

УДК 539.4

## ЕНЕРГІЯ ДЕФОРМУВАННЯ ПРУЖНОГО ТІЛА З МІКРОТРИЩИНОЮ ПІД ТИСКОМ

М. Г. СТАЩУК, М. І. ДОРОШ

*Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів*

Визначено комплексні потенціали та відповідний напружено-деформований стан тіла з дислокаційною тріщиною зі заданим у ній тиском. Розраховано геометричні параметри тріщиноподібної дислокаційної порожнини. Одержано співвідношення для розрахунку енергії тіла з такою тріщиною. Встановлено довжини рівноважної та нерівноважної тріщин, а також отримано значення критичного тиску, коли тріщина стартує.

**Ключові слова:** мікротріщина, вектор Бюргерса, напружено-деформований стан, комплексні потенціали Колосова–Мухелішвілі, пружна енергія деформування, поверхнева енергія, рівноважна довжина дислокаційної тріщини.

У механіці руйнування матеріалів [1–5] залишається недостатньо вивченим зародження у твердих деформівних тілах найдрібніших тріщин, які є джерелом початку та поширення руйнування. Тут очікуваними є два випадки. Перший, коли тріщина непоширювана, тобто рівноважна. Другий, коли ріст тріщини за певних умов стає нестабільним, тобто стрибкоподібним або спонтанним.

Найдрібнішою рівноважною тріщиною вважають [6–13] порожнину перед дислокаційною екстраплощиною, яку А. Коттрелл назвав порожнистим ядром [7], а Ж. Фрідель [8] – ядром дислокації. Саме це ядро і є тим рушійним чинником, який призводить до руйнування матеріалу. Однак дослідження його поведінки за цих умов не завершено. Водночас застосуванням дислокаційних теорій до аналізу руйнування без урахування ядра дислокації присвячені праці [6–9]. Але точні кількісні оцінки відсутні. Одержати їх можна лише за коректного врахування порожнистості цього ядра.

Тому нижче побудовано строгу модель для визначення напружено-деформованого та граничного стану кристалічного тіла з крайовою дислокацією, аналітично і кількісно оцінено його енергію, а також визначено розмір рівноважного порожнистого ядра, критичну довжину дислокаційної тріщини та внутрішній тиск для її старту.

**Фізична суть задачі.** В ідеальному кристалі вставлено  $n$  атомних півплощин (рис. 1). Такого типу дефект у кристалічному тілі вважають [6–11] аналогом крайової дислокації, що створює внутрішній напружено-деформований стан (НДС) у кристалі, а також підвищує його внутрішню енергію. Крайні атоми півплощини та порожнину в його околі називають [6–8] ядром, яке порушує регулярну структуру кристала. Ядро такої дислокації вважатимемо тріщиною завдовжки  $l$ .

В одній із її вершин, де закінчується атомна вставка, стрибок переміщень дорівнює вектору Бюргерса  $\vec{b}$  [5–11]. У другій, де завершується порушення структури кристала, береги тріщини змикаються. Потрібно встановити форму поверхні

дислокаційного ядра та напруження у кристалі з дислокацією, компоненти вектора переміщень, об'єм порожнини ядра та його енергію. Визначальною тут є критична довжина мікротріщини, що передує дислокаційній півплощині. Завершальним стає перехід рівноважної дислокаційної тріщини до нестійкої під час поширення під відповідними навантаженнями. Такі результати необхідні для вивчення наводнювання матеріалів. До того ж тут найважливіше визначити НДС тіла з дислокаційною тріщиною під дією внутрішнього тиску  $p$ .

**Формулювання задачі.** Зв'яжемо дислокаційний тріщиноподібний дефект з прямокутною системою координат  $xOy$ . Вісь  $Ox$  сумісно з віссю його симетрії, а центр  $O$  – з кінцевим атомом вставленої атомної півплощини (рис. 2).

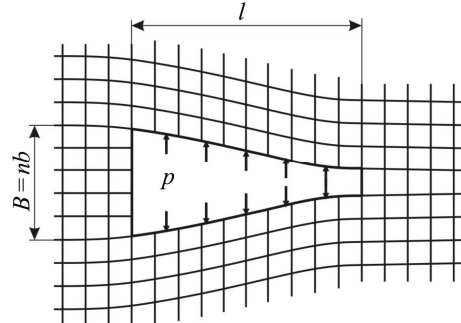


Рис. 1. Схема крайової дислокації з порожниною під тиском.

Fig. 1. Scheme of an edge dislocation with a cavity under pressure.

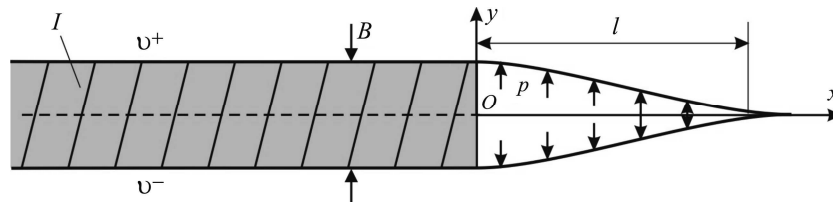


Рис. 2. Схема дислокаційної тріщини з внутрішнім тиском: I – вставлена атомна півплощина.

Fig. 2. Scheme of a dislocation crack under pressure: I – atomic inserted half-plane.

Вважаємо, що уздовж дефекту, де вставлена атомна півплощина, тобто на промені  $x \in (-\infty, 0]$ , задані переміщення  $v^+ = -v^- = B/2$ , відповідно на верхньому і нижньому берегах, викликані внутрішніми напруженнями від півплощини. На берегах тріщини задано внутрішній тиск  $p$ .

**Комплексні потенціали НДС, інтегральне рівняння задачі та його розв'язок.** Уведемо такі позначення:

$$\sigma_y^\pm(x, 0) - i\tau_{xy}^\pm(x, 0) = p(x) \pm q(x), \quad (1)$$

$$2\mu \frac{d}{dx} (u^\pm(x, 0) + iv^\pm(x, 0)) = f'(x) \pm g'(x), \quad (2)$$

де  $\sigma_y^\pm(x, 0), \tau_{xy}^\pm(x, 0)$  – компоненти тензора напружень;  $u^\pm(x, 0), v^\pm(x, 0)$  – компоненти переміщень;  $p(x), q(x), f'(x), g'(x)$  – задані функції на відповідних ділянках контуру дефекту;  $\mu$  – модуль зсуву;  $i^2 = -1$ .

Також позначимо:

$$\{G(\rho^*, x), F(\rho^*, x)\} = \begin{cases} \{-2q(x), -2p(x)\}, & \rho^* = -1, \\ \{2g'(x), 2f'(x)\}, & \rho^* = \chi. \end{cases} \quad (3)$$

Тут параметр  $\rho^* = -1$  відповідає порожнесті всередині контуру, а  $\rho^* = \chi$  – заповненню кристалічного тіла атомною площиною. При цьому  $\chi = 3 - 4\nu$  – для плоскої деформації;  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона.

Для встановлення НДС тіла з дислокаційною тріщиною використаємо введені позначення (3) та співвідношення Колосова–Мусхелішвілі [14]:

$$\sigma_x + \sigma_y = 2[\Phi(z) + \overline{\Phi(z)}], \quad \sigma_y - i\tau_{xy} = \Phi(z) + \Omega(\bar{z}) + (z - \bar{z})\overline{\Phi'(z)}, \quad (4)$$

$$2\mu(u' + iv') = \chi\Phi(z) - \Omega(\bar{z}) - (z - \bar{z})\overline{\Phi'(z)}, \quad (5)$$

де  $z = x + iy$ ;  $u' = \partial u / \partial x$ ;  $v' = \partial v / \partial x$ . Для визначення комплексних функцій  $\Phi(z)$ ,  $\Omega(z)$  одержимо крайові умови

$$\rho^*\Phi^+(x) - \Omega^-(x) - \rho^*\Phi^-(x) + \Omega^+(x) = G(\rho^*, x), \quad (6)$$

$$\rho^*\Phi^+(x) - \Omega^-(x) + \rho^*\Phi^-(x) - \Omega^+(x) = F(\rho^*, x), \quad (7)$$

де  $\Phi^\pm(z)$ ,  $\Omega^\pm(z)$  – граничні значення функцій на верхньому та нижньому берегах дислокаційного дефекту.

На основі рівності (6), як її аналог, уведемо невідому функцію  $G(\rho, x)$  співвідношенням

$$\rho\Phi^+(x) - \Omega^-(x) - \rho\Phi^-(x) + \Omega^+(x) = G(\rho, x),$$

яка за  $\rho = -1$  рівна  $2g'(x)$ , а за  $\rho = \chi$  дорівнює  $2q(x)$ . Тепер, використовуючи співвідношення (6) та (7), можемо записати:

$$(\rho - \rho^*)[\Phi^+(x) - \Phi^-(x)] = G(\rho, x) - G(\rho^*, x);$$

$$(\rho - \rho^*)[\Omega^+(x) - \Omega^-(x)] = \rho G(\rho^*, x) - \rho^* G(\rho, x).$$

Звідси за формулами Сохоцького–Племеля маємо [15]:

$$\Phi(z) = \frac{1}{2\pi i(\rho - \rho^*)} \int_{-\infty}^l \frac{G(\rho, t) - G(\rho^*, t)}{t - z} dt,$$

$$\Omega(z) = \frac{1}{2\pi i(\rho - \rho^*)} \int_{-\infty}^l \frac{\rho G(\rho^*, t) - \rho^* G(\rho, t)}{t - z} dt. \quad (8)$$

Підставляючи формули (8) у рівність (7), отримаємо сингулярне інтегральне рівняння

$$\frac{1}{\pi i(\rho - \rho^*)} \int_{-\infty}^l \frac{2\rho^* G(\rho, t) - (\rho^* + \rho)G(\rho^*, t)}{t - x} dt = F(\rho^*, x), \quad x \in (-\infty, l]$$

для визначення невідомої функції  $G(\rho, x)$ , розв'язок якого

$$G(\rho, x) = \frac{\rho^* + \rho}{2\rho^*} G(\rho^*, x) - \frac{i(\rho^* - \rho)}{2\pi\rho^* \sqrt{l - x}} \int_{-\infty}^l \frac{\sqrt{l - t} F(\rho^*, t)}{t - x} dt, \quad x \in (-\infty, l]. \quad (9)$$

Після підставлення цього розв'язку у співвідношення (8) матимемо явні вирази потенціалів для півнескінченного тріщиноподібного дефекту:

$$\Phi(z) = \frac{1}{4\pi\rho^* \sqrt{z - l}} \int_{-\infty}^l \frac{\sqrt{l - t} F(\rho^*, t)}{t - z} dt + \frac{1}{4\pi\rho^* i} \int_{-\infty}^l \frac{G(\rho^*, t)}{t - z} dt, \quad (10)$$

$$\Omega(z) = -\frac{1}{4\pi\sqrt{z-l}} \int_{-\infty}^l \frac{\sqrt{l-t}F(\rho^*,t)}{t-z} dt + \frac{1}{4\pi i} \int_{-\infty}^l \frac{G(\rho^*,t)}{t-z} dt. \quad (11)$$

**Моделювання дислокаційної тріщини.** Прийнемо, що на берегах вставленої атомної півплощини (рис. 2) виконуються крайові умови

$$v^+(x) - v^-(x) = B, \quad \text{де } x \in (-\infty, 0], \quad (12)$$

тобто на ділянці  $x \in (-\infty, 0]$  задано стрибок переміщень. Такий розхил берегів півнескінченної тріщини для  $x \in (-\infty, 0]$  можемо реалізувати, вказавши на цьому промені деякі (поки що невідомі) нормальні зусилля

$$\sigma_y^\pm(x) = \sigma(x), \quad \text{де } x \in (-\infty, 0] \quad (13)$$

та нульові дотичні напруження

$$\tau_{xy}^\pm = 0, \quad \text{де } x \in (-\infty, 0]. \quad (14)$$

На ділянці  $x \in (0, l]$  поверхня завантажена тиском  $p$  та нульовими дотичними напруженнями:

$$\sigma_y^\pm(x) = p \quad \text{та} \quad \tau_{xy}^\pm = 0, \quad \text{де } x \in (0, l]. \quad (15)$$

Враховуючи крайові умови (12)–(15) та позначення (1)–(3), запишемо функції  $G(\rho^*, x)$ ,  $F(\rho^*, x)$ ,  $G(\rho, x)$ , якщо  $\rho^* = -1$ ,  $\rho = \chi$ , які входять у співвідношення (10)–(11):

$$G(-1, x) = (\sigma_y^+ - \sigma_y^-) - i(\tau_{xy}^+ - \tau_{xy}^-) = q(x) \equiv 0, \quad x \in (-\infty, l], \quad (16)$$

$$F(-1, x) = (\sigma_y^+ + \sigma_y^-) - i(\tau_{xy}^+ + \tau_{xy}^-) = \begin{cases} -2\sigma(x), & x \in (-\infty, 0], \\ 2p, & x \in (0, l], \end{cases} \quad (17)$$

$$G(\chi, x) = 2\mu \frac{\partial}{\partial x} \left[ u^+(x) - u^-(x) + i(v^+(x) - v^-(x)) \right] = 2g'(x), \quad \text{де } x \in (-\infty, 0]. \quad (18)$$

Використовуючи рівності (16)–(18), зі співвідношень (9)–(11) встановлюємо:

$$\Phi(z) = \Omega(z) = \frac{1}{2\pi\sqrt{z-l}} \int_{-\infty}^0 \frac{\sqrt{l-t}\sigma(t)}{t-z} dt - p \left[ \sqrt{l-z} \ln \left( \frac{\sqrt{l-z} + \sqrt{l}}{\sqrt{l-z} - \sqrt{l}} \right) - 2\sqrt{l} \right], \quad (19)$$

$$G(\chi, x) = -\frac{i(\chi+1)}{\pi\sqrt{l-x}} \int_{-\infty}^0 \frac{\sqrt{l-t}\sigma(t)}{t-x} dt + \frac{i(\chi+1)}{\pi} p \left( \ln \frac{\sqrt{l-x} + \sqrt{l}}{\sqrt{l-x} - \sqrt{l}} - 2 \frac{\sqrt{l}}{\sqrt{l-x}} \right), \quad (20)$$

де  $x \in (-\infty, l]$ .

Невідомий розподіл напружень  $\sigma(x)$  для  $x \in (-\infty, 0]$  шукаємо з крайової умови (12). Оскільки  $u^+(x) = u^-(x)$ ,  $v^+(x) = -v^-(x) = B/2$  для  $x \in (-\infty, 0]$ , то, врахувавши ці співвідношення та вираз (18), отримаємо:

$$G(\chi, x) = 0, \quad \text{де } x \in (-\infty, 0]. \quad (21)$$

Тоді зі співвідношення (20) на основі виразу (21) запишемо сингулярне інтегральне рівняння для знаходження невідомого розподілу напружень  $\sigma(x)$  на берегах вставленої атомної півплощини

$$\int_{-\infty}^0 \frac{\sqrt{l-t}\sigma(t)}{t-x} dt = p \left( \ln \frac{\sqrt{l-x} + \sqrt{l}}{\sqrt{l-x} - \sqrt{l}} - 2 \frac{\sqrt{l}}{\sqrt{l-x}} \right), \quad \text{коли } x \in (-\infty, 0],$$

з розв'язку якого невідомі напруження уздовж такої півплощини

$$\sigma(x) = \sigma_y^+(x, 0) = \frac{C}{\sqrt{(x-l)x}} - p \left( 1 + \frac{2x-l}{2\sqrt{x(x-l)}} \right), \quad \text{коли } x \in (-\infty, 0]. \quad (22)$$

Тут  $C$  – стала, яку потрібно відшукати з фізичної суті задачі.

В граничному випадку, при  $l \rightarrow 0$  та  $p = 0$ , співвідношення (22) перепишемо так:

$$\sigma(x) = -C/x, \quad \text{коли } x \in (-\infty, 0]. \quad (23)$$

Водночас напруження для класичної дислокації [8, 9]

$$\sigma_y(x, 0) = \frac{\mu B}{2\pi(1-\nu)} \frac{1}{x}, \quad \text{коли } x \in (-\infty, 0]. \quad (24)$$

Тому, врахувавши рівність (23) та співвідношення (24), отримаємо:

$$C = -\mu B / 2\pi(1-\nu). \quad (25)$$

Тепер зі співвідношень (22) та (25) одержимо розподіл напружень  $\sigma(x)$  на берегах вставленої атомної півплощини:

$$\sigma(x) = -\frac{\mu B}{2\pi(1-\nu)} \frac{1}{\sqrt{(x-l)x}} - p \left( 1 + \frac{2x-l}{2\sqrt{x(x-l)}} \right), \quad \text{коли } x \in (-\infty, 0]. \quad (26)$$

Враховуючи вираз (26), комплексні потенціали (19) запишемо так:

$$\Phi(z) = \Omega(z) = \frac{\mu B}{4\pi(1-\nu)} \frac{1}{\sqrt{z}\sqrt{z-l}} + \frac{p}{2} \left( \frac{2z-l}{2\sqrt{z}\sqrt{z-l}} - 1 \right). \quad (27)$$

Із формул (1), (2) та (27) випливає, що напруження в околі вершин дислокаційної тріщини є суперпозицією напруженого стану від дислокаційної тріщини без тиску з вектором Бюргерса  $B$  [16] та тріщини довжиною  $l$  під тиском. У частковому випадку за співвідношеннями (26), (27), спрямувавши значення  $l$  до 0, отримуємо напруження та енергію для класичної крайової дислокації [8, 9].

Для визначення параметра  $l$  вирахуємо пружну енергію деформації, обумовленої дислокаційною півплощиною у тілі та тріщиною під тиском  $p$ .

**Пружна енергія деформування тіла з дислокаційною тріщиною.** Пружну енергію деформування  $U$  знаходимо за теоремою Клапейрона [17], згідно з якою робота деформації (пружна енергія деформування) за відсутності об'ємних сил рівна половині роботи зовнішніх сил  $A$  на зумовлених ними переміщеннях:

$$U = \frac{1}{2} A = \frac{1}{2} \iint_S t_i u_i ds = - \int_{-\infty}^l \sigma_y^+(x, 0) v^+(x, 0) dx, \quad (28)$$

де  $t_i$  – поверхневі сили;  $u_i$  – компоненти переміщень.

Для визначення енергії  $U$  необхідно також знати переміщення берегів дислокаційної тріщини. Для цього використаємо формулу (5), явний вигляд потенціалів (27) та врахуємо, що  $v(0) = 0,5B$ :

$$v(x) = \frac{B}{2\pi} \arccos \frac{2x-l}{l} + p \frac{1-\nu}{\mu} \sqrt{x(l-x)}. \quad (29)$$

Скориставшись рівностями (26) та (29), вираз (28) перепишемо так:

$$U = - \int_{-R}^{-r} \left[ -\frac{\mu B}{2\pi(1-\nu)} \frac{1}{\sqrt{x(x-l)}} - p \left( 1 + \frac{2x-l}{2\sqrt{x(x-l)}} \right) \right] \frac{B}{2} dx -$$

$$-\int_0^l p \left[ \frac{B}{2\pi} \arccos \frac{2x-l}{l} + p \frac{(1-\nu)}{\mu} \sqrt{x(l-x)} \right] dx. \quad (30)$$

Після обчислення інтегралів у співвідношенні (30) отримаємо:

$$U = \frac{\mu B^2}{4\pi(1-\nu)} \lim_{r \rightarrow 0} \ln \frac{l/2 + r - \sqrt{r^2 + lr}}{l/2 + R - \sqrt{R^2 + lR}} - \frac{Bp}{2} \left( \sqrt{R(R+l)} - R \right) - \frac{Bpl}{4} - \frac{(1-\nu)\pi}{8\mu} p^2 l^2. \quad (31)$$

Для остаточного підрахунку енергії тіла з дислокаційною тріщиною приймаємо, що  $l$  – фіксована величина та в першому доданку спрямовуємо  $r \rightarrow 0$ , а в другому –  $R \rightarrow \infty$ .

Вважаючи  $r \ll l$  і  $R \gg l$  та розкладаючи підлогарифмічні функції у (31) в ряди Тейлора [16, 18], одержимо:

$$U \approx \frac{\mu B^2}{4\pi(1-\nu)} \ln \left( \frac{4R}{l} \right) - \frac{Bpl}{2} - \frac{\pi(1-\nu)}{8\mu} p^2 l^2. \quad (32)$$

Співвідношення (32) є узагальненням пружної енергії деформування для класичної дислокації. При  $p = 0$  звідси випливає відома формула [16] для енергії тіла з крайовою дислокацією.

**Визначення геометричних параметрів дислокаційної тріщини.** За надлишкової півнескінченної вставки на її продовженні утворюються вільні поверхні (рис. 2), на що потрібно затратити роботу

$$F = 2\gamma l, \quad (33)$$

де  $\gamma$  – поверхнева енергія. Довжину тріщини  $l$  знайдемо за відомим [4] балансовим рівнянням

$$\frac{\partial U}{\partial l} + \frac{\partial F}{\partial l} = 0. \quad (34)$$

Тепер на основі виразів (32) та (33) з рівняння (34) одержимо співвідношення для визначення довжини дислокаційної тріщини  $l_d$ :

$$-\frac{\mu B^2}{4\pi(1-\nu)l} - \frac{Bp}{2} - \frac{(1-\nu)\pi}{4\mu} p^2 l + 2\gamma = 0. \quad (35)$$

Розв'язавши його, знаходимо:

$$l_{d1} = \frac{\pi\mu}{\pi^2 p^2 (1-\nu)} \left( 4\gamma - Bp - 2\sqrt{4\gamma^2 - 2Bp\gamma} \right),$$

$$l_{d2} = \frac{\pi\mu}{\pi^2 p^2 (1-\nu)} \left( 4\gamma - Bp + 2\sqrt{4\gamma^2 - 2Bp\gamma} \right). \quad (36)$$

Перше співвідношення відповідає довжині рівноважної тріщини, а друге – нерівноважної. За відсутності тиску ( $p = 0$ ) довжину дислокаційної тріщини визначимо за формулою [16, 18]

$$l_d = \frac{\mu B^2}{8\pi(1-\nu)\gamma} = \frac{EB^2}{16\pi(1-\nu^2)\gamma}.$$

Оскільки, якщо  $p < p_{cr}$ , дислокаційна тріщина має і рівноважну  $l_{d1}$ , і критичну  $l_{d2}$  довжини, то критичний тиск у ній знаходимо з умови їх рівності, коли змінюється форма енергії деформування, тобто коли  $l_{d1} = l_{d2}$ :

$$4\gamma^2 - 2Bp\gamma = 0.$$

Отже, критичний тиск

$$p_{cr} = \frac{2\gamma}{B}. \quad (37)$$

Таке ж його значення встановив А. Коттрелл [19], але з інших міркувань.

#### Розрахунок критичного внутрішнього тиску у дислокаційній тріщині.

Нехай  $E = 2 \cdot 10^{11}$  Па,  $\gamma = 0,01Ea = 0,6$  Дж/м<sup>2</sup>,  $\nu = 0,3$ ;  $a = 3 \cdot 10^{-10}$  м. Тоді згідно з формулою (37) числові розрахунки критичного тиску ( $p$ , МПа) для різних векторів Бюргера ( $B$ , м), такі:  $4000 - a = 3 \cdot 10^{-10}$ ;  $2000 - 2a = 6 \cdot 10^{-10}$ ;  $1333 - 3a = 9 \cdot 10^{-10}$ ;  $800 - 5a = 1,5 \cdot 10^{-9}$ ;  $400 - 10a = 3 \cdot 10^{-9}$ .

Після розрахунку одиничного об'єму дислокаційної тріщини отримали:

$$V = \frac{Bl_{d1}}{2} + p \frac{\pi(1-\nu)l_{d1}^2}{4\mu}. \quad (38)$$

Якщо довжина вектора Бюргера  $B = a$ ;  $2a$  та  $3a$ , то з першого співвідношення (36) маємо такі довжини дислокаційної тріщини:  $l_d = 7,5 \cdot 10^{-10}$ ;  $36 \cdot 10^{-10}$ ;  $105 \cdot 10^{-10}$  м. Внутрішній тиск у ній 1000 МПа.

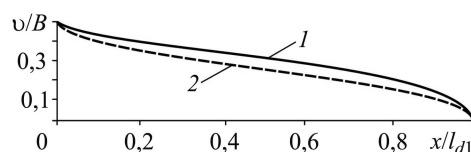


Рис. 3. Відносне переміщення берега тріщини  $v/B$ :  
1 –  $p = 1000$  МПа;  
2 –  $0$  МПа.

Fig. 3. Relative movement of the edge of crack  $v/B$ : 1 –  $p = 1000$  МПа; 2 –  $0$  МПа.

Об'єм порожнини, що припадає на один період ґратки, з виразу (38) такий:  $V_a = 0,351 \cdot 10^{-28}$ ;  $3,512 \cdot 10^{-28}$  та  $16,53 \cdot 10^{-28}$  м<sup>3</sup> відповідно для  $B = a$ ;  $2a$  та  $3a$ .

#### ВИСНОВКИ

Змодельовано дислокаційну тріщину, на одній з вершин якої задано стрибок переміщень, а на другій – береги змикаються. При цьому враховано внутрішній тиск у такій тріщиноподібній порожнині. Встановлено комплексні потенціали та відповідний НДС тіла з такою тріщиною. Одержано співвідношення для розрахунку енергії тіла з дислокаційною тріщиною під тиском та обчислено геометричні параметри порожнини, а також довжини рівноважної та нерівноважної тріщин, значення критичного тиску, коли тріщина стартує.

**РЕЗЮМЕ.** Установлены комплексные потенциалы и соответствующее напряженно-деформированное состояние тела с дислокационной трещиной с заданным в ней давлением. Рассчитаны геометрические параметры трещиноподобной дислокационной полости. Получены соотношения для расчета энергии тела с дислокационной трещиной под давлением. На этом основании установлены длины равновесной и неравновесной трещин, а также критическое давление, когда трещина стартует.

**SUMMARY.** The complex potentials and respective stress-strained state of a solid with a dislocation crack under pressure are established. The geometrical parameters of the crack-like dislocation cavity are calculated. The relationships for calculating the energy of the solid with a dislocation crack under pressure are obtained. On this basis, the lengths of equilibrium and non-

equilibrium cracks are established. The critical values of pressure, which occurs at the crack start, are obtained.

1. *Брок Д.* Основы механики разрушения. – М.: Высш. шк., 1980. – 368 с.
2. *Владимиров В. И.* Физическая природа разрушения металлов. – М.: Металлургия, 1984. – 280 с.
3. *Екобори Т.* Научные основы прочности и разрушения металлов. – К.: Наук. думка, 1978. – 352 с.
4. *Нотт Дж. Ф.* Основы механики разрушения. – М.: Металлургия, 1978. – 256 с.
5. *Хеллан К.* Введение в механику разрушения. – М.: Мир, 1988. – 364 с.
6. *Эшелби Дж.* Континуальная теория дислокаций. – М.: Изд-во иностр. лит., 1963. – 248 с.
7. *Коттрелл А.* Теория дислокаций. – М.: Мир, 1964. – 96 с.
8. *Фридель Ж.* Дислокации. – М.: Наука, 1964. – 294 с.
9. *Хирт Дж., Лоте И.* Теория дислокаций. – М.: Атомиздат, 1972. – 600 с.
10. *Косевич А. М.* Дислокации в теории упругости. – К.: Наук. думка, 1978. – 220 с.
11. *Косевич А. М.* Физическая механика реальных кристаллов. – К.: Наук. думка, 1981. – 328 с.
12. *Теодосиу К.* Упругие модели в кристаллах. – М.: Мир, 1985. – 352 с.
13. *Weertman J. R.* Zener-Stroh crack, Zener-Hollomon parameter, and other topics // *J. Appl. Physics.* – 1986. – **60**. – P. 1877–1887.
14. *Мухелишвили Н. И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 708 с.
15. *Стащук Н. Г.* Задачи механики упругих тел с трещиноподобными дефектами. – К.: Наук. думка, 1993. – 358 с.
16. *Стащук М. Г., Дорош М. І.* Розрахунок потенціальної енергії та геометричних розмірів дислокаційної тріщини // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2015. – № 1. – С. 80–85.  
(*Stashchuk M. H., Dorosh M. I.* Evaluation of the potential energy and geometric sizes of a dislocation crack // *Materials Science.* – 2015. – **50**, № 1. – P. 88–95.)
17. *Демидов С. П.* Теория упругости. – М.: Высш. шк., 1979. – 432 с.
18. *Стащук М. Г., Дорош М. І.* Визначення геометричних параметрів та енергії ядра крайової дислокації // *Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій / Під заг. ред. В.В. Панасюка.* – Львів: Фіз.-мех. ін-т ім. Г. В. Карпенка НАНУ, 2014. – С. 55–62.
19. *Cottrell A. H.* Theory of brittle fracture in steel and similar metals // *Transact. Metall. Soc. AIME.* – 1958. – **212**. – P. 192–203.

Одержано 21.10.2015