

УДК: 539.375;539.4

## РОЗРАХУНОК ЗАЛИШКОВОГО РЕСУРСУ МАГІСТРАЛЬНИХ ТРУБОПРОВОДІВ З УРАХУВАННЯМ ДІЇ СЕРЕДОВИЩА І ДЕГРАДАЦІЇ ЇХ МАТЕРІАЛІВ

О. Є. АНДРЕЙКІВ<sup>1</sup>, І. Я. ДОЛІНСЬКА<sup>2</sup>, І. П. ШТОЙКО<sup>2</sup>,  
О. К. РАЙТЕР<sup>2</sup>, Ю. Я. МАТВІЙ<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Львівський національний університет ім. Івана Франка;

<sup>2</sup> Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів;

<sup>3</sup> Луцький національний технічний університет

Запропоновано методи визначення залишкового ресурсу магістральних трубопроводів з поверхневими тріщинами під дією довготривалого постійного тиску газу в газопроводах та змінного в нафтопроводах, наводнювання, ґрунтової корозії з урахуванням деградації їх матеріалів. Оскільки зміна в часі деградації матеріалів труб незначна, то аналітично її описано лінійними залежностями. Для визначення залишкового ресурсу труб застосовано енергетичний підхід. Побудовано відповідні розрахункові моделі (диференціальні рівняння з початковими та кінцевими умовами). Для конкретних матеріалів труб (сталі X52, X60, X70) розраховано залишковий ресурс за довготривалого статичного та змінного в часі навантаження, наводнювання, ґрунтової корозії, а також з урахуванням деградації матеріалів впродовж 30 років.

**Ключові слова:** залишковий ресурс магістральних трубопроводів; наводнювання; ґрунтова корозія; деградація матеріалів; сталь X52, X60, X70.

**Вступ.** Магістральні трубопроводи (МТ) – найекономічніший вид транспорту нафти, газу, нафтопродуктів, а трубопровідні системи – найважливіша частина енергетичного комплексу, безперерйне функціонування якої має виняткове значення для держави. Тому головне завдання – забезпечити їх надійність. Але його розв’язання ускладнено тим, що термін служби більше 37% МТ від їх загальної протяжності перевищив термін амортизації лінійної частини (33 роки), 38% трубопроводів експлуатуються від 20 до 33 років. Загалом система МТ з таким поважним “віком” вступила в третій період життєвого циклу – суцільної деградації металу і частих відмов. Через те, розраховуючи залишковий ресурс трубопроводів, слід враховувати деградацію їх матеріалів, тобто зміну механічних, втомних і міцнісних характеристик з часом експлуатації.

На сьогодні уже виконано низку досліджень деградації матеріалів трубопроводів, експлуатованих 30–60 років, і визначено зміну їх механічних характеристик (див., наприклад, [1, 2]). Однак для розрахунку залишкового ресурсу з урахуванням умов експлуатації важливими є характеристики статичної і циклічної тріщиностійкості матеріалів труб, зміна їх з часом і вплив на них ґрунтової корозії і наводнювання. Таких випробувань недостатньо, що затримує побудову відповідних методів оцінки залишкового ресурсу трубопроводів.

Нижче запропоновано методики визначення залишкового ресурсу трубопроводів, які враховують попередні напрацювання [3–6] у моделюванні росту тріщини за дії довготривалого статичного і циклічного тиску, ґрунтової корозії, наводнювання і деградації їх матеріалів. Їх суть ось у чому.

**Оцінка залишкового ресурсу труби газопроводу за дії статичного тиску і ґрунтової корозії з урахуванням деградації її матеріалу.** Досліджували трубу з

товщиною стінки  $h = 12 \text{ mm}$  зі сталі X52, піддану довготривалому статичному тиску  $p = 8 \text{ MPa}$  природним газом та послаблену зовнішньою поверхневою півеліптичною тріщиною з півосями  $a, b$  (рис. 1).

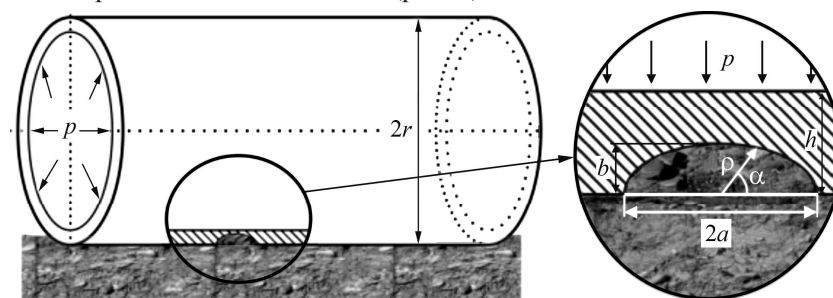


Рис. 1. Схема навантаження труби з зовнішньою тріщиною і її контакт зі середовищем.

Fig. 1. Loading mode of the pipe with a crack and its contact with environment (schematically).

Вважали, що в тріщину проникає ґрунтове середовище, яке викликає її корозійно-механічне поширення. У результаті довготривалої експлуатації за цих умов матеріал труби деградує одночасно з поширенням тріщини. Необхідно визначити час  $t = t_*$ , коли тріщина проросте крізь стінку труби ( $b = h$ ), і вона розгерметизується.

За довготривалого статичного навантаження і дії ґрунтової корозії така тріщина поширюватиметься в основному з постійною швидкістю  $V_k$  [7]. При цьому для неексплуатованої труби  $V_k(0) = 1,03 \cdot 10^{-3} \text{ m/year}$ , а для експлуатованої 30 років  $V_k(30) = 8,03 \text{ m/year}$ . На основі цих даних для довільного часу експлуатації труби наближено швидкість  $V_k \approx V_k(t)$  визначимо так [2]:

$$V_k(t) = 10^{-3} [1,03 + 0,23(t_0 + t)] \text{ (m/year)}, \quad (1)$$

де  $t_0$  – початковий час експлуатації труби до моменту прогнозу ресурсу газопроводу.

Сформульовану задачу розв'язуємо за енергетичним підходом [8] і зводимо її розв'язання до математичних співвідношень

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = V_k(t) \sqrt{1 + \rho^{-2} \frac{\partial^2 \rho}{\partial \alpha^2}}, \quad t = 0, \quad \rho(0, \alpha) = \rho_0(\alpha); \quad t = t_*, \quad \rho(t_*, \pi/2) = h, \quad (2)$$

де  $\alpha, \rho$  – координати полярної системи  $O\alpha\rho$  (рис. 1), які визначають кінетичну систему контурів тріщини. Для наближеного розв'язання задачі чинимо так. Оскільки початкова тріщина півеліптична і швидкість її поширення постійна, то можна припустити [8], що вона розповсюджуватиметься так, як і еліптична. Тому вважаємо, що, рухаючись, тріщина матиме півеліптичну конфігурацію. Тому розв'язок задачі (2) зведемо до такої системи звичайних диференціальних рівнянь:

$$\frac{da}{dt} = 10^{-3} [1,03 + 0,23(t_0 + t)], \quad \frac{db}{dt} = 10^{-3} [1,03 + 0,23(t_0 + t)], \quad (3)$$

$$t = 0, \quad a(0) = a_0, \quad b(0) = b_0; \quad t = t_*, \quad a(t_*) = a_*, \quad b(t_*) = h. \quad (4)$$

Розв'язуючи її, для визначення кінетики зміни з часом півосей контурів тріщин отримаємо такі співвідношення:

$$a(t) = a_0 + 10^{-3} (1,26t + 0,23t_0 + 0,23t^2), \quad b(t) = b_0 + 10^{-3} (1,26t + 0,23t_0 + 0,23t^2). \quad (5)$$

Підставляючи друге рівняння (5) у співвідношення (4), одержимо:

$$t_*^2 + (103 + 23t_0)t_* - 10^5(h - b_0) = 0. \quad (6)$$

Звідси залишковий ресурс труби

$$t_* = \sqrt{0,25(103 + 23t_0)^2 + 10^5(h - b_0)} - 0,5(103 + 23t_0). \quad (7)$$

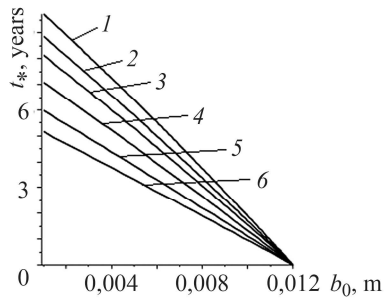


Рис. 2. Fig. 2.

Рис. 2. Залежність залишкової довговічності труби  $t_*$  від початкової глибини тріщини  $b_0$  і початкового часу її експлуатації  $t_0$ : 1 –  $t_0 = 0$ ; 2 – 4; 3 – 8; 4 – 15; 5 – 25; 6 – 35 years.

Fig. 2. Dependence  $t_* \sim b_0$  of the pipe residual life time on the initial crack depth and the initial time of its operation: 1 –  $t_0 = 0$ ; 2 – 4; 3 – 8; 4 – 15; 5 – 25; 6 – 35 years.

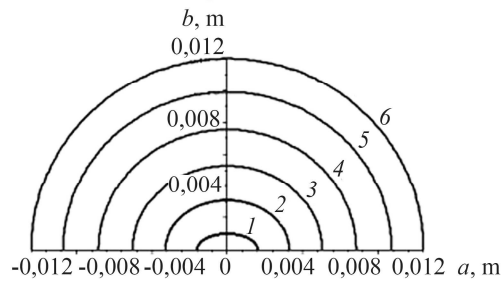


Рис. 3. Fig. 3.

Рис. 3. Кінетика росту контурів тріщини для різних часів: 1 –  $t = 0$ ; 2 – 2; 3 – 4; 4 – 6; 5 – 9; 6 – 9,76 years.

Fig. 3. Kinetics of crack growth contours for different time: 1 –  $t = 0$ ; 2 – 2; 3 – 4; 4 – 6; 5 – 9; 6 – 9,76 years.

За формулою (7) побудували (рис. 2) залежності залишкової довговічності труби  $t_*$  від початкових глибини тріщини  $b_0$  і часу її експлуатації  $t_0$ . На рис. 3 зображено систему кінетичних контурів поширення півеліптичної тріщини, починаючи з початкових  $a_0 = 0,002$  m,  $b_0 = 0,001$  m і  $t_0 = 0$ . Систему таких контурів будували в часовому інтервалі  $0 \leq t \leq t_*$ , де час визначали за формулою (7):  $t_* = 9,76$  років. Виявили, що залишкова довговічність труби суттєво залежить від часу  $t_0$  її початкової експлуатації, а еліптичний контур тріщини з часом прямує до колового.

**Діагностика залишкового ресурсу труби нафтопроводу за турбулентного потоку нафти з урахуванням деградації її матеріалу.** Як відомо [9], більшість нафтопроводів експлуатуються зі зовнішньою ізоляцією та системами електрохімічного захисту. Тому найчастіше їх руйнування починається з внутрішньої поверхні труби (див. рис. 4), де в результаті деградації матеріалу і навантаження зароджуються поверхневі тріщини. За турбулентного потоку нафти труба піддається двочастотному навантаженню [9, 10]: високої частоти  $\omega_1 = 0,6$  s<sup>-1</sup> (період циклу  $T_1 \approx 1,7$  s) внаслідок турбулентності потоку нафти, низької  $\omega_2 = 2,1 \cdot 10^{-6}$  s<sup>-1</sup> (період циклу  $T_2 \approx 476190$  s) – через зупинки помпування нафти (відключення помп, закриття засувок тощо). Тобто за один цикл низької частоти відбувається  $N_1$  коливань високої, де

$$N_1 = \omega_1 / \omega_2 \approx 28 \cdot 10^4, \quad (8)$$

що необхідно враховувати, визначаючи залишковий ресурс труби. Для цього використали енергетичний підхід [8, 11], суть якого ось у чому.

Досліджували трубу нафтопроводу радіусом  $r_3 = 710$  mm і товщиною стінки  $h_1 = 18,7$  mm (рис. 4) зі сталі X70 з внутрішньою поверхневою півеліптичною тріщиною, по якій рухається турбулентний потік нафти під тиском  $p \approx 4$  МПа із викидами за турбулентності  $\Delta p \approx 0,25$  МПа. Тиск у трубі змінюється за двочастотним законом. Необхідно визначити її залишковий ресурс, тобто таку кількість низькочастотних циклів навантаження  $N = N_*$ , з досягненням яких контур тріщини вийде на зовнішню поверхню труби і вона розгерметизується.

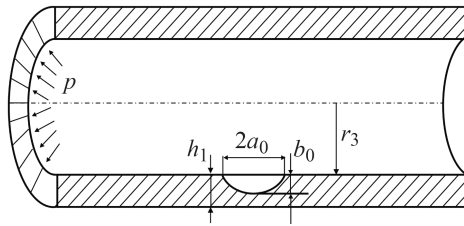


Рис. 4. Схема навантаження труби нафтопроводу з внутрішньою поверхневою тріщиною.

Fig. 4. Loading of the oil pipe with an internal surface crack (schematically).

Для наближеного визначення залишкового ресурсу труби з достатньою для інженерних цілей точністю поряд із енергетичним підходом використовуємо метод еквівалентних площ, з допомогою якого розв'язок задачі зведемо [10] до такої математичної моделі:

$$d\rho/dN = \alpha(1-R)^4 [K_{I\max}^4 (1+N_1(1-R_1)^4) - K_{th}^4] / (K_{fC}^2 - K_{I\max}^2), \quad (9)$$

$$N = 0, \quad \rho(0) = \rho_0 = \sqrt{a_0 b_0}; \quad N = N_*, \quad \rho(N_*) = h_1.$$

Тут  $\rho$  – радіус півколової тріщини, площа якої рівна площі реальної;  $\alpha$ ,  $K_{th}$ ,  $K_{fC}$  – характеристики кінетичної діаграми втомного росту тріщини [10];  $R$ ,  $R_1$  – коефіцієнти асиметрії циклу відповідно за низько- і височастотного навантажень ( $R = 0,1$ ;  $R_1 = 0,94$ );  $K_{I\max}$  – максимальне значення коефіцієнта інтенсивності напружень в циклі і на контурі півколової тріщини [8]:

$$K_I = 0,7\sigma\sqrt{\pi h_1}\varepsilon(1+0,32\varepsilon^2)(1,04+0,23\varepsilon^2-0,11\varepsilon^4); \quad \varepsilon = \rho/h_1; \quad \sigma = pr_3 h_1^{-1}. \quad (10)$$

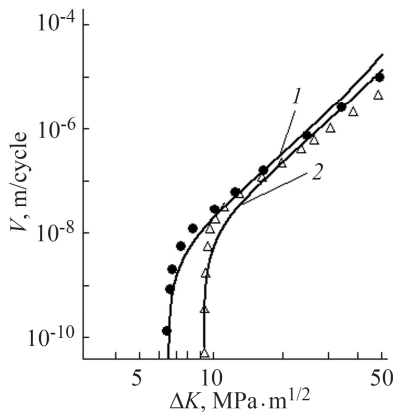


Рис. 5. Fig. 5.

Рис. 5. Вплив експлуатації 30 років на діаграму втомного руйнування сталі X70: 1, ● – експлуатована труба; 2, △ – труба запасу [12].

Fig. 5. Influence for 30 years of exploitation on the diagram of fatigue fracture of X70 steel: 1, ● – exploited pipe; 2, △ – pipe of supply [12].

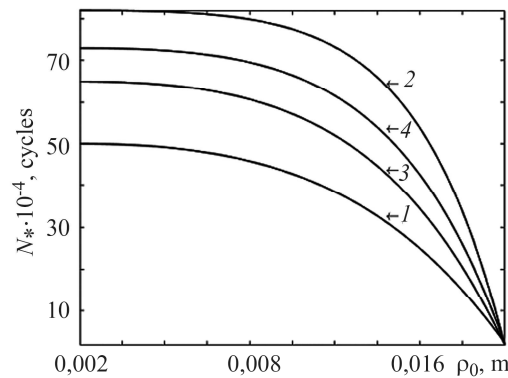


Рис. 6. Fig. 6.

Рис. 6. Залежність залишкової довговічності труби  $N_*$  від початкового розміру дефекту  $\rho_0$  і початкового часу її експлуатації  $N_0$ : 1 –  $N_0 = 1300$ ; 2 – 0; 3 – 650; 4 – 350 cycles.

Fig. 6. Dependence  $N_* \sim \rho_0$  of the pipe residual life time on the initial size of the crack and the initial time of its operation  $N_0$ : 1 –  $N_0 = 1300$ ; 2 – 0; 3 – 650; 4 – 350 cycles.

Водночас впродовж експлуатації і під дією агресивних чинників матеріал труби нафтопроводу деградуватиме, тобто параметри  $\alpha$ ,  $K_{th}$ ,  $K_{fC}$  залежатимуть від часу  $t$  (циклів навантаження  $N$ ) експлуатації, і слабше опиратиметься втомному руйнуванню. Оскільки труба виготовлена зі сталі X70, то залежність цих характеристик від часу вважаємо лінійною, так як за 30 років експлуатації вони змінилися несуттєво [12] (рис. 5). На основі цього запишемо:

$$\alpha(N) = 10^{-8} [1,6 - 2 \cdot 10^{-4} (N + N_0)] (\text{MPa})^{-2} (\text{cycle})^{-1}; \quad (11)$$

$$K_{th}(N) = 9,1 - 1,3 \cdot 10^{-3} (N + N_0) \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}; \quad K_{fc}(N) = 98 - 1,3 \cdot 10^{-2} (N + N_0) \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}.$$

Тут  $N_0$  – початковий час експлуатації (кількість циклів навантаження) труби до моменту прогнозу залишкового ресурсу нафтопроводу. Підставимо співвідношення (10) і (11) у рівняння (9) разом з параметрами геометрії і навантаження. Отримаємо нове диференціальне рівняння без постійних коефіцієнтів, проінтегрувати яке можна числово [13, 14]. Подамо розв’язок поставленої задачі в графічній формі (рис. 6). Як бачимо, зі збільшенням розміру початкового дефекту і початкового часу експлуатації залишковий ресурс нафтопроводу зменшується суттєво.

**Визначення залишкового ресурсу труби нафтопроводу за змінного потоку нафти та наводнювання з урахуванням деградації її матеріалу.** Досліджували трубу нафтопроводу зі сталі X60 зі зовнішньою поверхневою півеліптичною тріщиною, яка наводнюється і в яку проникає ґрунтове корозивне середовище (див. рис. 1). Геометричні параметри і навантаження труби такі, як і в описаному вище випадку. Необхідно визначити залишковий її ресурс  $N = N_*$  з урахуванням навантаження, дії корозивного середовища, наводнювання і деградації сталі з часом.

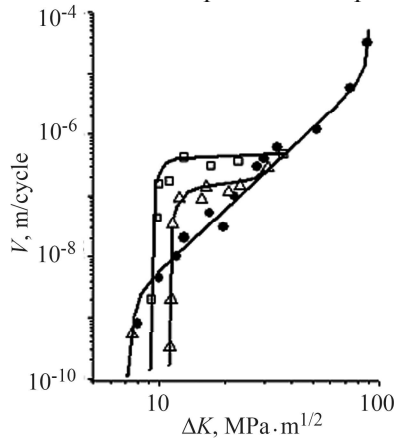


Рис. 7. Fig. 7.

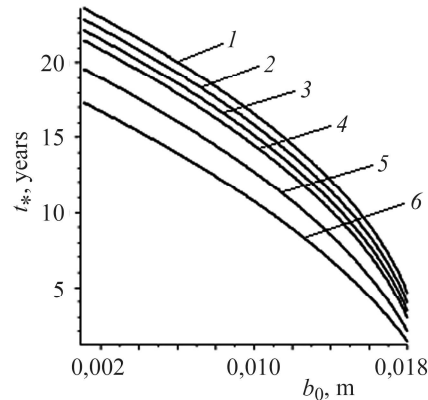


Рис. 8. Fig. 8.

Рис. 7. Вплив експлуатації на діаграму втомного руйнування сталі X60 у ґрунтовому середовищі під час наводнювання [12]:  $\blacklozenge$  – експлуатована труба, повітря;  $\square$ ,  $\triangle$  – експлуатована труба та труба запасу в ґрунтовому середовищі за катодної поляризації  $E_n$ .

Fig. 7. Influence of exploitation on the diagram of X60 steel fatigue fracture in the soil environment under hydrogenation [12]:  $\blacklozenge$  – exploited pipe, air;  $\square$ ,  $\triangle$  – exploited pipe and supply pipe in ground environment under cathodic polarization  $E_n$ .

Рис. 8. Залежність залишкової довговічності труби  $t_*$  від початкової глибини тріщини  $b_0$  і початкового часу її експлуатації  $N_0$ : 1 –  $N_0 = 0$ ; 2 – 50; 3 – 100; 4 – 150; 5 – 300; 6 – 500 циклів.

Fig. 8. Dependence  $t_* \sim b_0$  of the pipe residual life time on the initial depth of the crack and initial time of its operation  $N_0$ : 1 –  $N_0 = 0$  cycles; 2 – 50; 3 – 100; 4 – 150; 5 – 300; 6 – 500.

Діаграми втомного поширення тріщини для експлуатованої і труби запасу (рис. 7) не тільки кількісно, але і якісно відрізнятимуться від діаграм на рис. 5. Тут на них з’являються плато, де швидкість  $V$  тріщини постійна за змінних коефіцієнтів інтенсивності напружень. Значення швидкості росту тріщини на плато для матеріалу труби запасу і експлуатованої 30 років такі:

$$V(0) \approx 1,4 \cdot 10^{-7} \text{ m/cycle}; \quad V(30) \approx 5,6 \cdot 10^{-7} \text{ m/cycle}. \quad (12)$$

Вони відрізняються несуттєво, тому швидкість  $V(N)$  для будь-якого часу експлуатації подамо в циклах наближено так:

$$V(N) \approx 10^{-7} [1,4 + 0,14(N_0 + N)] \text{ m/cycle.} \quad (13)$$

Далі задачу розв'язуємо аналогічно, як і вище. В результаті залишковий ресурс труби нафтопроводу з урахуванням вказаних чинників експлуатації і деградації її матеріалу визначаємо так:

$$N_* = \sqrt{(10 + N_0)^2 + 14,3 \cdot 10^7 (0,0187 - b_0) - 10 - N_0} \text{ cycles,} \quad (14)$$
$$t_* = 0,015 [\sqrt{(10 + N_0)^2 + 14,3 \cdot 10^7 (0,0187 - b_0) - 10 - N_0}] \text{ years.}$$

Виявили (рис. 8), що залишкова довговічність труби значно спадає зі збільшенням початкової, що глибини  $b_0$  тріщини і часу її експлуатації  $N_0$ .

### ВИСНОВКИ

Запропоновано методи визначення ресурсу труб нафтогазопроводів з поверхневими тріщинами за дії довготривалого постійного тиску газу в газопроводах, змінного в часі тиску в нафтопроводах, наводнювання, ґрунтової корозії з урахуванням деградації в часі їх матеріалів. Розраховано залишковий ресурс труб нафто- і газопроводів зі сталей X52, X60, X70.

*РЕЗЮМЕ.* Предложены методы определения остаточного ресурса магистральных трубопроводов с поверхностными трещинами под действием длительного постоянного давления газа в газопроводах и переменного в нефтепроводах, наводороживания, ґрунтовой коррозии с учетом деградации их материалов. Поскольку изменение во времени деградации материалов труб незначительно, то аналитически оно описано линейными зависимостями. Для определения остаточного ресурса труб применено энергетический подход. Построены соответствующие расчетные модели (дифференциальные уравнения с начальными и конечными условиями). Для конкретных материалов труб (стали X52, X60, X70) рассчитан остаточный ресурс при длительной статической и переменной во времени нагрузке, наводороживании, ґрунтовой коррозии, а также с учетом деградации материалов в течение 30 лет.

*SUMMARY.* The methods of determination of residual life time of the main pipelines with surface cracks under action of long-term and variable gas pressure in oil pipelines, hydrogenation, ground corrosion with account of degradation of their materials are proposed. Since the pipe materials degradation in time is insignificant it is described analytically by linear dependences. An energy approach is used to determine the residual pipe life. The corresponding calculation models (differential equations with initial and final conditions) are built. For pipe materials (X52; X60; X70 steels) the residual life time under long-term static and time variable loading, hydrogenation, ground corrosion with account of material degradation for 30 years is calculated.

*Дослідження були частково виконані за Проектом G5055 Програми НАТО в науці за мир і безпеку. Публікація містить результати досліджень, виконаних за грантом Президента України за конкурсним проектом Ф75/143-2018 Державного фонду фундаментальних досліджень.*

1. Чувильдеев В. Н., Вирясова Н. Н. Деформация и разрушение конструкционных материалов: проблемы старения и ресурса / Под общ. ред. В. Н. Чувильдеева. – Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 2010. – 68 с.
2. Крижанівський С. І., Никифорчин Г. М. Корозійно-воднева деградація нафтових і газових трубопроводів та її запобігання: Наук.-техн. пос. в 3-х т. / За ред. В. В. Панасюка. – Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2010. – Т. 1. – 458 с; 2011. – Т. 2. – 448 с; 2012. – Т. 3. – 432 с.
3. Визначення періоду докритичного росту повзучо-втомних тріщин за блочного навантаження / О. Є. Андрейків, В. Р. Скальський, В. К. Опанасович, І. Я. Долінська, І. П. Штойко // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2015. – 58, № 1. – С. 84–91.

- (*Determination of the period of subcritical growth of creep-fatigue cracks under block loading / O. Ye. Andreikiv, V. R. Skal's'kyi, V. K. Opanasovych, I. Ya. Dolins'ka, I. P. Shtoiiko // J. of Math. Sciences. – 2017. – 222, № 2. – P.103–113.*)
4. *Вплив водню на залишковий ресурс труби газопроводу за маневрового режиму експлуатації / О. Є. Андрейків, І. Я. Долінська, В. З. Кухар, І. П. Штойко // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2015. – 51, № 4. – С. 59–66.*  
(*Influence of hydrogen on the residual service life of a gas pipeline in the maneuvering mode of operation / O. Ye. Andreikiv, I. Ya. Dolins'ka, V. Z. Kukhar, I. P. Shtoiiko // Materials Science. – 2016. – 51, № 4. – P. 500–508.*)
  5. *Оцінка залишкового ресурсу труби нафтопроводу з зовнішньою поверхневою корозійно-механічною тріщиною за ламінарного потоку нафти і багаторазових гідроударів / О. Є. Андрейків, Г. М. Никифорчин, І. П. Штойко, А. Р. Лисик // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2017. – 53, № 2. – С. 80–88.*  
(*Evaluation of the residual life of a pipe of oil pipeline with an external surface stress-corrosion crack for a laminar flow of oil with repeated hydraulic shocks / O. Ye. Andreikiv, H. M. Nykyforchyn, I. P. Shtoiiko, A. R. Lysyk // Materials Science. – 2017. – 53, № 2. – P. 216–226.*)
  6. *Андрейків О. Є., Штойко І. П., Райтер О. К. Визначення періоду докритичного росту внутрішньої поверхневої корозійно-механічної тріщини в трубі нафтопроводу за турбулентного потоку нафти і багаторазових гідроударів // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2017. – 53, № 6. – С. 88–93.*  
(*Andreikiv O. Ye., Raïter O. K., and Shtoiiko I. P. Determination of the period of subcritical growth of an internal surface stress-corrosion crack in a pipe of pipeline for the turbulent flow of oil with hydraulic shocks // Materials Science. – 2018. – 53, № 6. – P. 842–848.*)
  7. *Експлуатаційна деградація сталі X52 магістрального газопроводу / Г. Габетта, Г. М. Никифорчин, Е. Лунарска, П. П. Зонта, О. Т. Цирульник, К. Нікіфоров, М. І. Греділь, Д. Ю. Петрина, Т. Вугерер // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2008. – 44, № 1. – С. 88–99.*  
(*In-service degradation of gas trunk pipeline X52 steel / G. Gabetta, H. M. Nykyforchyn, E. Lunarska, P. P. Zonta, O. T. Tsyurulnyk, K. Nikiforov, M. I. Hredil, D. Yu. Petryna, T. Vuherer // Materials Science. – 2008. – 44, № 1. – P. 104–115.*)
  8. *Андрейків О. Є., Сас Н. Б. Докритичний ріст плоскої тріщини в тривимірному тілі за високотемпературної повзучості // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2008. – 44, № 2. – С. 19–26.*  
(*Andreikiv O. Ye. and Sas N. B. Subcritical growth of a plane crack in a three-dimensional body under the conditions of high-temperature creep // Materials Science. – 2008. – 44, № 2. – P. 163–174.*)
  9. *Зайцев Л. Ф. Регулирование режимов работы магистральных нефтепроводов. – М.: Недра, 1982. – 240 с.*
  10. *Оцінка довговічності труби нафтопроводу з поверхневою тріщиною під двовісним блочним навантаженням / О. Є. Андрейків, Я. Л. Іваницький, З. О. Терлецька, М. Б. Кіт // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2004. – 40, №3. – С. 103–108.*  
(*Evaluation of the durability of a pipe of pipeline with surface crack under biaxial block loading / O. Ye. Andreikiv, Ya. L. Ivanytskyi, Z. O. Terletska, M. B. Kit // Materials Science. – 2004. – 40, № 3. – P. 408–415.*)
  11. *Андрейків О. Є., Кіт М. Б. Визначення періоду докритичного росту тріщин в елементах конструкцій при їх двохчастотному навантаженні // машинознавство. – 2006. – № 2. – С. 3–7.*
  12. *Розрахунок залишкової довговічності тривало експлуатованої ділянки магістрального газопроводу / О. Є. Андрейків, О. В. Гембара, О. Т. Цирульник, Л. І. Ниркова // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2012. – 48, № 2. – С. 103–110.*  
(*Evaluation of the residual lifetime of a section of a main gas pipeline after long-term operation / O. Ye. Andreikiv, O. V. Hembara, O. T. Tsyurul'nyk, L. I. Nyrkova // Materials Science. – 2013. – 48, № 2. – P. 231–238.*)
  13. *Dormand J. R. and Prince P. J. A family of embedded Runge-Kutta formulae // J. Comp. Appl. Math. – 1980. – 6. – P. 19–26.*
  14. *Shampine L. F. and Reichelt M. W. The MATLAB ODE Suite // SIAM J. on Sci. Computing. – 1997. – 18. – P. 1–22.*

Одержано 12.06.2018