

УДК 539.3

НЕСТАЦІОНАРНИЙ ТЕПЛООБМІН ТА НАПРУЖЕНИЙ СТАН В ОПРОМІНЮВАНІЙ СИСТЕМІ ЗІ ШАРІВ РІЗНОЇ ПРОЗОРОСТІ

Р. Ф. ТЕРЛЕЦЬКИЙ, М. Б. БРУХАЛЬ

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Сформульовано задачу про дослідження термонапруженого стану в системі, що складається з нескінченних частково прозорого та непрозорого термочутливих шарів, зумовленого дією теплового випромінювання. На основі отриманих числових розв'язків встановлено низку нових закономірностей впливу теплообміну випромінюванням на теплову та механічну поведінку системи.

Ключові слова: *системи зі шарів різної прозорості, термочутливість, теплоперенос, теплообмін випромінюванням, термонапружений стан.*

Побудова моделей термомеханіки для непрозорих та частково прозорих тіл з урахуванням випромінювання та поглинання теплової енергії ускладнена тим, що під час визначення обумовлених випромінюванням теплових потоків на поверхні чи об'ємних тепловиділень у досліджуваному тілі необхідно враховувати тепловий стан, радіаційні властивості, геометрію та розташування навколишніх твердих тіл, а також радіаційні властивості середовища між ними. Для цього слід моделювати процеси теплообміну випромінюванням у системах, що можуть містити тіла різної прозорості. Тепловий та термонапружений стани розглядуваного тіла визначає тепловий стан у системі тіл, задіяних у теплообміні.

У праці [1] проаналізовані результати досліджень з теплообміну випромінюванням та радіаційної термомеханіки тіл різної прозорості. Розвинено теорію теплообміну випромінюванням у замкнутій системі непрозорих поверхонь з різними радіаційними властивостями, зокрема, за наявності між тілами поглинального і випромінювального газового середовища [2, 3]. Теорія базується на методі балансу потоків теплового випромінювання в системі (методі сальдо), з допомогою якого можна сформулювати теплові граничні умови на поверхнях тіл системи за складного теплообміну, обумовленого конвекцією, випромінюванням і поглинанням теплової енергії. За такого підходу вивчено [4, 5] тепловий, а також тепловий та термонапружений [6, 7] стани в конкретних системах тіл з непрозорими поверхнями. Розвинено теорію та методи дослідження радіаційного теплообміну в замкнутих системах (оточених ізотермічними непрозорими поверхнями зі заданими радіаційними (випромінювальними і відбивальними) властивостями), заповнених теплопровідним, поглинальним, випромінювальним та розсіювальним частково прозорим середовищем (газоподібним, рідким чи твердим) [8–10].

Однак через потребу прогнозувати термомеханічну поведінку елементів конструкцій і приладів, що перебувають в умовах теплообміну випромінюванням з довкіллям (зокрема, за цільового опромінення), необхідно сформулювати задачі про теплоперенос та термонапружений стан у системах, що містять тіла різної прозорості, та розробки методики їх розв'язування. Важливо також за умов високотемпературного нагріву врахувати специфіку термочутливості їх теплофізичних, радіаційних та механічних характеристик, які входять у співвідношення таких задач.

Мета праці – розробити методику дослідження нестационарного теплового та термонапруженого станів та виявити закономірності термомеханічної поведінки в опромінюваній системі механічно незв’язаних плоскопаралельних термочутливих шарів різної прозорості. При цьому використано запропоновані раніше підходи до вивчення цих станів опромінюваних чи охолоджуваних термочутливих частково прозорих та непрозорих тіл [1, 11–13].

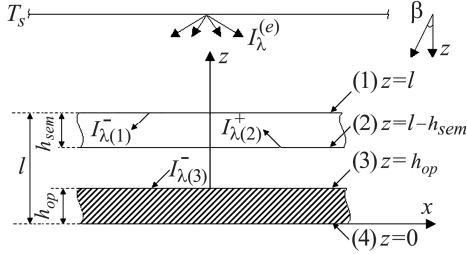


Рис. 1. Опромінювана система шарів різної прозорості.

Fig. 1. Irradiated system of layers with different transparency.

Розглянемо систему, що складається з плоскопаралельних шарів різної прозорості (рис. 1) і рівномірно опромінюється з інтенсивністю $I_{\lambda}^{(e)}$ від паралельної до них поверхні зі заданою сталою температурою T_s від частково прозорого шару ($I_{\lambda}^{(e)}(\beta) = kI_{\lambda b}(\lambda, T_s)$, $k = \text{const}$). Тут λ – довжина хвилі теплового випромінювання; $I_{\lambda b}(\lambda, T)$ – інтенсивність випромінювання абсолютно чорного тіла за температури $T = T_s$. Коефіцієнт k характеризує енергетичні параметри джерела [2].

Описуючи поширення випромінювання в системі, враховуємо випромінювання джерела, випромінювання і поглинання теплової енергії шарами, заломлення та дифузне відбивання на межах. Середовище між шарами вважаємо прозорим, а його показник заломлення приймаємо рівним 1. Тоді, ґрунтуючись на методі балансу потоків випромінювання [2, 3, 12] і використовуючи граничну умову їх балансу на поверхнях $z = l - h_{sem}$, $z = l$ частково прозорого шару, а також враховуючи дифузне відбивання в системі та випромінювання (з інтенсивністю $I_{\lambda b}^+ = I_{\lambda b}(\lambda, T(h_{op}))$) на поверхні непрозорого шару $z = h_{op}$ (тут і надалі індекси *sem* та *op* стосуються частково прозорого та непрозорого шарів, а 1–4 – відповідних поверхонь), отримуємо таку систему співвідношень для визначення ефективних інтенсивностей випромінювання $I_{\lambda(1)}^-(l, \nu)$, $I_{\lambda(2)}^+(l - h_{sem}, \nu)$, $I_{\lambda(3)}^-(h_{op}, \nu)$ на поверхнях $z = l$, $z = l - h_{sem}$, $z = h_{op}$ шарів:

$$I_{\lambda(1)}^-(l, \nu) - 2R_{\lambda sem} \int_0^1 \nu I_{\lambda(2)}^+(l - h_{sem}, \nu) \exp(-a_{\lambda} h_{sem} \nu^{-1}) d\nu - n_{\lambda}^2 R_{\lambda sem} I_{\lambda}^{+ir} =$$

$$= \begin{cases} n_{\lambda}^2 (1 - R_{\lambda sem}) I_{\lambda}^{(e)}(\pi - \xi), & \nu \leq \nu_*, \\ 0, & \nu > \nu_*; \end{cases}$$

$$I_{\lambda(2)}^+(l - h_{sem}, \nu) - 2R_{\lambda sem} \int_0^1 \nu I_{\lambda(1)}^-(l, \nu) \exp(-a_{\lambda} h_{sem} \nu^{-1}) d\nu - n_{\lambda}^2 R_{\lambda sem} I_{\lambda}^{-ir} -$$

$$- R_{\lambda op} (1 - R_{\lambda sem})^2 (1 - R_{\lambda sem} R_{\lambda op})^{-1} I_{\lambda(1)}^-(l, \mu) \exp(-a_{\lambda} h_{sem} \mu^{-1}) =$$

$$= \begin{cases} n_{\lambda}^2 (1 - R_{\lambda sem}) (1 - R_{\lambda sem} R_{\lambda op})^{-1} I_{\lambda b}^+(\xi), & \nu \leq \nu_*, \\ 0, & \nu > \nu_*; \end{cases} \quad (1a)$$

$$I_{\lambda(3)}^-(h_{op}) = n_{\lambda}^2 (1 - R_{\lambda sem}) (1 - R_{\lambda sem} R_{\lambda op})^{-1} I_{\lambda(1)}^-(l, \mu) \exp(-a_{\lambda} h_{sem} \mu^{-1}) +$$

$$+ (1 - R_{\lambda sem}) I_{\lambda}^{-ir} + R_{\lambda sem} (1 - R_{\lambda sem} R_{\lambda op})^{-1} I_{\lambda b}^+, \quad (1b)$$

де $\nu = \cos \beta$; $\xi = \arcsin \left(n_{\lambda} \sqrt{1 - \nu^2} \right) \frac{1}{2}$; $\mu = -\sqrt{1 - (1 - \nu^2) n_{\lambda}^2}$; $\beta_* = \arcsin(1/n_{\lambda})$;

$v_* = \cos \beta_*$; $I_{\lambda b}^+ = \varepsilon(T(h_{op}))I_{\lambda b}(T(h_{op}))$; $R_{\lambda sem}$, $R_{\lambda op}$, ε – спектральні коефіцієнти відбивання та інтегральний ступінь чорноти поверхонь частково прозорого та непрозорого шарів, а a_λ , n_λ – коефіцієнти поглинання та заломлення для частково прозорого шару;

$$I_\lambda^{+ir} = a_\lambda \int_{l-h_{sem}}^l I_{\lambda b}(\lambda, T) \exp(-a_\lambda(z_* - l + h_{sem})) dz_*;$$

$$I_\lambda^{-ir} = a_\lambda \int_{l-h_{sem}}^l I_{\lambda b}(\lambda, T) \exp(-a_\lambda(l - z_*)) dz_*.$$

Вона охоплює систему інтегральних рівнянь для частково прозорого шару (1a) та співвідношення (1b), що пов'язує ефективні інтенсивності на суміжних поверхнях. Розв'язок системи (1a), (1b) отримуємо у вигляді

$$I_{\lambda(1)}^-(l, v) = NA_1 C_2 M_1 f^* + 2NA_1 R_{1\lambda} g^* + \bar{N}(1 + A_1 C_1 M_1) I_\lambda^{+ir} + \bar{N} A_1 M_1 I_\lambda^{-ir} +$$

$$+ \begin{cases} NI_\lambda^{(e)}(\pi - \xi), & v \leq v_*, \\ 0, & v > v_*; \end{cases}$$

$$I_{\lambda(2)}^-(l - h_{sem}, v) = NA_1 C_2 f^* + 2NA_1 C_1 R_{1\lambda} g^* + \bar{N} A_1 C_1 I_\lambda^{+ir} + \bar{N}(1 + A_1 C_1 M_1) I_\lambda^{-ir} +$$

$$+ \begin{cases} NI_{\lambda b}^+(\xi), & v \leq v_*, \\ 0, & v > v_*; \end{cases}$$

$$I_{\lambda(3)}^-(h_{op}) = N_1 \bar{R}_{12} M_1 \left[NA_1 C_2 M_1 f^* + 2A_1 N R_{1\lambda} g^* + \right.$$

$$\left. + \bar{N}(1 + A_1 C_1 M_1) I_\lambda^{+ir} + \bar{N} A_1 M_1 I_\lambda^{-ir} + N f^* \right] + (1 - R_{1\lambda}) I_\lambda^{-ir} + R_{1\lambda} \bar{R}_{12} I_{\lambda b}^+ ,$$

де $g^* = \int_{v_*}^1 v I_{\lambda b}^+(\xi) \exp(-a_\lambda h_{sem} v^{-1}) dv$; $N = n_\lambda^2 (1 - R_{\lambda sem})$; $\bar{N} = n_\lambda^2 R_{\lambda sem}$;

$$\bar{R}_{12} = (1 - R_{\lambda sem} R_{\lambda op})^{-1}; \quad \bar{R} = 2R_{\lambda op} (1 - R_{\lambda sem})^2 \bar{R}_{12}; \quad M_1 = 2R_{\lambda sem} E_3(a_\lambda h_{sem});$$

$$M_2 = 2R_{\lambda op} E_3(a_\lambda h_{sem}); \quad \bar{R}_m = (1 - R_{\lambda sem})^2 \bar{R}_{12} M_2; \quad A_1 = (1 - M_1^2 - M_1 \bar{R}_m)^{-1};$$

$$C_1 = M_1 + \bar{R}_m; \quad C_2 = 2R_{\lambda sem} + \bar{R}.$$

Тепер за інтенсивностями $I_{\lambda(1)}^-(l, v)$, $I_{\lambda(2)}^-(l - h_{sem}, v)$ [1, 12] одержимо вираз для тепловиділень $Q(z, T_{sem}, t)$ у частково прозорому шарі:

$$Q(z, T_{sem}, t) = 2n^2 \sigma \left\{ T_S^4 \sum_{i=1}^3 D_{1i} F_i(T_S) + T_{op}^4(h_{op}, t) \sum_{i=1}^3 D_{2i} F_i(T_{op}(h_{op}, t)) - \right.$$

$$\left. - 2 \sum_{i=1}^3 a_i F_i(T_{sem}(z, t)) T_{sem}^4(z, t) + \right.$$

$$\left. + \sum_{i=1}^3 G_{1i} \int_{l-h_{sem}}^l \exp(-a_i(z^* - l + h_{sem})) F_i(T_{sem}(z^*)) T_{sem}^4(z^*) dz^* + \right.$$

$$\left. + \sum_{i=1}^3 G_{2i} \int_{l-h_{sem}}^l \exp(-a_i(l - z^*)) F_i(T_{sem}(z^*)) T_{sem}^4(z^*) dz^* \right\},$$

де $D_{1i} = a_i [A_i N_i C_{2i} E_{3i} \{M_{1i} E_2(a_i(l - z)) + E_2(a_i(z - l + h_{sem}))\} + N_i \bar{E}'_{2i}(z)]$;
 $D_{2i} = a_i [2A_i N_i R_{1i} E_{3i} \{E_2(a_i(l - z)) + C_{1i} E_2(a_i(z - l + h_{sem}))\} + N_i \bar{E}''_{2i}(z)]$;

$$\begin{aligned}
G_{1i} &= a_i^2 \left[\bar{N}_i (1 + A_{1i} C_{1i} M_{1i}) E_2(a_i(l-z)) + \bar{N}_i A_{1i} C_{1i} E_2(a_i(z-l+h_{sem})) \right]; \\
G_{2i} &= a_i^2 \left[\bar{N}_i A_{1i} M_{1i} E_2(a_i(l-z)) + \bar{N}_i (1 + A_{1i} C_{1i} M_{1i}) E_2(a_i(z-l+h_{sem})) \right]; \\
\bar{E}_{3i} &= E_3(a_i h_{sem}) - v_*^2 E_3(a_i h_{sem} v_*^{-1}), \quad \bar{E}'_{2i}(z) = E_2(a_i(l-z)) - v_* E_2(a_i(l-z) v_*^{-1}); \\
\bar{E}''_{2i}(z) &= E_2(a_i(z-l+h_{sem})) - v_* E_2(a_i(z-l+h_{sem}) v_*^{-1}); \\
N_i &= n^2 (1 - R_{isem}), \quad \bar{N}_i = n^2 R_{isem}, \quad \bar{R}_{12i} = (1 - R_{isem} R_{op})^{-1}, \quad \bar{R}_i = 2R_{op} (1 - R_{isem})^2 \bar{R}_{12i}; \\
M_{1i} &= 2R_{isem} E_3(a_\lambda h_{sem}), \quad M_{2i} = 2R_{op} E_3(a_\lambda h_{sem}), \quad \bar{R}_{mi} = (1 - R_{isem})^2 \bar{R}_{12i} M_{2i}; \\
A_{1i} &= (1 - M_{1i}^2 - M_{1i} \bar{R}_{mi})^{-1}, \quad C_{1i} = M_{1i} + \bar{R}_{mi}, \quad C_{2i} = 2R_{isem} + \bar{R}_i;
\end{aligned}$$

$F_1(T_*) = F_{0-\lambda_n T_*}$; $F_2(T_*) = F_{0-\lambda_{max} T_*} - F_{0-\lambda_n T_*}$; $F_3(T_*) = 1 - F_{0-\lambda_{max} T_*}$; $F_{0-\lambda T_*}$ – частина густини потоку випромінювання абсолютно чорного тіла за температури T_* у діапазоні довжин хвиль $(0-\lambda)$; $E_n(x) = \int_0^1 \mu^{n-2} \exp(-x/\mu) d\mu$ – інтегро-експоненціальна функція. Тут використано такі апроксимації для радіаційних характеристик частково прозорого шару [13]: $n_\lambda = n$ (середньоінтегральне значення),

$$R_{\lambda sem} = \begin{cases} R_{1sem}, & 0 < \lambda \leq \lambda_b, \\ R_{2sem}, & \lambda_b < \lambda \leq \lambda_{max}, \\ R_{3sem}, & \lambda_{max} < \lambda < \infty; \end{cases} \quad a_\lambda = \begin{cases} a_1, & 0 < \lambda \leq \lambda_b, \\ a_2, & \lambda_b < \lambda \leq \lambda_{max}, \\ a_3, & \lambda_{max} < \lambda \leq \infty, \end{cases}$$

де λ_b – порогова довжина хвилі; λ_{max} – верхня межа діапазону оптичних вимірювань.

Через ефективну інтенсивність $I_{\lambda(3)}^-(h_{op}, v)$ та інтенсивність теплового випромінювання $I_{\lambda b}^+$ знаходимо теплові потоки $q^{(a)}(h_{op}, t)$, $q^{(b)}(h_{op}, t)$ на поверхні $z = h_{op}$, обумовлені поглинанням і випромінюванням теплової енергії [12]. Потік $q^{(b)}(0, t)$ випроміненої енергії на поверхні $z = 0$ описує закон Стефана–Больцмана [2]:

$$\begin{aligned}
q^{(a)}(h_{op}, t) &= \sigma \left\{ T_S^4 \sum_{i=1}^3 V_{1i} F_i(T_S) + \varepsilon(T_{op}(h_{op})) T_{op}^4(h_{op}) \sum_{i=1}^3 V_{2i} F_i(T_{op}(h_{op})) + \right. \\
&\quad \left. + \sum_{i=1}^3 U_{1i} \int_{l-h_{sem}}^l \exp(-a_i(z^* - l + h_{sem})) F_i(T_{sem}(z^*)) T_{sem}^4(z^*) dz^* + \right. \\
&\quad \left. + \sum_{i=1}^3 U_{2i} \int_{l-h_{sem}}^l \exp(-a_i(l - z^*)) F_i(T_{sem}(z^*)) T_{sem}^4(z^*) dz^* \right\},
\end{aligned}$$

$$q^{(b)}(h_{op}, t) = \varepsilon(T_{h_{op}}(h_{op}, t)) \sigma T_{h_{op}}^4(h_{op}, t), \quad q^{(b)}(0, t) = \varepsilon(T_{h_{op}}(0, t)) \sigma T_{h_{op}}^4(0, t);$$

де $V_{1i} = N_{1i} \bar{R}_{12i} M_{1i} N_i (A_{1i} C_{2i} M_{1i} + 1) \bar{E}_{3i}$; $V_{2i} = R_{isem} \bar{R}_{12i} + 2N_{1i} M_{1i} A_{1i} R_{isem} N_i \bar{E}_{3i}$; $U_{1i} = a_i N_{1i} \bar{R}_{12i} M_{1i} \bar{N}_i (1 + A_{1i} C_{1i} M_{1i})$; $U_{2i} = a_i (N_{1i} \bar{R}_{12i} M_{1i}^2 A_{1i} \bar{N}_i + 1 - R_{isem})$.

Тоді тепловий стан у системі подаємо зв'язаною системою рівнянь теплопровідності [1, 12]

$$\kappa \frac{\partial^2 T_{sem}}{\partial z^2} + Q(z, T_{sem}) = \rho c_\varepsilon \frac{\partial T_{sem}}{\partial t}, \quad l - h_{sem} \leq z \leq l; \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa(T_{op}) \frac{\partial T_{op}}{\partial z} \right) = \rho c_\varepsilon(T_{op}) \frac{\partial T_{op}}{\partial t}, \quad 0 \leq z \leq h_{sem} \quad (3)$$

за граничних та початкових умов

$$\kappa \frac{\partial T_{sem}(l,t)}{\partial z} = -\alpha_{1sem}[T_{sem}(l,t) - T_0];$$

$$\kappa \frac{\partial T(l-h_{sem},t)}{\partial z} = \alpha_{2sem}[T_{sem}(l-h_{sem},t) - T_0]; \quad (4)$$

$$\kappa(T_{op}) \frac{\partial T_{op}(h_{op},t)}{\partial z} = -\alpha_{3op}[T_{op}(h_{op},t) - T_0] + q^{(a)}(h_{op},t) - q^{(b)}(h_{op},t);$$

$$\kappa(T_{op}) \frac{\partial T_{op}(0,t)}{\partial z} = \alpha_{4op}[T_{op}(0,t) - T_0] + q^{(b)}(0,t); \quad (5)$$

$$T_{op}(z,0) = T_{sem}(z,0) = T_0, \quad (6)$$

що описують конвективний теплообмін та теплообмін випромінюванням як із зовнішнім середовищем, так і в середовищі між шарами, температури яких приймаємо рівними початковій у тілі. Особливості врахування термочутливості радіаційних і теплофізичних (як і механічних) характеристик непрозорих та частково прозорих матеріалів вивчали раніше [1].

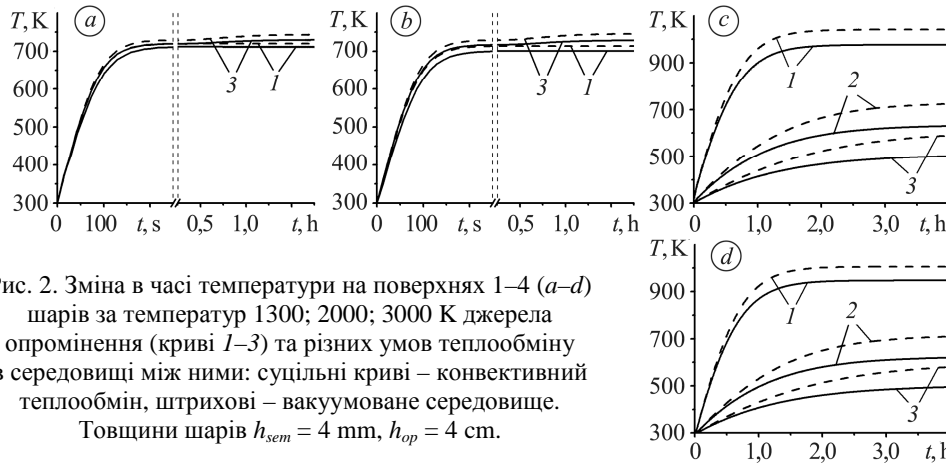


Рис. 2. Зміна в часі температури на поверхнях 1–4 (a–d) шарів за температур 1300; 2000; 3000 К джерела опромінення (криві 1–3) та різних умов теплообміну в середовищі між ними: суцільні криві – конвективний теплообмін, штрихові – вакуумоване середовище. Товщини шарів $h_{sem} = 4$ mm, $h_{op} = 4$ cm.

Fig. 2. Variation of temperature with time at the layers surfaces 1–4 (a–d) at temperatures 1300; 2000; 3000 K of radiation source (curves 1–3) and different heat transfer conditions in the environment between layers: solid curves – convective heat transfer, dashed – vacuum-processed environment. Layer thicknesses $h_{sem} = 4$ mm, $h_{op} = 4$ cm.

Система (2), (3) містить нелінійне інтегро-диференціальне рівняння для частково прозорого шару, в якому джерела залежать від температури суміжної поверхні непрозорого шару, а також нелінійне рівняння для непрозорого шару. У нелінійну граничну умову на суміжній поверхні непрозорого шару входить температура частково прозорого шару. Під час розв'язування задачі (2)–(6) використовуємо методику [1, 11–13], що ґрунтується на методі скінченних елементів, застосовуючи однокрокову рекурентну схему інтегрування за часом за лінеаризації нелінійних складників варіаційного рівняння. Вона, на відміну від ітераційних, дає можливість урівноважити похибку дискретизації за часом з похибкою лінеаризації та уникнути ітераційних процесів. При цьому дискретизуємо за часом за єдиного розбиття для рівнянь системи (2), (3). Термонапружений стан у кожному з механічно незв'язаних шарів визначаємо за аналітичними співвідношеннями [1] для відмінних від нуля компонент $\sigma = \sigma_{xx}, \sigma_{yy}$ тензора напружень (залежно від умов закріплення країв) шляхом числового інтегрування за відомих апроксимацій температурної залежності механічних характеристик та знайденого (числово) розподілу температури у них.

У числових розрахунках за матеріал частково прозорого шару вибирали скло С95-3, а непрозорого – сталь X18Н9Т, термочутливі характеристики яких відомі

[1]. Розглядали випадки, коли в середовищі між шарами існує конвективний теплообмін $\alpha_{2sem} = 6 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$, $\alpha_{3op} = 13 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ та коли його приймали у наближенні вакууму $\alpha_{2sem} = \alpha_{3op} = 0$.

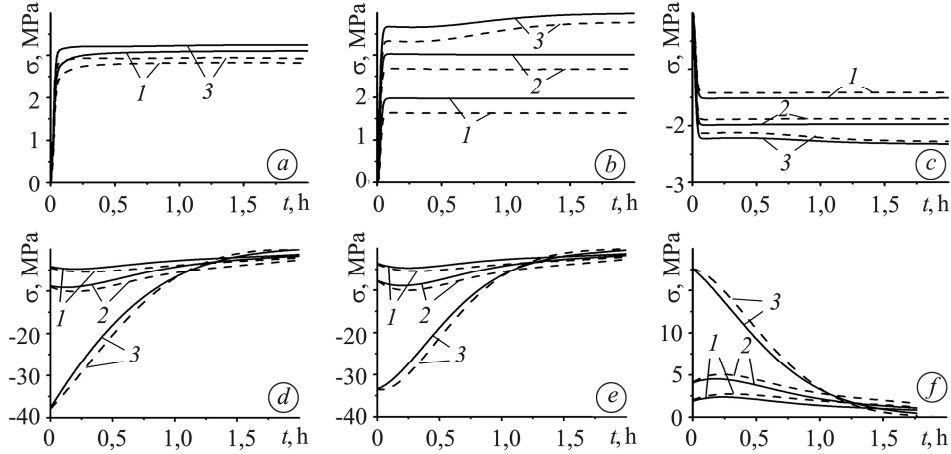


Рис. 3. Зміна в часі напружень на зовнішніх 1, 2 (a, b) та 3, 4 (d, e), а також серединних (c, f) поверхнях скляного та металевго шарів за температур джерела опромінення 1300; 2000; 3000 К (криві 1–3) та різних умов теплообміну в середовищі між ними. (Пояснення див. рис. 2).

Рис. 3. Variation of stresses with time at the external 1, 2 (a, b) and 3, 4 (d, e) and also median (c, f) layers surfaces (glass and metal) at the temperature of the radiation source 1300; 2000; 3000 K (curves 1–3) and different heat transfer conditions in the environment between layers. (Designations as in Fig. 2).

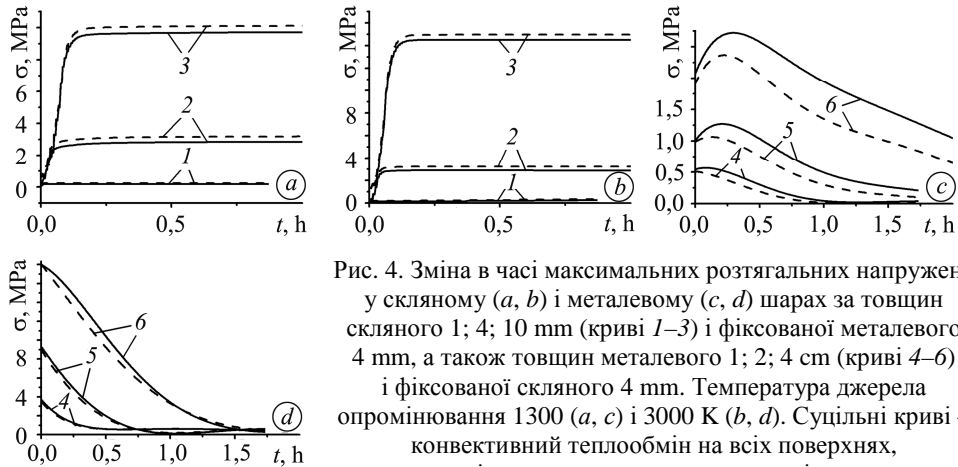


Рис. 4. Зміна в часі максимальних розтягальних напружень у скляному (a, b) і металевому (c, d) шарах за товщин скляного 1; 4; 10 мм (криві 1–3) і фіксованої металевго 4 мм, а також товщин металевго 1; 2; 4 см (криві 4–6) і фіксованої скляного 4 мм. Температура джерела опромінювання 1300 (a, c) і 3000 К (b, d). Суцільні криві – конвективний теплообмін на всіх поверхнях, штрихові – вакуумоване середовище між шарами.

Рис. 4. Variation of tensile stresses with time in glass (a, b) and metal (c, d) layers for the glass thicknesses 1; 4; 10 mm (curves 1–3) and fixed metal layer 4 mm and also thicknesses of metal 1; 2; 4 cm (curves 4–6) and fixed glass 4 mm. Temperatures of the radiation source 1300 (a, c) and 3000 K (b, d). Solid curves – convective heat transfer at all surfaces, dashed – vacuum processed environment between the layers.

Отже, на відміну від непрозорого металевго шару, вихід на усталений тепловий режим у частково прозорому скляному поетапний (рис. 2). На першому за порівняно невеликі проміжки часу він нагрівається до певної температури внаслідок зовнішнього опромінення. На другому – температура зростає повільно через випромінення тепла від металевго шару, задану температуру на поверхні якого

можна досягнути, змінюючи температуру джерела опромінення та умови теплообміну в середовищі між шарами. Зокрема, за високих температур джерела вона може перевищувати температуру в скляному.

Максимальні розтягальні напруження в скляному шарі (краї обох шарів вільні від зусиль та моментів) досягаються на зовнішніх поверхнях в усталеному режимі і зростають з підвищенням температури джерела (рис. 3, 4). У середині шару максимальні стискальні досягаються на початковій стадії нагріву. За вакуумованого середовища між шарами вони зменшуються. У металевому шарі максимальні стискальні зафіксовано на зовнішніх поверхнях, а розтягальні – на середній, але в початкові моменти нагріву, і спадають до нуля в усталеному режимі. За вакуумованого середовища між шарами напруження, на відміну від скляного шару, збільшуються. Отже, напруження суттєво залежать від товщин шарів системи та температури джерела опромінення.

РЕЗЮМЕ. Сформулирована задача об исследовании термонапряженного состояния в системе, состоящей из бесконечных частично прозрачного и непрозрачного слоев, обусловленного тепловым излучением. На основе полученных числовых решений установлено ряд новых закономерностей влияния теплообмена излучением на тепловое и механическое поведение системы.

SUMMARY. The problem of investigation of the thermo-stressed state in the system containing an infinite partially semitransparent and opaque layers caused by thermal radiation, is formulated. Analysis of numerically obtained solutions revealed new peculiarities of the effect of thermal radiation heat transfer on the mechanical and thermal behavior of the system.

1. Терлецький Р. Ф., Брухаль М. Б., Немировський Ю. В. Моделювання та дослідження термомеханічної поведінки термочутливих тіл за врахування впливу теплового випромінювання // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* – 2013. – **56**, № 2. – С. 212–224.
2. Зигель Р., Хауелл Дж. Теплообмен излучением. – М.: Мир, 1975. – 936 с.
3. Modest M. F. Radiative Heat Transfer. – San Diego: Acad. Press, 2003. – 822 p.
4. Попович В. С., Вовк О. М. Методика розв'язування задачі кондуктивно-променевого теплообміну між циліндричною та N-кутною призматичною оболонками // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* – 2004. – **47**, № 1. – С. 158–168.
5. Математическое моделирование и исследование процесса теплообмена в цветных кинескопах / А. Р. Гачкевич, Б. С. Малкиель, Ю. Р. Сосновий, Р. Ф. Терлецкий // *Мат. методы и физ.-мех. поля* – 1989. – Вып. 30. – С. 57–63.
6. Гачкевич А. Р., Бойчук В. Я. Термонапряженное состояние длинного цилиндра при нагреве тепловым излучением // *Прикл. механика.* – 1987. – **23**, № 4. – С. 16–23.
7. Гачкевич А. Р., Бойчук В. Я. Термомеханическое поведение неметаллических электропроводных тел при высокотемпературной обработке // *Мат. методы и физ.-мех. поля.* – 1996. – **39**, № 1. – С. 74–79.
8. Рубцов Н. А. Теплообмен излучением в сплошных средах. – Новосибирск: Наука, 1984. – 278 с.
9. Siegel I. R. Transient effects of radiative transfer in semitransparent materials // *Int. J. Eng. Sci.* – 1998. – **36**. – P. 1701–1739.
10. Fernandes R. and Francis J. Combined conductive and radiative heat transfer in an absorbing, emitting, and scattering cylindrical medium // *J. Heat Transfer.* – 1980. – **104**. – P. 594–601.
11. Брухаль М., Терлецький Р., Фундак О. Методика числового розв'язування нелінійних задач теплоперенесення в тілах різної прозорості для теплового випромінювання // *Вісн. Львів. ун-ту. Сер. прикл. математики та інформатики.* – 2007. – Вип. 13. – С. 59–71.
12. Гачкевич О. Р., Терлецький Р. Ф., Брухаль М. Б. Деякі проблеми математичного моделювання в термомеханіці тіл різної прозорості за теплового опромінення // *Мат. методи і фіз.-мех. поля.* – 2008. – **51**, № 3. – С. 202–219.
13. Термонапружений стан охолоджуваних тіл за врахування випромінювання теплової енергії / О. Р. Гачкевич, Р. Ф. Терлецький, Ю. Р. Сосновий, М. Б. Брухаль // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2010. – **46**, № 1. – С. 42–50.
(Hachkevych O. R., Terlets'kyi R. F., Sosnovyi Yu. R., Brukhal M. B. Mechanical behavior of cooled bodies with regard for the emission of heat energy // *Materials Science.* – 2010. – **46**, № 1. – P. 47–55.)