

УДК 539.3:620.191.22

ОЦІНЮВАННЯ РОЗПОДІЛУ ВОДНЮ БІЛЯ ТРІЩИНОПОДІБНОГО ДЕФЕКТУ

М. Г. СТАЩУК

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів

Подано рівняння дифузії під час деформації тіла з урахуванням відповідного потоку водню, спричиненого як зовнішнім навантаженням, так і напруженнями від наводнювання металу, послабленого гладким або тріщиноподібним дефектом. У квазі-стаціонарному випадку для малозмінних напружень знайдено замкнуті аналітичні розв'язки. Встановлено перерозподіл водню, ініційований еліптичним отвором та тріщиноподібним дефектом зі зонами передруйнування.

Ключові слова: *перерозподіл водню, рівняння дифузії, гідростатичні напруження, еліптичний отвір, тріщина.*

Проблема водневої крихкості особливо актуальна за наявності в матеріалах технологічних і експлуатаційних дефектів [1, 2]. З іншого боку, внаслідок дії зовнішніх навантажень у наводнених тілах відбувається перерозподіл вмісту водню [3, 4], стимульований концентраторами напружень. Тому важливо розробити методи вивчення впливу концентрації напружень на перерозподіл водню, а також врахувати тріщиноподібне пошкодження матеріалів у розрахунках їх водневого насичення, зокрема, локальних концентрацій водню. Крім того, необхідно брати до уваги ще й таку особливість, як спричинення наводнюванням внутрішніх напружень [5], що змінює загальний напружено-деформований стан матеріалу, а отже, розподіл водню в околі концентраторів напружень.

Формулювання задачі. Розглянемо пружне тіло з гладким або тріщиноподібним дефектом, у вершинах якого є пластичні або розпушені зони передруйнування. Потрібно знайти розподіл водню навколо такого дефекту та оцінити його відносну концентрацію залежно від напружено-деформованого стану в тілі, зокрема, відповідних гідростатичних напружень.

Відомо [6–13], що водень у металі створює водневі гідростатичні напруження. В свою чергу, зовнішні навантаження також викликають гідростатичні напруження, які разом з водневими ініціюють перерозподіл його вмісту навколо тріщиноподібних концентраторів напружень [12, 14]. Реальним тріщинам у деформованих матеріалах притаманні зони передруйнування, які значно впливають на розподіл водню навколо них. Тому, щоб оцінити концентрацію водню біля тріщиноподібних дефектів у наводнених матеріалах, слід врахувати гідростатичні напруження, викликані воднем та обумовлені відповідними концентраторами за дії зовнішніх механічних зусиль; розрахувати відносну концентрацію водню навколо тріщиноподібних дефектів з урахуванням сумарної дії водню та зовнішніх механічних зусиль.

Основні вихідні співвідношення. Віднесемо металеве тіло, послаблене гладким або тріщиноподібним концентратором напружень, до вибраної системи координат q_1Oq_2 . Вважаємо, що тіло наводнене до деякої концентрації водню C_0

та за дії зовнішніх механічних навантажень перебуває у стані плоскої деформації. Оцінювання впливу зовнішніх навантажень та внутрішніх водневих напружень на перерозподіл концентрації водню у металі в працях [9–12, 14] зведено до аналізу рівняння дифузії

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \operatorname{div} \left(D \operatorname{grad} C - \frac{DV_{\text{H}}}{RT} C \operatorname{grad} \sigma^p + \frac{2\alpha_c V_{\text{H}} ED}{9(1-\nu) RT} C \operatorname{grad} C \right) \quad (1)$$

та потоку водню

$$\vec{J}_C = -D \operatorname{grad} C + \frac{DV_{\text{H}}}{RT} C \operatorname{grad} \sigma^p - \frac{2\alpha_c V_{\text{H}} ED}{9(1-\nu) RT} C \operatorname{grad} C. \quad (2)$$

Тут C – концентрація атомів водню у металевому тілі; D – коефіцієнт дифузії; V_{H} – парціальний молярний об'єм водню в металі [15]; R – універсальна газова стала; T – абсолютна температура; E – модуль Юнга; ν – коефіцієнт Пуассона матеріалу; α_c – коефіцієнт водневого концентраційного розширення металу [8–12], що описує прямо пропорційну залежність концентрації водню від обумовлених ним гідростатичних напружень [16]; $\sigma^p = \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})$ – гідростатичні напруження від зовнішніх навантажень [17], причому σ_{ii} – головні.

Щоб врахувати вплив зовнішніх навантажень на перерозподіл водню у металі, проаналізуємо рівняння (1) та (2), якщо $\partial C/\partial t = 0$. Задаючи крайові умови, вважаємо, що концентрація водню у безмежно віддалених точках тіла (q_1, q_2) стала

$$C(q_1, q_2) = C_0,$$

а на контурах дефектів L_n його потік відсутній, тобто нормальна компонента [18]

$$J_C^n(\xi_1, \xi_2) = 0, \quad \text{де } (\xi_1, \xi_2) \in L_n.$$

Виходячи з таких крайових умов, для знаходження перерозподіленої його концентрації $C(q_1, q_2)$ одержимо трансцендентне рівняння

$$\ln \frac{C(q_1, q_2)}{C_0} + C_0 \frac{2\alpha_c V_{\text{H}} E}{9(1-\nu) RT} \left(\frac{C(q_1, q_2)}{C_0} - 1 \right) - \frac{V_{\text{H}}}{RT} (\sigma^p(q_1, q_2) - \sigma_0^p) = 0,$$

розв'язок якого такий [14]:

$$C(q_1, q_2) = C_0 \exp \left[k (\sigma^p(q_1, q_2) - \sigma_0^p) + C_0 Q \right] \times \\ \times \exp \left[-\operatorname{LambertW} \left\{ C_0 Q \exp \left(k (\sigma^p(q_1, q_2) - \sigma_0^p) + C_0 Q \right) \right\} \right], \quad (3)$$

де $k = \frac{V_{\text{H}}}{RT}$; $Q = \frac{2\alpha_c V_{\text{H}} E}{9(1-\nu) RT}$. Тут $\operatorname{LambertW}(x)$ – функція Ламберта [19], яку ви-
значаємо з розв'язку рівняння

$$x = \operatorname{LambertW}(x) \times e^{\operatorname{LambertW}(x)},$$

і, наближено, – за рекурентним співвідношенням

$$w_{j+1} = w_j - \frac{w_j e^{w_j} - x}{e^{w_j} (w_j + 1) - \frac{(w_j + 2)(w_j e^{w_j} - x)}{2w_j + 2}}.$$

Тут $x = \text{LambertW}(x) = \lim_{j \rightarrow \infty} w_j$. В обчисленнях приймаємо $w_0 = 0$.

Приклади розрахунків вмісту водню навколо концентраторів напружень. Використовуючи наведені співвідношення, розглянемо еліптичний виріз, а також тріщину із зонами передруйнування у наводненому пружному металевому тілі.

Еліптичний отвір. У тілі з еліптичним отвором, що перебуває в умовах плоскої деформації та піддане розтягальним зусиллям інтенсивністю p (рис. 1), гідростатичні напруження

$$\sigma^p = \frac{2(1+\nu)}{3} (\Phi(z) + \overline{\Phi(z)}), \quad (4)$$

де згідно з працями [17, 20]

$$\Phi(z) = \frac{(m+1)p}{4m} \frac{z}{\sqrt{z^2 - 4R^2m}} - \frac{p}{4m}, \quad R = \frac{a+b}{2}, \quad m = \frac{a-b}{a+b}, \quad \sigma_0^p = -\frac{(1+\nu)}{3} p,$$

$z = x + iy$, а $\overline{\Phi(z)}$ – комплексно спряжена функція до $\Phi(z)$. Тоді за формулою (3) концентрація водню навколо еліптичного концентратора напружень

$$C(r, \beta) = C_0 \exp \left(k \frac{2(1+\nu)}{3} (\Phi(z) + \overline{\Phi(z)}) - k\sigma_0^p + C_0 Q \right) \times \\ \times \exp \left[-\text{LambertW} \left\{ C_0 Q \exp \left(k \frac{2(1+\nu)}{3} (\Phi(z) + \overline{\Phi(z)}) - k\sigma_0^p + C_0 Q \right) \right\} \right]. \quad (5)$$

Результати розрахунків гідростатичних напружень за формулою (4) та відповідного перерозподілу концентрації водню на продовженні великої півосі еліптичного отвору за співвідношенням (5) для $T = 300 \text{ K}$, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, $\nu = 0,3$, $\alpha_c = 5,01 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{mol}$, $V_H = 1,96 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{mol}$ наведено на рис. 1.

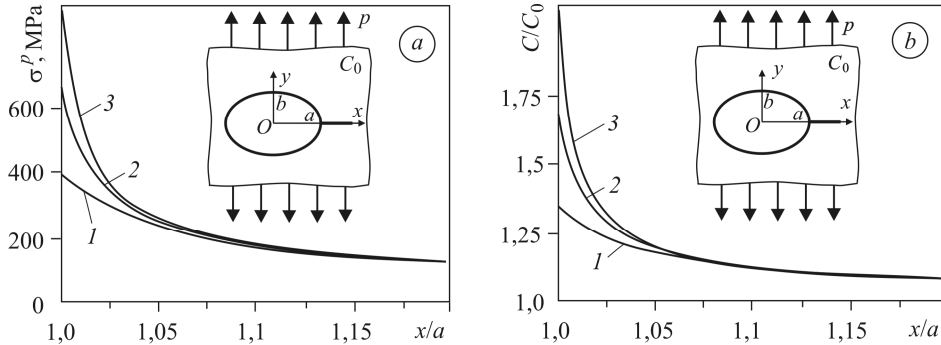


Рис. 1. Розподіл гідростатичних напружень (a) та перерозподіл відносної концентрації водню C/C_0 (b) на продовженні великої півосі еліпса: 1 – $b/a = 1/4$; 2 – $1/7$; 3 – $1/10$.

Fig. 1. Distribution of hydrostatical stresses (a) and redistribution of relative concentration of hydrogen C/C_0 (b) on the continuation of a large semiaxis of ellipse: 1 – $b/a = 1/4$; 2 – $1/7$; 3 – $1/10$.

Отже, характер зміни відносних концентрацій водню для еліптичного вирізу такий самий, як і гідростатичних напружень (рис. 1). Зі зменшенням відношення b/a , тобто з наближенням еліптичного вирізу до тріщиноподібного дефекту, концентрація водню в околі вершини великої півосі еліпса зростає. Отже, одержуємо

числові результати для гострокінцевого тріщиноподібного дефекту Гріффітса [14] методом скінченних елементів.

Тріщина зі зонами передруйнування. Вважаємо, що у тріщині заданий сталій тиск. Для розрахунку гідростатичних напружень біля тріщини з послабленими зонами передруйнування запишемо комплексний потенціал [20]

$$\Phi(z) = \frac{1}{4\pi\sqrt{z^2 - l^2}} \int_{-l}^l \frac{\sqrt{l^2 - t^2} s(t)}{t - z} dt, \quad (6)$$

де згідно з працею [21] задамо

$$s(t) = \begin{cases} -2p, & -l_0 \leq t \leq l_0; \\ -2p + 2\sigma_0, & -l \leq t < -l_0, \quad l_0 < t \leq l. \end{cases}$$

Після інтегрування у співвідношенні (6) одержимо:

$$\Phi(z) = \frac{1}{2\pi\sqrt{z^2 - l^2}} \left\{ \pi p \left(z - \sqrt{z^2 - l^2} \right) + 2\sigma_0 \left[2z \arcsin \frac{l_0}{l} - \pi z + \pi \sqrt{z^2 - l^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\sqrt{l^2 - z^2}}{2} \left(\ln \frac{l^2 + zl_0 - \sqrt{(l^2 - z^2)(l^2 - l_0^2)}}{l^2 + zl_0 + \sqrt{(l^2 - z^2)(l^2 - l_0^2)}} - \ln \frac{l^2 - zl_0 - \sqrt{(l^2 - z^2)(l^2 - l_0^2)}}{l^2 - zl_0 + \sqrt{(l^2 - z^2)(l^2 - l_0^2)}} \right) \right] \right\}.$$

Враховавши значення логарифмічної функції

$$\ln \frac{l^2 - z\xi - \sqrt{(l^2 - z^2)(l^2 - \xi^2)}}{l^2 - z\xi + \sqrt{(l^2 - z^2)(l^2 - \xi^2)}} = \begin{cases} \ln \frac{l^2 - x\xi - \sqrt{(l^2 - x^2)(l^2 - \xi^2)}}{l^2 - x\xi + \sqrt{(l^2 - x^2)(l^2 - \xi^2)}}, & z = x \in [-l, l]; \\ -2i \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{l^2 - z\xi}{l(z - \xi)} \right), & z \notin [-l, l], \end{cases}$$

знаходимо, що комплексний потенціал

$$\Phi(z) = \frac{\sigma_0 - p}{2} + \frac{\pi p - 2\sigma_0 \arccos \frac{l_0}{l}}{2\pi\sqrt{z^2 - l^2}} - \frac{\sigma_0}{2\pi} \left[\arcsin \frac{l^2 - zl_0}{l(z - l_0)} - \arcsin \frac{l^2 + zl_0}{l(z + l_0)} \right].$$

Оскільки [21] $l = l_0 \sec \frac{\pi p}{2\sigma_0}$, то

$$\Phi(z) = \frac{\sigma_0 - p}{2} + \frac{\sigma_0}{2\pi} \left[\arcsin \frac{l^2 - zl_0}{l(z - l_0)} - \arcsin \frac{l^2 + zl_0}{l(z + l_0)} \right], \quad (7)$$

де σ_0 – напруження, з якими притягаються протилежні береги зон передруйнування біля вершини тріщини.

Результати розрахунків гідростатичних напружень на основі формул (4), (7) та обумовленого ними перерозподілу відносної концентрації водню C/C_0 на продовженні тріщини на різних відстанях від її вершини за співвідношеннями (5) та (7) подані на рис. 2. Як бачимо, концентрація перерозподіленого водню вирівнюється на потрібній довжині зони передруйнування металу.

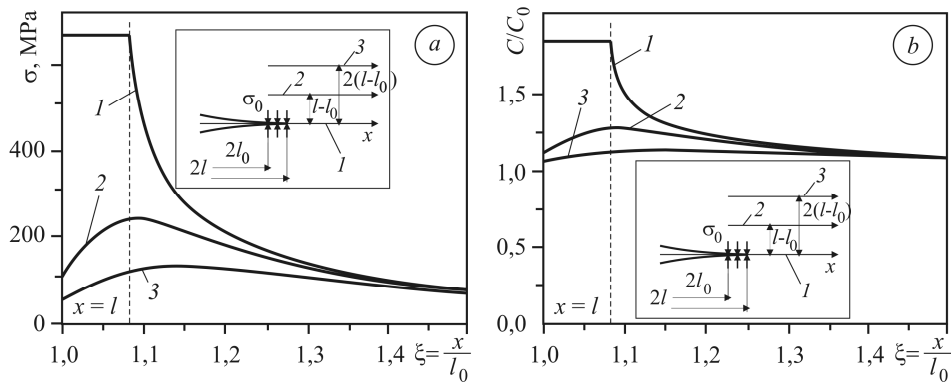


Рис. 2. Розподіл гідростатичних напружень (а) та перерозподіл відносної концентрації водню C/C_0 (b) на продовженні тріщини на різних відстанях від її вершини: 1 – 0; 2 – $(l - l_0)$; 3 – $2(l - l_0)$.

Fig. 2. Distribution of hydrostatic stresses (a) and redistribution of relative concentration of hydrogen C/C_0 (b) at the continuation of a crack at different distances from its tip: 1 – 0; 2 – $(l - l_0)$; 3 – $2(l - l_0)$.

Результати розрахунку відносної концентрації водню за такого підходу узгоджуються з експериментальними [22, 23] (рис. 3). Числові дані (рис. 4), одержані для модельної тріщини [21] із зонами переддруйнування, також збігаються з відповідними експериментальними розподілу водню [24] (рис. 5).

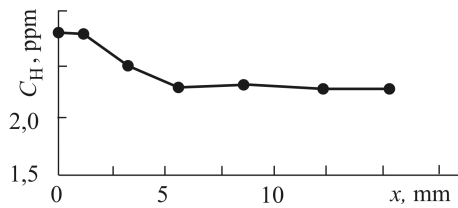


Рис. 3. Розподіл водню на продовженні тріщини [22].

Fig. 3. Distribution of hydrogen at the continuation of cracks [22].

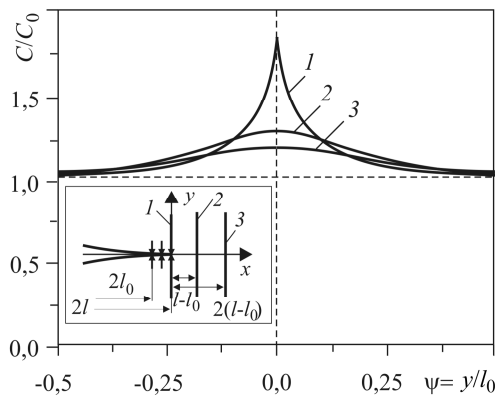


Рис. 4. Fig. 4.

Рис. 4. Перерозподіл відносної концентрації водню C/C_0 на різних відстанях від вершини та перпендикулярно до осі тріщини: 1 – 0; 2 – $(l - l_0)$; 3 – $2(l - l_0)$.

Fig. 4. Redistribution of relative concentration of hydrogen C/C_0 at different distances from the tip and perpendicular to the crack axis: 1 – 0; 2 – $(l - l_0)$; 3 – $2(l - l_0)$.

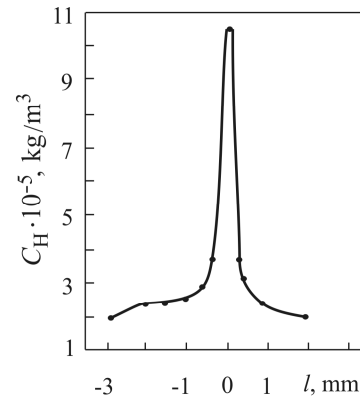


Рис. 5. Fig. 5.

Рис. 5. Розподіл водню в зоні переддруйнування на відстані 1,5 mm від вершини тріщини [24].

Fig. 5. Distribution of hydrogen in the process zone at the distance 1.5 mm from the crack tip [24].

ВИСНОВКИ

На основі рівняння дифузії під час деформації тіла з урахуванням відповідного потоку водню, спричиненого як зовнішнім навантаженням, так і напруженнями від наводнювання металу, послабленого гладким або тріщиноподібним дефектом, записано аналітичні співвідношення для оцінки його перерозподілу за дії зовнішніх зусиль. Розраховано зміну відносної концентрації водню в околі еліптичного отвору та тріщини зі зонами передруйнування. Отримані результати зіставлено з відповідними експериментальними.

РЕЗЮМЕ. Приведено уравнение диффузии и соответствующего потока водорода, вызванного внешними механическими нагрузками, для упругого металлического тела, ослабленного гладким или трещиноподобным дефектом. В квазистационарном случае для малоизменяющихся напряжений найдены замкнутые аналитические решения. Установлено перераспределение водорода, инициируемое эллиптическим и трещиноподобным дефектами с зонами предразрушения.

SUMMARY. Equation of diffusion and corresponding hydrogen flow, caused by the external mechanical loading for an elastic metal body, weakened by smooth or crack-like defects is proposed. In the quasi-stationary case the analytical solutions for low-variable stresses are found. The redistribution of hydrogen, initiated by the elliptic and crack-like defects with the proves zones, is established.

1. *Чутливість до водневої крихкості зварного з'єднання сталі 17Г1С магістрального газопроводу / О. Т. Цирульник, Є. І. Крижанівський, Д. Ю. Петрина, О. С. Тараєвський, М. І. Греділь // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2004. – 40, № 6. – С. 111–114.*
(*Susceptibility of a welded joint of 17G1s steel in a gas main to hydrogen embrittlement / O. T. Tsyryl'nyk, E. I. Kryzhaniv's'kyi, D. Yu. Petryna, O. S. Taraev's'kyi, M. I. Hredil' // Materials Science. – 2004. – 40, № 6. – P. 844–849.*)
2. *Крижанівський Є. І., Грабовський Р. С., Мандрик О. М. Оцінювання робоздатності нафтогазопроводів тривалої експлуатації за параметрами їх дефектності // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2013. – 49, № 1. – С. 105–110.*
(*Kryzhaniv's'kyi E. I., Hrabov's'kyi R. S., and Mandryk O. M. Estimation of the serviceability of oil and gas pipelines after long-term operation according to the parameters of their defectiveness // Materials Science. – 2013. – 49, № 1. – P. 117–123.*)
3. *The effect of hydrogen concentration on fracture of pipeline steels in presence of a notch / J. Capelle, J. Gilgert, I. Dmytrakh, G. Pluvinage // Eng. Fract. Mech. – 2011. – 78. – P. 364–373.*
4. *Mulder G., Hetland J., and Lenaers G. Towards a sustainable hydrogen economy: hydrogen pathways and infrastructure // Int. J. of Hydrogen Energy. – 2007. – 32. – P. 1324–1331.*
5. *Сташук М. Г., Дорош М. І. Оцінювання напружень, обумовлених концентрацією водню у металі // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2015. – 51, № 4. – С. 60–68.*
(*Stashchuk M. H. and Dorosh M. I. Evaluation of stresses caused by hydrogen concentrated in the metal // Materials Science. – 2015. – 51, № 4. – P. 520–529.*)
6. *Взаємодія водороду с металлами / В. Н. Агеев, И. Н. Бекман, О. П. Бурмистров и др. – М.: Наука, 1987. – 296 с.*
7. *Андрейків О. Є., Гембара О. В. Механіка руйнування та довговічність металевих матеріалів у воденьвмісних середовищах. – К.: Наук. думка, 2008. – 344 с.*
8. *Водородные концентрационные напряжения: природа, экспериментальные проявления, значимость для техники / В. А. Гольцов, Ж. Л. Глухова, Е. Н. Любименко, Т. А. Щеголева // Наук. пр. ДонНТУ. Металургія. – 2009. – Вип. 11 (159). – С. 165–173.*
9. *Сташук М. Г. Взаємвплив напружено-деформованого стану і концентрації водню в системі “метал–водень” // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2011. – 47, № 4. – С. 71–77.*
(*Stashchuk M. H. Mutual influence of the stress-strain state and hydrogen concentration in the metal–hydrogen system // Materials Science. – 2011. – 47, № 4. – P. 499–508.*)
10. *Сташук М. Г., Дорош М. І. Визначення напружено-деформованого стану тіла, обумовленого концентрацією водню // Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій / За заг. ред. В. В. Панасюка. – Львів: Фіз.-мех. ін-т НАН України, 2009. – С. 689–694.*

11. *Стащук М. Г., Дорощ М. І.* Розрахунок концентрації водню та викликаних ним напружень у металевій смузі та пустотілому циліндрі // Пр. Міжнар. наук.-техн. конф. “Теорія та практика раціонального проектування, виготовлення і експлуатації машинобудівних конструкцій”. – Львів, 2010. – С. 93–94.
12. *Stashchuk M. H. and Dorosh M. I.* Evaluation of hydrogen stresses in metal and redistribution of hydrogen around crack-like defects // *Int. J. of Hydrogen Energy*. – 2012. – **37**. – P. 14687–14696.
13. *Діагностика водневого макророзшарування в стінці гину труби системи магістральних газопроводів / Л. Є. Харченко, О. Е. Кунта, О. І. Звірко, Р. С. Савула, З. А. Дурягіна // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2015. – 51, № 4. – С. 84–90*
(*Diagnostics of hydrogen macrodelaamination in the wall of a bent pipe in the system of gas mains / L. E. Kharchenko, O. E. Kunta, O. I. Zvirko, R. S. Savula, Z. A. Duryahina // Materials Science. – 2015. – 51, № 4. – P. 530–537.*)
14. *Стащук М. Г.* Вплив зовнішніх навантажень на перерозподіл водню у металі біля концентраторів напружень // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2011. – **47**, № 6. – С. 23–29.
(*Stashchuk M. H.* Influence of external loads on the redistribution of hydrogen in the metal near stress concentrators // *Materials Science. – 2011. – 47, № 6. – P. 737–745.*)
15. *Колачев Б. А.* Водородная хрупкость металлов. – М.: Металлургия, 1985. – 218 с.
16. *Study of correlation hydrogen – induced stress and hydrogen embrittlement / T. Zhang, W. Y. Chu, K. W. Gao, L. J. Qiao // Mat. Sci. and Eng. A. – 2003. – 347. – P. 291–299.*
17. *Мусхелишвили Н. И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 708 с.
18. *Мартинсон Л. К., Малов Ю. И.* Дифференциальные уравнения математической физики. – М.: Изд. МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. – 368 с.
19. *Valluri S. R., Jeffrey D. J., and Corless R. M.* Some applications of the Lambert W function to physics // *Canadian J. Physics. – 2000. – 78. – P. 823–831.*
20. *Стащук М. Г.* Задачи механики упругих тел с трещиноподобными дефектами. – К.: Наук. думка, 1993. – 360 с.
21. *Панасюк В. В.* Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. – К.: Наук. думка, 1968. – 246 с.
22. *Визначення концентрації водню у зоні передруйнування біля вершини тріщини / Я. Л. Іваницький, О. В. Гембара, О. Д. Сміян, М. Ковалік // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2010. – 46, № 6. – С. 51–55.*
(*Evaluation of the concentration of hydrogen in the process zone near the crack tip / Ya. L. Ivanyts'kyi, O. V. Hembara, O. D. Smiyan, M. Kowalik // Materials Science. – 2010. – 46, № 6. – P. 769–774.*)
23. *Hydrogen influence on fracture of sheet carbon steel // Ya. Ivanytskyi, S. Shtayura, Y. Molkov, T. Lenkovskiy // Int. J. Fracture. – 2012. – 176, № 1. – P. 17–23.*
24. *Сміян О. Д.* Водень в металі як бозонна рідина // Фізика і хімія твердого тіла. – 2004. – **5**, № 4. – С. 750–757.

Одержано 05.08.2016