

УДК 536.12:621.891:539.3

ВПЛИВ ТРИВАЛОСТІ ЗБІЛЬШЕННЯ КОНТАКТНОГО ТИСКУ ПІД ЧАС ГАЛЬМУВАННЯ НА ТЕМПЕРАТУРУ ТРИБОСИСТЕМИ НАКЛАДКА–ДИСК

К. ТОПЧЕВСКА

Білостоцька політехніка, Польща

Отримано точні розв'язки теплових задач тертя для трибосистеми накладка–диск із урахуванням часових профілів питомої потужності тертя, що відповідають експоненційному та лінійному підвищенню тиску під час гальмування. Досліджено вплив тривалості досягнення номінального значення тиску на температуру в зоні контакту металокерамічної накладки з чавунним диском. Встановлено, що зі збільшенням часу досягнення номінального значення контактної тиску максимальна температура лінійно знижується, а час її досягнення збільшується.

Ключові слова: температура, фрикційне нагрівання, гальмування, тиск, потужність тертя.

Залежності потужності тертя від часу необхідні для розрахунку температури дискових гальм [1]. Запропоновано аналітичні [2, 3], числово-аналітичні [4] та числові [5] методи дослідження розподілу нестационарних температурних полів у фрикційних елементах для заданого априорі часового профілю питомої потужності тертя. Вивчено вплив цього чинника на температуру та температурні напруження трибосистеми накладка–диск під час раціонального режиму гальмування [6, 7].

Часовий профіль питомої потужності тертя визначають за зміною тиску в зоні контакту накладки з диском та за швидкістю, знайденою з розв'язку відповідної початкової задачі для рівняння руху. Загалом тиск під час гальмування збільшується експоненційно [8]. Отримано розв'язки в квадратурах одновимірних теплових задач тертя із урахуванням такого підвищення для двох півпросторів [9, 10] та шару і півпростору [11, 12].

Мета дослідження – отримати інженерні формули для вивчення впливу тривалості збільшення тиску на максимальну температуру під час одноразового гальмування. Для цього використано апроксимації фактичного часового профілю потужності тертя за допомогою степеневих функцій.

Формулювання задачі. Зміну контактної тиску p , швидкості V , питомої потужності q та роботи w тертя з часом t під час одноразового гальмування запишемо у вигляді [8]

$$p(t) = p_0 p^*(t), \quad p^*(t) = 1 - e^{-t/t_i}, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (1)$$

$$V(t) = V_0 V^*(t), \quad V^*(t) = 1 - t/t_s^0 + p^*(t)t_i/t_s^0, \quad t_s^0 = W_0 / (f p_0 A_a V_0), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (2)$$

$$q(t) = q_0 q^*(t), \quad q_0 = f p_0 V_0, \quad q^*(t) = p^*(t) [1 - t/t_s^0 + p^*(t)t_i/t_s^0], \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (3)$$

$$w(t) = w_0 w^*(t), \quad w_0 = q_0 t_s^0, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (4)$$

$$w^*(t) = \int_0^t q^*(s) ds = (1 - 0,5t/t_s^0)t/t_s^0 - p^*(t)(1 - t/t_s^0)t_i/t_s^0 - 0,5[p^*(t)t_i/t_s^0]^2, \quad (5)$$

де t_s – час зупинки; $t_i > 0$ – параметр, який характеризує швидкість збільшення контактного тиску від нуля до номінального значення p_0 ; f – коефіцієнт тертя; A_a – площа номінальної зони контакту накладки з диском; V_0, W_0 – відповідно початкові швидкість та кінетична енергія.

У момент зупинки $t = t_s$ зі співвідношення (2) отримали

$$t_i p^*(t_s) = t_s - t_s^0, \quad (6)$$

а із умови $dq^*/dt|_{t=t_{\max}} = 0$ – рівняння для визначення часу t_{\max} досягнення функцією $q^*(t)$ (3) максимального значення q_{\max}^* :

$$(t_s^0 - t_{\max})e^{-t_{\max}/t_i} - (1 - 2e^{-t_{\max}/t_i})t_i p^*(t_{\max}) = 0. \quad (7)$$

Розв'язавши нелінійні рівняння (6) і (7) методом половинного поділу [13], знаходимо залежності

$$t_s = t_s^0 + 0,99t_i, \quad t_{\max} = 0,783\sqrt{t_i t_s^0}, \quad 0 \leq t_i \leq 0,3t_s^0. \quad (8)$$

Якщо $t_i \rightarrow 0$, то з формул (1)–(6) маємо: $p(t) = p_0$, $V(t) = V_0(1-t)$, $q(t) = q_0(1-t)$, $w(t) = w_0(1-0,5t/t_s^0)t/t_s^0$, $0 \leq t \leq t_s^0$. Отже, параметр t_s^0 (2) – це час зупинки під час гальмування зі сталим сповільненням.

Розвинувши функцію $p^*(t)$ (1) у степеневий ряд та обмежившись у ньому першими двома членами, отримаємо:

$$p^*(t) = (t/t_i)H(t_i - t) + H(t - t_i), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (9)$$

де $H(\cdot)$ – одинична функція Гевісайда. За лінійного збільшення контактного тиску (9) часові профілі швидкості V^* , питомих потужності q^* та роботи w^* тертя (2)–(5) запишемо так [14]:

$$V^*(t) = 1 - V_i^*(t)H(t_i - t) - [V_i^*(t_i) + V_s^*(t)]H(t - t_i), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (10)$$

$$V_i^*(t) = 0,5t^2/(t_s^0 t_i), \quad V_s^*(t) = (t - t_i)/t_s^0, \quad (11)$$

$$q^*(t) = q_i^*(t)H(t_i - t) + q_s^*(t)H(t - t_i), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (12)$$

$$q_i^*(t) = [1 - 0,5t^2/(t_s^0 t_i)]t/t_i, \quad q_s^*(t) = 1 - (t - 0,5t_i)/t_s^0, \quad (13)$$

$$w^*(t) = w_i^*(t)H(t_i - t) - [w_i^*(t_i) + w_s^*(t)]H(t - t_i), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (14)$$

$$w_i^*(t) = 0,5[1 - 0,25t^2/(t_s^0 t_i)]t^2/(t_s^0 t_i), \quad w_s^*(t) = (1 - 0,5t/t_s^0)(t - t_i)/t_s^0. \quad (15)$$

Підставивши співвідношення (10) і (11) до умови $V^*(t_s) = 0$, визначимо час гальмування:

$$t_s = t_s^0 + 0,5t_i. \quad (16)$$

Запропоновано також апроксимувати часовий профіль питомої потужності q^* (3) та роботи тертя w^* (4), (5) у вигляді [1]

$$q(t) = q_0 q^*(t), \quad q^*(t) = 0,5(\alpha + 1)(\alpha + 2)(t_s^0/t_s)(t/t_s)^\alpha (1 - t/t_s), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (17)$$

$$w(t) = w_0 w^*(t), \quad w^*(t) = 0,5(t/t_s)^{\alpha+1}[(\alpha + 1)(1 - t/t_s) + 1], \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (18)$$

$$\alpha = t_{\max}/(t_s - t_{\max}), \quad 0 \leq \alpha \leq 1, \quad (19)$$

де параметри t_s і t_{\max} визначаємо з формул (8).

З виразів (4) і (5), (14) і (15), (18) і (19) випливає, що повна робота тертя $w(t_s)$ не залежить від параметра t_i і дорівнює $0,5w_0$. Це означає, що кількість фрикцій-

ного тепла, генерованого питомими потужностями тертя (3), (12), (13) та (17), (19) на поверхні контакту накладки з диском, однакова, тому можемо порівнювати відповідні значення температури. Для їх визначення розглянемо одновимірну модель фрикційного нагрівання трибосистеми накладка–диск. За ідеального теплового контакту тертя температурні поля $T_l(z, t)$ у цих елементах знаходимо з розв’язку крайової задачі теплопровідності для двох напівобмежених тіл $z \geq 0$ ($l = 1$, накладка) та $z \leq 0$ ($l = 2$, диск) [9, 10]:

$$\frac{\partial^2 T_1^*(\zeta, \tau)}{\partial \zeta^2} = \frac{\partial T_1^*(\zeta, \tau)}{\partial \tau}, \quad \zeta > 0, \quad 0 < \tau \leq \tau_s, \quad (20)$$

$$\frac{\partial^2 T_2^*(\zeta, \tau)}{\partial \zeta^2} = \frac{1}{k^*} \frac{\partial T_2^*(\zeta, \tau)}{\partial \tau}, \quad \zeta < 0, \quad 0 < \tau \leq \tau_s, \quad (21)$$

$$K^* \frac{\partial T_2^*(\zeta, \tau)}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=0} - \frac{\partial T_1^*(\zeta, \tau)}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=0} = q^*(\tau), \quad 0 < \tau \leq \tau_s, \quad (22)$$

$$T_1^*(0, \tau) = T_2^*(0, \tau) \equiv T^*(\tau), \quad 0 < \tau \leq \tau_s, \quad (23)$$

$$T_l^*(\zeta, \tau) \rightarrow 0, \quad |\zeta| \rightarrow \infty, \quad 0 < \tau \leq \tau_s, \quad l = 1, 2, \quad (24)$$

$$T_l^*(\zeta, 0) = 0, \quad |\zeta| < \infty, \quad l = 1, 2, \quad (25)$$

$$\zeta = \frac{z}{a}, \quad \tau = \frac{k_1 t}{a^2}, \quad \tau_i = \frac{k_1 t_i}{a^2}, \quad \tau_s^0 = \frac{k_1 t_s^0}{a^2}, \quad \tau_s = \frac{k_1 t_s}{a^2}, \quad K^* = \frac{K_2}{K_1}, \quad k^* = \frac{k_2}{k_1},$$

$$T_a = \frac{q_0 a}{K_1}, \quad T_l^* = \frac{T_l - T_0}{T_a}, \quad (26)$$

де $q^*(\tau)$ – часовий профіль питомої потужності тертя; T_a – початкова температура; K_l, k_l – коефіцієнти тепло- і температуропровідності відповідно; $a = \max\{a_l\}$, $a_l = \sqrt{3k_l t_s^0}$ – ефективні глибини проникання тепла до накладки та диска [1].

Розв’язування задачі. За допомогою формули Дюгамеля розв’язок крайової задачі теплопровідності (20)–(26) на поверхні контакту $\zeta = 0$ запишемо у вигляді [6]

$$T^*(\tau) = \frac{\gamma}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\tau} \frac{q^*(s)}{\sqrt{\tau-s}} ds, \quad \gamma = \frac{\sqrt{k^*}}{\sqrt{k^* + K^*}}, \quad 0 \leq \tau \leq \tau_s. \quad (27)$$

Підставивши функцію $q^*(\tau)$ (3) під знак інтеграла в формулі (27), отримаємо:

$$T^*(\tau) = (\gamma / \tau_s^0) [(\tau_s^0 + \tau_i) I_{0,0}(\tau) - I_{1,0}(\tau) - (\tau_s^0 + 2\tau_i) I_{0,1}(\tau) + I_{1,1}(\tau) + \tau_i I_{0,2}(\tau)], \quad 0 \leq \tau \leq \tau_s, \quad (28)$$

$$I_{n,m}(\tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\tau} \frac{s^n e^{-ms/\tau_i}}{\sqrt{\tau-s}} ds, \quad n = 0, 1; \quad m = 0, 1, 2. \quad (29)$$

Поклавши $x = \sqrt{\tau-s}$, інтеграли (29) для $m = 0$ подамо так:

$$I_{n,0}(\tau) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{\tau}} (\tau - x^2)^n dx, \quad n = 0, 1. \quad (30)$$

Скориставшись формулою [15]

$$\int_0^a (a^\mu - x^\mu)^{\nu-1} dx = \mu^{-1} a^{\mu(\nu-1)+1} B(\nu; \mu^{-1}), \quad a, \mu, \nu > 0, \quad (31)$$

для $a = \sqrt{\tau}$, $\mu = 2$, $\nu = n + 1$ знайдемо:

$$I_{n,0}(\tau) = B(n+1; 0,5) \tau^n \sqrt{\tau/\pi}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (32)$$

Тут $B(\nu; \mu^{-1})$ – бета-функція [16].

Беручи до уваги значення $B(1; 0,5) = 2$, $B(2; 0,5) = 4/3$, з формули (32) отримаємо:

$$I_{0,0}(\tau) = 2\sqrt{\tau/\pi}, \quad I_{1,0}(\tau) = (4/3)\tau\sqrt{\tau/\pi}. \quad (33)$$

Якщо ж $m \neq 0$, то, поклавши $x = \sqrt{\tau - s}$, інтеграл (29) зведемо до вигляду

$$I_{0,m}(\tau) = \sqrt{\tau} F(\sqrt{m\tau/\tau_i}), \quad m = 1, 2, \quad I_{1,1}(\tau) = (\tau + 0,5\tau_i)\sqrt{\tau} F(\sqrt{\tau/\tau_i}) - \tau_i\sqrt{\tau/\pi}, \quad (34)$$

де інтеграл Досона

$$F(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{e^{-x^2}}{x} \int_0^x e^{s^2} ds$$

обчислювали так [17]:

$$F(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(2x^2)^n}{(2n+1)!!}, \quad 0 \leq x \leq 3, \quad F(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2x^2)^{n+1}}, \quad x > 3.$$

Підставивши значення інтегралів $I_{n,m}(\tau)$ (33), (34) у формули (28), знайдемо:

$$T^*(\tau) = \gamma\sqrt{\tau} \left[\left(1 + \frac{\tau_i}{2\tau_s^0} - \frac{2\tau}{3\tau_s^0} \right) \frac{2}{\sqrt{\pi}} - \left(1 - \frac{\tau}{\tau_s^0} + \frac{3\tau_i}{2\tau_s^0} \right) F\left(\sqrt{\frac{\tau}{\tau_i}}\right) + \frac{\tau_i}{\tau_s^0} F\left(\sqrt{\frac{2\tau}{\tau_i}}\right) \right], \quad (35)$$

$$0 \leq \tau \leq \tau_s.$$

У граничному випадку $\tau_i \rightarrow 0$ з розв'язку (35) отримали відому формулу Фазекаша для обчислення температури поверхні контакту накладки з диском під час гальмування зі сталим сповільненням [18]:

$$T^*(\tau) = 2\gamma\sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \left(1 - \frac{2\tau}{3\tau_s^0} \right), \quad 0 \leq \tau \leq \tau_s. \quad (36)$$

Підставивши функцію $q^*(\tau)$ (12), (13) у формули (27), одержали:

$$T^*(\tau) = \gamma\{T_i^*(\tau)H(\tau_i - \tau) + [T_i^*(\tau_i) - T_s^*(\tau_i) + T_s^*(\tau)]H(\tau - \tau_i)\}, \quad 0 \leq \tau \leq \tau_s, \quad (37)$$

$$T_i^*(\tau) = [I_{1,0}(\tau) - 0,5I_{3,0}(\tau)/(\tau_s^0\tau_i)]/\tau_i, \quad T_s^*(\tau) = (1 + 0,5\tau_i/\tau_s^0)I_{0,0}(\tau) - I_{1,0}(\tau)/\tau_s^0, \quad (38)$$

де, беручи до уваги значення $B(4; 0,5) = 32/35$, з виразу (32) знайдемо:

$$I_{3,0}(\tau) = (32/35)\tau^3 \sqrt{\tau/\pi}. \quad (39)$$

Підставивши інтеграл $I_{n,0}(\tau)$, $n = 0, 1$ (33) і $I_{3,0}(\tau)$ (39) у формули (38), одержимо:

$$T_i^*(\tau) = \frac{4\tau}{\tau_i} \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \left(\frac{1}{3} - \frac{4\tau^2}{35\tau_s^0\tau_i} \right), \quad T_s^*(\tau) = 2\sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \left(1 + \frac{\tau_i}{2\tau_s^0} - \frac{2\tau}{3\tau_s^0} \right), \quad (40)$$

$$T_i^*(\tau_i) - T_s^*(\tau_i) = -\frac{2}{3} \sqrt{\frac{\tau_i}{\pi}} \left(1 + \frac{13\tau_i}{70\tau_s^0} \right). \quad (41)$$

Знаючи функції $T_{i,s}^*(\tau)$ (40), (41), з формули (37) знайдемо безрозмірну температуру поверхні контакту накладки з диском. Перейшовши до границі $\tau_i \rightarrow 0$, з виразів (37), (40) і (41) отримуємо розв'язок Фазекаша (36).

Підставивши функцію $q^*(\tau)$ (17) у формулу (27), одержимо:

$$T^*(\tau) = 0,5\gamma(\alpha+1)(\alpha+2)(\tau_s^0/\tau_s)[I_\alpha(\tau) - I_{\alpha+1}(\tau)], \quad 0 \leq \tau \leq \tau_s, \quad (42)$$

$$I_\alpha(\tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\tau \left(\frac{s}{\tau_s} \right)^\alpha \frac{ds}{\sqrt{\tau-s}}, \quad (43)$$

де параметр $0 \leq \alpha \leq 1$ обчислювали за формулами (8), (19). За допомогою підстановки $x = \sqrt{\tau-s}$ інтеграл (43) спочатку запишемо у вигляді

$$I_\alpha(\tau) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{\tau}} (\tau-x^2)^\alpha dx.$$

Поклавши у формулі (31) $a = \sqrt{\tau}$, $\mu = 2$, $\nu = \alpha + 1$, отримаємо:

$$I_\alpha(\tau) = B(\alpha+1; 0,5)(\tau/\tau_s)^\alpha \sqrt{\tau/\pi}. \quad (44)$$

Беручи до уваги залежності [16]

$$B(\alpha+1; 0,5) = \sqrt{\pi} \Gamma(\alpha+1) / \Gamma(\alpha+1,5), \quad B(\alpha+2; 0,5) = (\alpha+1)B(\alpha+1; 0,5) / (\alpha+1,5)$$

та підставивши функції $I_\alpha(\tau)$, $I_{\alpha+1}(\tau)$ (44) у формулу (42), знайдемо:

$$T^*(\tau) = 0,5\gamma(\alpha+1)(\alpha+2)\sqrt{\tau} \frac{\Gamma(\alpha+1)\tau_s^0}{\Gamma(\alpha+1,5)\tau_s} \left(\frac{\tau}{\tau_s} \right)^\alpha \left[1 - \frac{(\alpha+1)\tau}{(\alpha+1,5)\tau_s} \right], \quad 0 \leq \tau \leq \tau_s, \quad (45)$$

де $\Gamma(\alpha)$ – гамма-функція [16]. За лінійного зменшення швидкості під час гальмування $\alpha = 0$, $\tau_s = \tau_s^0$. Тоді, беручи до уваги значення $\Gamma(1) = 1$, $\Gamma(1,5) = 0,5\sqrt{\pi}$, з формули (45) отримуємо розв'язок Фазекаша (36).

Числові результати. Обчислювали для металокерамічної (ФМК-11) накладки ($K_1 = 34,3 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, $k_1 = 15,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$) та чавунного (ЧНМХ) диска ($K_2 = 51 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, $k_2 = 14 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$) [8]. Для цієї фрикційної пари коефіцієнт розподілу теплових потоків $\gamma = 0,608$, а ефективна глибина проникання тепла

$$a = a_1 = \sqrt{3k_1 t_s^0}. \quad \text{Тоді з формул (26) знаходимо числа Фур'є } \tau = 0,33t^*, \quad \tau_i = 0,33t_i^*, \quad \tau_s^0 = 0,33, \quad \tau_s = 0,33t_s^*, \quad \text{де } t^* = t/t_s^0, \quad t_i^* = t_i/t_s^0, \quad t_s^* = t_s/t_s^0.$$

Тривалість гальмування збільшується з ростом часу досягнення номінального значення контактної тиску, а швидкість знижується нелінійно лише на початковому етапі гальмування, коли $0 \leq t^* \leq 0,3$ (рис. 1).

Знаючи зміну з часом гальмування контактної тиску p^* та швидкості V^* , побудували відповідні графіки для добутку цих величин – питомої потужності тертя q^* (рис. 2). Зображені часові профілі безрозмірної питомої потужності тертя q^* складаються з двох гілок. Зростальна відображає підвищення контактної тиску, а отже, і сили тертя під час гальмування. В цьому часовому інтервалі збільшення сили тертя випереджує зменшення швидкості і через деякий час питома потужність тертя досягає свого максимального значення. Спадаюча гілка часового профілю потужності тертя зумовлена стрімким зниженням швидкості гальмування за одночасного незначного підвищення тиску. Робота тертя – площа

області під кривою питомої потужності тертя – не залежить від тривалості збільшення контактного тиску i , як показано вище, однакова як для точного (3), так і для наближених (12), (13) та (17) подань q^* . Для фіксованого значення параметра t_i час гальмування t_s , визначений з формули (8), перевищує час гальмування, знайдений з формули (16).

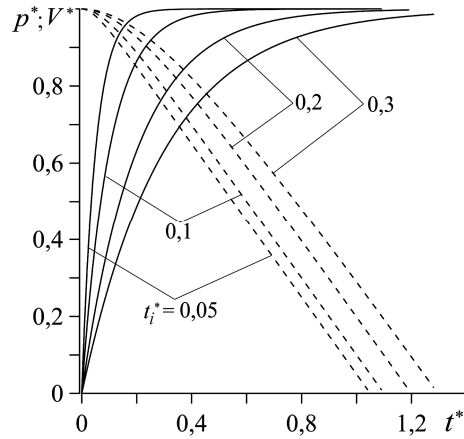


Рис. 1. Еволюції безрозмірних тиску p^* (суцільні криві) та швидкості V^* (штрихові) для декількох значень параметра t_i^* .
 Fig. 1. Evolutions of the dimensionless pressure p^* (solid curves) and speed V^* (dashed) for several values of the parameter t_i^* .

Еволюції безрозмірної температури T^* , що відповідають часовим профілям питомої потужності тертя q^* з рис. 2а, наведено на рис. 2б. У початковий період гальмування температура зростає тим швидше, що менший час виходу контактного тиску на номінальне значення. На цьому етапі найвищою є температура, знайдена з розв'язку (45), отриманого на основі апроксимації Чічінадзе (17), а найнижчою – за використання точного розв'язку (35) з експоненційним збільшенням контактного тиску (1). В останньому випадку температура під час гальмування підвищується найдовше, досягаючи максимальних значень. Після досягнення температурного максимуму починається охолодження поверхні контакту, яке триває до зупинки.

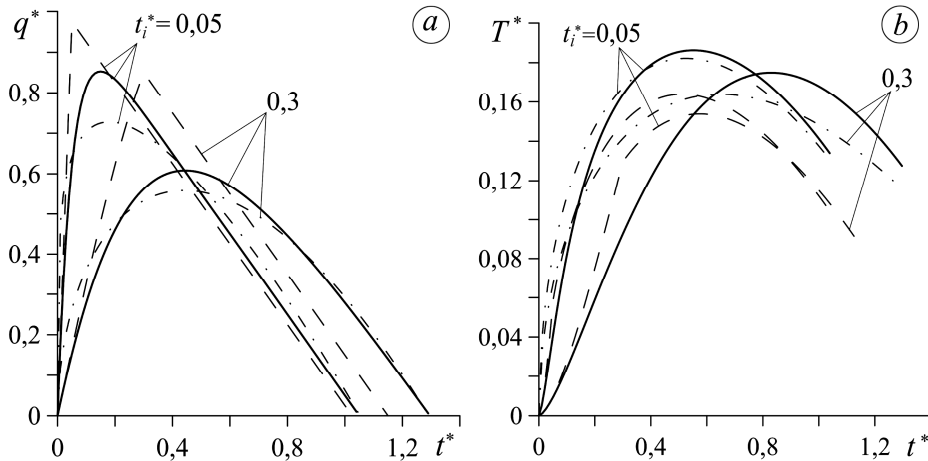


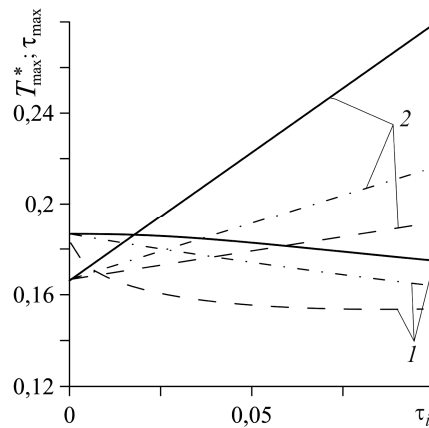
Рис. 2. Еволюції безрозмірних питомої потужності тертя q^* (а) і температури T^* (б) для двох значень параметра t_i^* . Суцільні криві – формули (3) і (35), штрихові – (12), (13) і (37), штрих-пунктирні – (17) і (45).

Fig. 2. Evolutions of the dimensionless specific power of friction q^* (a) and temperature T^* (b) for two values of the parameter t_i^* . Solid curves are constructed by Eq. (3) and (35), dashed curves – by Eq. (12), (13) and (37), drop-dashed curves – by Eq. (17) and (45).

Під час гальмування зі сталим сповільненням ($\tau_i = 0$) максимальне значення безрозмірної температури $T_{\max}^* = 0,187$ досягається в момент часу $\tau_{\max} = 0,17$ і є однаковим для точного (35) та наближених (37) і (45) розв'язків (рис. 3). Зі збільшенням параметра τ_i максимальна температура поверхні контакту накладки з диском знижується, а час її досягнення лінійно зростає. Найменше (найбільше) падіння максимальної температури виявили за експоненційного (1) (лінійного (9)) підвищення контактної тиску. Для часу $\tau_i = 0,1$ значення безрозмірних максимальної температури T_{\max}^* та часу її досягнення τ_{\max} , знайдені з формул (35), (37) і (45), становлять відповідно 0,175; 0,154; 0,164 та 0,28; 0,19; 0,22.

Рис. 3. Залежності безрозмірних максимальної температури T_{\max}^* (1) та часу її досягнення τ_{\max} (2) від параметра τ_i . Суцільні криві – формула (35), штрихові – (37), штрих-пунктирні – (45).

Fig. 3. Dependences of the dimensionless maximum temperature T_{\max}^* (1) and time of its reaching τ_{\max} (2) on the parameter τ_i . Solid curves represented the results obtained by Eq. (35), dashed curves – by Eq. (37), drop-dashed curves – by Eq. (45).



ВИСНОВКИ

Отримано розрахункові формули для дослідження впливу часу досягнення номінального значення тиску на температуру поверхні контакту накладки з диском. Розглянуто часовий профіль питомої потужності тертя з експоненційним збільшенням тиску під час гальмування та два його наближення – лінійне і степеневе, запропоновані Чічінадзе. Одержано точні розв'язки відповідних одновимірних теплових задач тертя. Виявлено, що максимальна температура та тривалість гальмування лінійно збільшуються з ростом часу досягнення номінального значення контактної тиску. Температури, знайдені за апроксимаційними формулами, нижчі, ніж температура, отримана за експоненційного збільшення тиску. Різниця цих температур тим більша, що триваліший вихід тиску на номінальне значення.

РЕЗЮМЕ. Получены точные решения тепловых задач трения для трибосистемы накладка–диск с учетом временных профилей удельного давления, соответствующих экспоненциальному и линейному увеличению давления при торможении. Исследовано влияние продолжительности достижения номинального значения давления на температуру в области контакта металлокерамической накладки с чугуном диском. Выведено, что с ростом времени достижения номинального значения контактного давления максимальная температура линейно снижается, а время ее достижения увеличивается.

SUMMARY. The exact solutions to the thermal problems of friction for the pad-disc tribosystem with account of temporal profiles of the specific friction power, corresponding to the exponential and linear increase of pressure during braking, were obtained. The effect of the time of contact pressure increase to the nominal value on the temperature in the contact zone of the metal-ceramic pad with the cast iron disc was investigated. It was established that increasing the time moment of reaching nominal pressure, the maximum temperature decreases linearly and it is reached later.

1. *Расчет, испытание и подбор фрикционных пар* / А. В. Чичинадзе, Э. Д. Браун, А. Г. Гинзбург, З. В. Игнатъева. – М.: Наука, 1979. – 268 с.
2. *Євтушенко О., Куцей М., Євтушенко Ол.* Моделювання фрикційного нагрівання під час гальмування // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2012. – **48**, № 5. – С. 27–33
(*Evtushenko O., Kuciej M., and Evtushenko Ol.* Modeling of frictional heating in the process of braking // *Materials Science*. – 2013. – **48**, № 5. – P. 582–590.)
3. *Yevtushenko A. A. and Kuciej M.* One-dimensional thermal problem of friction during braking: The history of development and actual state // *Int. J. Heat Mass Trans.* – 2012. – **55**, № 15–16. – P. 4118–4153.
4. *Євтушенко О., Куцей М., Гжесь П.* Числовий та аналітичний розв'язки теплової задачі тертя під час гальмування // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2011. – **47**, № 6. – С. 59–64.
(*Evtushenko O., Kuciej M., and Grzes P.* Numerical and analytic solutions of the thermal problem of friction in the course of braking // *Materials Science*. – 2012. – **47**, № 6. – P. 783–789.)
5. *Yevtushenko A. A. and Grzes P.* The FEM-modeling of the frictional heating phenomenon in the pad/disc tribosystem (a review) // *Num. Heat Trans., Part A: Applications*. – 2010. – **58**, № 3. – P. 207–226.
6. *Торчевска К.* Вплив потужності тертя на температуру під час гальмування // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2017. – **53**, № 2. – С. 96–101.
(*Torczevska K.* Influence of the friction power on temperature in the process of braking // *Materials Science*. – 2017. – **53**, № 2. – P. 235–242.)
7. *Торчевска К.* Вплив потужності тертя на температурні напруження під час одноразового гальмування // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2017. – **53**, № 5. – С. 66–72.
8. *Kuciej M.* Analytical models of transient frictional heating. – Białystok: Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, 2012. – 236 s.
9. *Evtushenko A. A. and Ivanyk E. G.* Formulas for calculating mean temperature and wear of friction surfaces in braking // *Friction and Wear*. – 1999. – **20**, № 3. – P. 257–264.
10. *Yevtushenko A. A., Ivanyk E. G., and Yevushenko O. O.* Exact formulae for determination of the mean temperature and wear during braking // *Heat Mass Trans.* – 1999. – **35**, № 2. – P. 163–169.
11. *Yevtushenko A. A., Kuciej M., and Yevtushenko O. O.* Influence of the pressure fluctuations on the temperature in pad/disc tribosystem // *Int. Comm. Heat Mass Trans.* – 2010. – **37**, № 8. – P. 978–983.
12. *Kuciej M.* Accounting changes of pressure in time in one-dimensional modeling the process of friction heating of disc brake // *Int. J. Heat Mass Trans.* – 2011. – **54**, № 1–3. – P. 468–474.
13. *Numerical recipes in FORTRAN: the art of scientific computing* / W. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1992. – 796 p.
14. *Torczevska K.* Temperature distribution in a brake disc with variable contact pressure // *Technical Issues*. – 2016. – № 1. – P. 90–95.
15. *Прудников А. П., Брычков Ю. А., Марищев О. И.* Интегралы и ряды. Элементарные функции. – М.: Наука, 1981. – 800 с.
16. *Абрамовиц М., Стиган И.* Справочник по специальным функциям. – М.: Наука, 1979. – 830 с.
17. *Barber J. R. and Martin-Moran C. J.* Green's functions for transient thermoelastic contact problems for the half-plane // *Wear*. – 1982. – **79**, № 1. – P. 11–19.
18. *Fazekas G. A. G.* Temperature gradients and heat stresses in brake drums // *SAE Trans.* – 1953. – **61**, № 1. – P. 279–284.

Одержано 23.02.2018