$$

Таким чином, задачу про граничну рівновагу ортотропної пружно-пластичної циліндричної оболонки з внутрішньою поздовжньою тріщиною довільної конфігурації звели до сумісного розв'язання системи сингулярних інтегральних рівнянь (12), умов однозначності переміщень (13), умов пластичності (14) або (15) та умов обмеженості напружень (16).

Слід відмітити, що в системі (12) невідомі межі інтегрування α_2 , оскільки невідомі розміри пластичних зон. Крім цього, праві її частини – розривні функції в точках $\alpha = \pm\alpha_0$, що впливає зі співвідношення (2). Розв'язок системи (12) можна шукати одним із прямих числових методів, наприклад, методом механічних квадратур. Але в точках $\alpha = \pm\alpha_0$ вони дають значну похибку, а саме тут нас цікавить розкриття тріщин. Тому розв'язок шукаємо у вигляді

$$F_m(\theta) = h_m(\theta) + \psi_m(\theta), \quad m = 1, 2, \quad (17)$$

де $h_m(\theta)$ – розв'язок системи рівнянь

$$\sum_{j=1}^2 a_{ij} \int_{-1}^1 \frac{h_j(t)}{t - \theta} dt = f_i(\theta), \quad i = 1, 2, \quad (18)$$

який задовольняє умови

$$\int_{-1}^1 h_i(t) dt = 0, \quad i = 1, 2.$$

Систему (18) розв'язуємо з допомогою формули обернення інтегралів типу Коші. Підставляючи тепер (17) в (12), отримуємо систему сингулярних інтегральних рівнянь для функції $\psi_m(\theta)$, яка має вигляд системи (12), але з неперервною правою частиною. Алгоритм сумісного її розв'язування та додаткових умов такий. Вибираємо деяке початкове наближення значення α_2 , будуємо розв'язок одержаної системи інтегральних рівнянь, з умови (16) знаходимо значення N_p^1 , N_p^2 та M_p^1 , M_p^2 , які підставляємо в умови (14) або (15). Якщо вибрану умову пластичності задовольняємо з наперед заданою точністю, то задача розв'язана, якщо ні, змінюємо α_2 і процедуру повторюємо.

Інтегруючи розв'язок системи (12), розкриття тріщини $\delta(\alpha, \gamma)$ у довільній її точці визначаємо так:

$$\delta(\alpha, \gamma) = [u(\alpha)] + \gamma[\gamma_1(\alpha)], \quad |\alpha| < \alpha_2, \quad |\gamma| \leq h.$$

Загалом вирази для знаходження залишкових зварних зусилля $N^*(\alpha)$ та моменту $M^*(\alpha)$ громіздкі [7], тому використати формулу обернення інтегралів типу Коші для обчислення функцій $h_i(\alpha)$ дуже складно. Функції $h_i(\alpha)$, коли зусилля і моменти основного напруженого стану сталі ($N_2^0, M_2^0 = \text{const}$), а залишкові напруження апроксимовані прямокутною епюрою (N^*, M^* – кусково сталі), крім цього, довжина тріщини не більша ширини смуги термічного впливу та ширини зони додатних залишкових напружень, наведені раніше [3].

Якщо залишкові зварні напруження не апроксимовані кусково сталою функцією, або довжина тріщини більша від зони термічного впливу та зони додатних залишкових напружень, розв'язок системи інтегральних рівнянь (12) будуємо методом механічних квадратур без подання (17). Значення залишкових зусилля $N^*(\alpha)$ та моменту $M^*(\alpha)$ взято із праці [7]. Тому аналізували ізотропну або слабоортотропну ($E_1/E_2 \leq 1,3$) циліндричну оболонку, що знаходиться під дією внутрішнього тиску інтенсивності p ($N_2^0 = pR, M_2^0 = 0$). Для цього використали такі параметри: $R=0,516$ м; $2h = 0,012$ м; $\mu = 0,3$; $l_0 = 6h$; $\sigma_{T_2} = 1,4\sigma_{T_1}$. Вважали, що матеріали труби та зони термічного впливу ідеально пружно-пластичні: $\sigma_{B_i} = \sigma_{T_i}$ ($i=1,2$). Оболонка ослаблена внутрішньою параболічною тріщиною:

$$d_1(\alpha) = \frac{1}{\tau_0^2}(h - d'_1 - d'_2)\alpha^2 - h + d'_1, \quad d_2(\alpha) = -\frac{1}{\tau_0^2}(h - d'_1 - d'_2)\alpha^2 + h - d'_2,$$

d'_1 та d'_2 – віддаль від вершини відповідної параболи до внутрішньої та зовнішньої поверхонь оболонки; $\tau_0 = l_0/l_p$; $d'_1/h = 0,1$; $d'_2/h = 0,15$. Тоді $l_p = l^p$; $N_p^1 = N_p^2$ та $M_p^1 = M_p^2$.

Побудували (рис. 2а) залежності відносного розкриття тріщини в точці А (див. рис. 1) $\delta^* = \delta(\alpha, \gamma)E_1/(l_0\sigma_{T_1})$ від відносної довжини реальної тріщини l_0/R для різних значень параметра $n^* = N^*/N_2^0 = N_{\max}^0/(pR) = 0; 0,2; 0,4$ та відносного навантаження $n^0 = pR/(2h\sigma_{T_1}) = 0,2$. При цьому довжина тріщини менша від зони додатних залишкових напружень. Суцільні лінії відповідають розв'язку, отриманому у вигляді подання (17), а штрихові – прямому числовому. Отже, залишкові напруження розтягу збільшують розкриття. Прямий числовий розв'язок, який не враховує розрив у правих частинах інтегральних рівнянь, дає занижені результати.

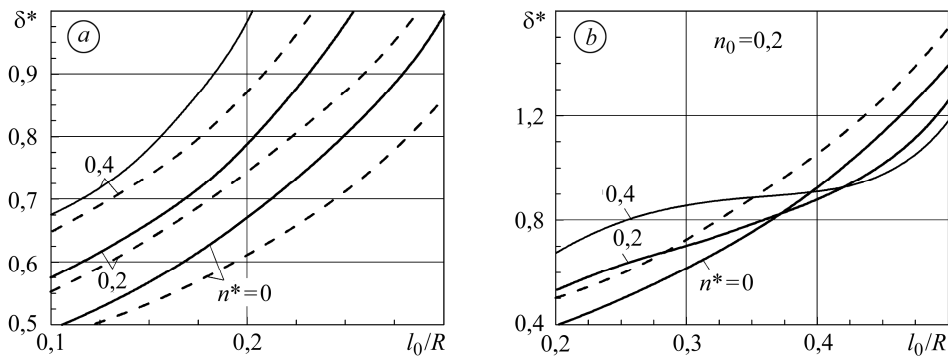


Рис. 2. Залежність відносного розкриття вершини тріщини від її довжини, якщо $l_0 < l_1$ (а) і $l_0 > l_1$ (б).

Fig. 2. Relative crack tip opening vs. its length for $l_0 < l_1$ (a) and $l_0 > l_1$ (b).

Подано також (рис. 2б) ці залежності, коли тріщина довша, ніж зона додатних залишкових напружень. Розв'язок побудовано прямим числовим методом. Тільки, якщо $n^* = 0$, штрихову лінію отримано з розв'язку, записаного у вигляді суми (17). Залишкові напруження можуть ініціювати розкриття тріщини або бути бар'єром на шляху її поширення.

Результати (рис. 2) отримали за умови пластичності (14). Якщо брали умову (15), вони якісно не відрізнялися, але на 8...10% більші. Розкриття тріщини визначали теж для ситуації, коли оболонка ослаблена прямокутною внутрішньою тріщиною глибиною $2h - d'_1 - d'_2$. Отримали, що розкриття тріщини в точці A на 25% більше, ніж для параболічної тріщини. Відмітимо, що ці результати відповідають ізотропній оболонці ($E_1/E_2 = 1$); δ^* визначали теж при $E_1/E_2 = 1,1; 1,2$ та $1,3$. Зі збільшенням відношення E_1/E_2 відносно розкриття фронту тріщини δ^* зростає.

ВИСНОВКИ

Якщо за критерій руйнування обрати критичне розкриття фронту тріщини, то руйнування оболонки для розглянутих випадків розпочнеться в точці A . Числовий аналіз виявив, що вибір умови пластичності слабо впливає на розкриття фронту тріщини та розмір пластичних зон.

РЕЗЮМЕ. На основани уравнений теории оболочек типа Тимошенко и аналога δ_c -модели задачу о напряженном состоянии и предельном равновесии трубопровода с внутренней продольной трещиной произвольной конфигурации, находящейся в поле остаточных напряжений, сведено к системе нелинейных сингулярных интегральных уравнений. Предложен алгоритм ее численного решения. Изучено влияние ортотропии, нагрузки и геометрических параметров на раскрытие трещины.

SUMMARY. Based on the equations of the theory of Timoshenko-type shells and analogue of δ_c -model, the problem on the stressed state and limit equilibrium of a pipeline with an internal longitudinal crack of arbitrary configuration in the field of residual stresses is reduced to a system of nonlinear singular integral equations. An algorithm of numerical solution is proposed. The influence of orthotropy, loading and geometric parameters on the crack opening is analyzed.

1. *MP 108.7–86.* Расчеты на прочность: Оборудование энергетическое. – М.: НПО ЦНИИТМАШ, 1986. – 30 с.
2. *Тальтов Г. Б.* Сварочные деформации и напряжения. – Л.: Машиностроение, 1973. – 278 с.
3. *Кушнір Р. М., Николишин М. М., Осадчук В. А.* Пружний та пружно-пластичний граничний стан оболонок з дефектами. – Львів: Сполом, 2003. – 320 с.
4. *Панасюк В. В.* Механика квазихрупкого разрушения материалов. – К.: Наук. думка, 1991. – 416 с.
5. *Прагер В.* Проблемы теории пластичности. – М.: Физматгиз, 1958. – 136 с.
6. *Кир'ян В. І., Осадчук В. А., Николишин М. М.* Механіка руйнування зварних з'єднань металоконструкцій. – Львів: Сполом, 2007. – 318 с.
7. *Осадчук В. А., Дзюбик А. Р., Банахевич Ю. В.* Визначення залишкових напружень в околі кільцевого зварного з'єднання труб з урахуванням структурних змін в зоні термічного впливу // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – 2003. – № 1. – С. 77–81.
8. *Николишин Т., Пороховський Ю.* Гранична рівновага анізотропної пружно-пластичної замкнутої циліндричної оболонки з двома внутрішніми поперечними тріщинами // Тези доп. 11-й Міжнар. симп. укр. інженерів-механіків у Львові. – Львів: КІНПАТРИ ЛТД, 2013. – 48 с.
9. *Николишин Т. М.* Ортотропна пружно-пластична замкнута циліндрична оболонка з двома поперечними поверхневими тріщинами // Прикл. проблеми механіки і математики. – 2012. – Вип. 10. – С. 152–158.
10. *Прокопович І. Б., Сеньків Л. М.* Фундаментальний розв'язок рівнянь рівноваги анізотропної циліндричної оболонки зі скінченною зсувною жорсткістю // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1995. – **31**, № 2. – С. 56–61.
(*Prokopovych O. B. and Sen'kiv L. M.*, Fundamental solution of balance equations for an anisotropic cylindrical shell with finite shear rigidity // Material Science. – 1995. – **31**, № 2. – P. 207–212.)

Одержано 30.04.2015