

УДК 536.12:621.891:539.3

ВИЗНАЧЕННЯ МАКСИМАЛЬНОЇ ТЕМПЕРАТУРИ ФРИКЦІЙНОЇ НАКЛАДКИ ОДНОДИСКОВОГО ЗЧЕПЛЕННЯ

М. КУЦЕЙ, К. ТОПЧЕВСКА

Білостоцька політехніка, Польща

Отримано точний розв'язок теплової задачі тертя для однодискового зчеплення з урахуванням ступеневої зміни моменту тертя з часом. Досліджено еволюцію кутової швидкості, питомої потужності тертя та температури. Запропоновано інженерні формули для розрахунку максимальної температури, часу її досягнення та тривалості нагрівання зчеплення залежно від параметра, що характеризує часовий профіль моменту тертя. Проілюстровано добру збіжність результатів, отриманих за допомогою аналітичного та відомого числового розв'язків.

Ключові слова: *максимальна температура, фрикційне нагрівання, зчеплення, момент тертя, кутова швидкість.*

Механічна трансмісія автомобіля поєднує фрикційне зчеплення та ступеневу скриньку передач. Під час вмикання зчеплення пробуксовує до тих пір, поки кутові швидкості обертання ведучої (маховик, натискний диск) та веденої (диск з фрикційними накладками) частин не стануть однаковими. При цьому на поверхнях контакту накладок з маховиком та натискним диском внаслідок тертя ковзання виділяється тепло, металеві елементи зчеплення нагріваються і, як наслідок, інтенсивність зношування фрикційних накладок збільшується [1]. Одним з найважливіших параметрів, що вирішально впливають на роботу трансмісії, є максимальна температура, за якої, незважаючи на значне зношування, відсутнє пошкодження серцевини накладок і зчеплення все ще може нормально функціонувати. Найчастіше температура фрикційних накладок, виготовлених з органічних безазбестових матеріалів, не перевищує 100°C, але за тривалого буксування може досягати і 300°C [2]. Для спечених металевих накладок, що працюють у найважчих умовах експлуатації, максимальна температура становить приблизно 450°C [3]. Тому під час проектування фрикційні зчеплення розраховують на динамічне та теплове навантаження. Щоб отримати експрес-оцінку роботоздатності зчеплення, запропоновано аналітичні [4–7] та числові [8–10] методи визначення максимальної температури на поверхнях контакту фрикційних накладок веденого диска. Використання аналітичних методів засноване на таких спрощувальних припущеннях, як сталість моменту тертя, нехтування теплообміном зі зовнішнім середовищем, рівномірний просторовий розподіл контактної тиску, лінійне зменшення кутової швидкості з часом. Числові методи, зокрема метод скінчених елементів (МСЕ), дали можливість враховувати змінність моменту тертя з часом та конвективне охолодження вільних поверхонь елементів трибосистеми. Запропоновано універсальну функцію, що описує ступеневу залежність моменту тертя від часу [11]. Мета дослідження – з використанням цієї залежності отримати інженерні формули для визначення максимальної температури фрикційних накладок веденого диска зчеплення.

Контактна особа: К. ТОПЧЕВСКА, e-mail: k.topczewska@doktoranci.pb.edu.pl

Формулювання задачі. Одновимірну теплову задачу тертя для трибосистеми фрикційна накладка ($z \geq 0, l = 1$)–маховик або натискний диск ($z \leq 0, l = 2$) запишемо у вигляді [12]

$$\frac{\partial^2 T_1(z,t)}{\partial z^2} = \frac{1}{k_1} \frac{\partial T_1(z,t)}{\partial t}, \quad z > 0, \quad 0 < t \leq t_s, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 T_2(z,t)}{\partial z^2} = \frac{1}{k_2} \frac{\partial T_2(z,t)}{\partial t}, \quad z > 0, \quad 0 < t \leq t_s, \quad (2)$$

$$K_2 \frac{\partial T_2(z,t)}{\partial z} \Big|_{z=0} - K_1 \frac{\partial T_1(z,t)}{\partial z} \Big|_{z=0} = q(t), \quad 0 < t \leq t_s, \quad (3)$$

$$T_1(0,t) = T_2(0,t) \equiv T^*(t), \quad 0 < t \leq t_s, \quad (4)$$

$$T_l(z,t) \rightarrow T_a, \quad |z| \rightarrow \infty, \quad 0 < t \leq t_s, \quad (5)$$

$$T_l(z,0) = T_a, \quad |z| < \infty, \quad l=1,2, \quad (6)$$

де T_l – температура; T_a – початкова температура; t – час; t_s – час нагрівання (буксування); K_l, k_l – коефіцієнти тепло- і температуропровідності відповідно.

Для знаходження часового профілю питомої потужності тертя $q(t)$ у крайовій умові (3) розглянемо початкову задачу руху для цієї фрикційної пари [11]:

$$I \frac{d\omega(t)}{dt} = -M(t), \quad 0 < t \leq t_s, \quad \omega(0) = \omega_0, \quad I = (1/I_1 + 1/I_2)^{-1}, \quad (7)$$

$$M(t) = M_0 M^*(t), \quad M^*(t) = (t/t_s)[2 - (t/t_s)^\alpha], \quad 0 \leq \alpha \leq 1, \quad (8)$$

де M, M_0 – момент тертя та його номінальне значення відповідно; $I_l, l=1,2$ – моменти інерції. Розв'язок задачі (7), (8) із урахуванням умови $\omega(t_s) = 0$ запишемо так:

$$\omega(t) = \omega_0 \omega^*(t), \quad \omega^*(t) = 1 - (\alpha + 1)^{-1} (t/t_s)^2 [\alpha + 2 - (t/t_s)^\alpha], \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (9)$$

$$t_s = (\alpha + 2) I \omega_0 / [(\alpha + 1) M_0]. \quad (10)$$

Беручи до уваги формули (8)–(10), знаходимо:

$$q(t) = q_0 q^*(t), \quad q_0 = M_0 \omega_0 / A_a, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (11)$$

$$q^*(t) = (\alpha + 1)^{-1} [2(\alpha + 1)t^* - 2(\alpha + 2)t^{*3} - (\alpha + 1)t^{*(\alpha+1)} + (\alpha + 4)t^{*(\alpha+3)} - t^{*(2\alpha+3)}], \quad (12)$$

де $t^* = t/t_s$; $A_a = 2\pi(R_e^2 - R_i^2)$, R_e та R_i – зовнішній та внутрішній радіуси ділянки контакту відповідно.

Для сталого моменту тертя $M(t) = M_0, 0 \leq t \leq t_s$ у формулах (8)–(11) слід покласти:

$$M^*(t) = 1, \quad \omega^*(t) = 1 - t/t_s, \quad q^*(t) = 1 - t^*, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad t_s = I \omega_0 / M_0. \quad (13)$$

З виразів (11)–(13) випливає, що повну роботу тертя у зчепленні

$$w(t_s) \equiv A_a \int_0^{t_s} q(t) dt = 0,5 I \omega_0^2 \quad (14)$$

визначають лише початкова відносна швидкість обертання та моменти інерції співдотичних елементів, і вона не залежить від параметра α . Побудовано (рис. 1) графіки безрозмірних функцій $M^*(t)$ (8), $\omega^*(t)$ (9) та $q^*(t)$ (12) для різних значень параметра α .

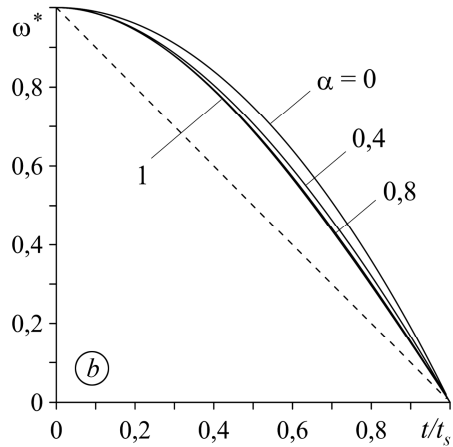
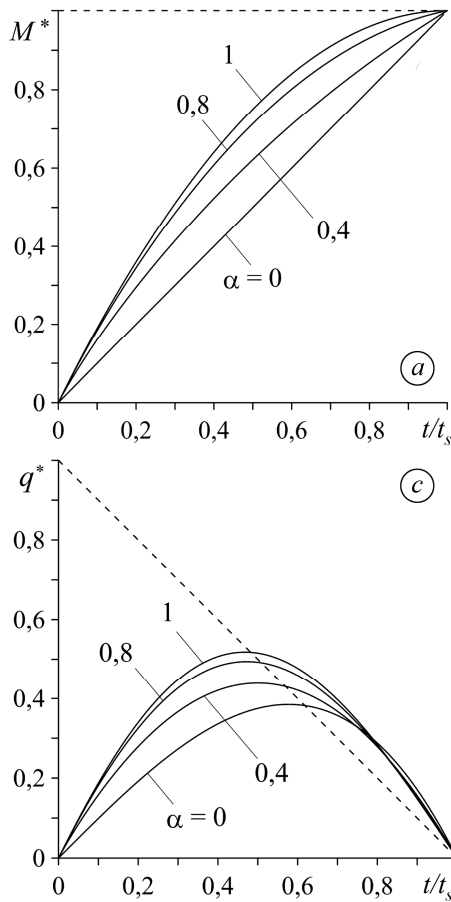


Рис. 1. Еволюція безрозмірних моменту тертя M^* (a), кутової швидкості ω^* (b) та питомої потужності тертя q^* (c) для декількох значень параметра α . Суцільні криві – формули (8)–(12), штрихові – (13).

Fig. 1. Evolution of the dimensionless friction torque M^* (a), angular velocity ω^* (b) and specific power of friction q^* (c) for several values of the parameter α . Solid curves are constructed by Eqs. (8)–(12), dashed curves – by Eq. (13).

Розв'язування задачі. За допомогою формули Дюгамеля розв'язок крайової задачі (1)–(6) запишемо у вигляді [13]

$$T(t) = T_a + T_0 T^*(\tau), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (15)$$

$$T^*(\tau) = \frac{\gamma}{\sqrt{\pi}} \int_0^\tau \frac{q^*(s)}{\sqrt{\tau-s}} ds, \quad 0 \leq \tau \leq \tau_s, \quad (16)$$

$$\tau = \frac{k_1 t}{a_1^2}, \quad \tau_s = \frac{k_1 t_s}{a_1^2}, \quad \gamma = \frac{\sqrt{k^*}}{\sqrt{k^* + K^*}}, \quad K^* = \frac{K_2}{K_1}, \quad k^* = \frac{k_2}{k_1}, \quad T_0 = \frac{q_0 a_1}{K_1}, \quad (17)$$

де $a_1 = \sqrt{3k_1 t_s}$ – ефективна глибина проникання тепла до фрикційної накладки [7].

Підставивши функцію $q^*(\tau)$ (12) під знак інтеграла у формулі (16), отримаємо:

$$T^*(\tau) = \gamma(\alpha+1)^{-1} [2(\alpha+1)J_1(\tau) - 2(\alpha+2)J_3(\tau) - (\alpha+1)J_{\alpha+1}(\tau) + (\alpha+4)J_{\alpha+3}(\tau) - J_{2\alpha+3}(\tau)], \quad 0 \leq \tau \leq \tau_s, \quad (18)$$

$$J_n(\tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\tau \left(\frac{s}{\tau_s} \right)^n \frac{ds}{\sqrt{\tau-s}}, \quad n=1, 3, \alpha+1, \alpha+3, 2\alpha+3; \quad 0 \leq \alpha \leq 1. \quad (19)$$

Поклавши $x = \sqrt{\tau-s}$, інтеграл (19) подамо так:

$$J_n(\tau) = \frac{2}{\sqrt{\pi} \tau_s^n} \int_0^{\sqrt{\tau}} (\tau-x^2)^n dx = B(n+1; 0, 5) \left(\frac{\tau}{\tau_s} \right)^n \sqrt{\frac{\tau}{\pi}}, \quad (20)$$

де $B(x; y)$ – бета-функція [14]. Беручи до уваги значення $B(n+1; 0,5) = nB(n; 0,5)/(n+0,5)$, $B(n; 0,5) = \sqrt{\pi}\Gamma(n)/\Gamma(n+0,5)$, з формули (20) дістанемо:

$$J_n(\tau) = \frac{\Gamma(n+1)\sqrt{\tau}}{\Gamma(n+1,5)} \left(\frac{\tau}{\tau_s}\right)^n, \quad n=1, 3, \alpha+1, \alpha+3, 2\alpha+3, \quad (21)$$

де $\Gamma(n)$ – гамма-функція [15]. Зі співвідношення (21) визначаємо:

$$J_1(\tau) = \frac{4}{3}\sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \left(\frac{\tau}{\tau_s}\right), \quad J_3(\tau) = \frac{32}{35}\sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \left(\frac{\tau}{\tau_s}\right)^3, \quad J_{\alpha+1}(\tau) = \frac{\Gamma(\alpha+2)\sqrt{\tau}}{\Gamma(\alpha+2,5)} \left(\frac{\tau}{\tau_s}\right)^{\alpha+1}, \quad (22)$$

$$J_{\alpha+3}(\tau) = \frac{\Gamma(\alpha+4)\sqrt{\tau}}{\Gamma(\alpha+4,5)} \left(\frac{\tau}{\tau_s}\right)^{\alpha+3}, \quad J_{2\alpha+3}(\tau) = \frac{\Gamma(2\alpha+4)\sqrt{\tau}}{\Gamma(2\alpha+4,5)} \left(\frac{\tau}{\tau_s}\right)^{2\alpha+3}. \quad (23)$$

Підставивши функції $J_n(\tau)$ (22), (23) у формулу (18), матимемо:

$$T^*(\tau) = \gamma\sqrt{\tau} \left(\frac{\tau}{\tau_s}\right) \left\{ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{8}{3} - \frac{64(\alpha+2)}{35(\alpha+1)} \left(\frac{\tau}{\tau_s}\right)^2 \right] - \left(\frac{\tau}{\tau_s}\right)^\alpha \left[\frac{\Gamma(\alpha+2)}{\Gamma(\alpha+2,5)} - \frac{\Gamma(\alpha+5)}{(\alpha+1)\Gamma(\alpha+4,5)} \left(\frac{\tau}{\tau_s}\right)^2 + \frac{\Gamma(2\alpha+4)}{(\alpha+1)\Gamma(2\alpha+4,5)} \left(\frac{\tau}{\tau_s}\right)^{\alpha+2} \right] \right\}, \quad 0 \leq \tau \leq \tau_s. \quad (24)$$

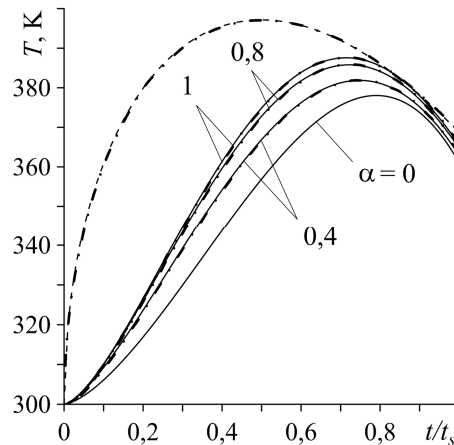
Знаючи функцію $T^*(\tau)$ (24), за формулою (15) визначаємо еволюцію температури $T(t)$, $0 \leq t \leq t_s$ на поверхні фрикційних накладок зчеплення. Зазначимо, що розв'язок для сталого моменту тертя і кутової швидкості, що лінійно зменшується з часом (13), відомий [16]:

$$T^*(\tau) = 2\gamma\sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \left(1 - \frac{2\tau}{3\tau_s}\right), \quad 0 \leq \tau \leq \tau_s. \quad (25)$$

Числові результати. Обчислювали для таких вхідних даних [11]: $K_1 = 0,6 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, $K_2 = 42 \text{ W}\cdot\text{m}\cdot\text{K}^{-1}$, $k_1 = 7,16\cdot 10^{-7} \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$, $k_2 = 1,2\cdot 10^{-5} \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$, $\omega_0 = 200 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, $M_0 = 432 \text{ N}\cdot\text{m}$, $I = 0,833 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, $R_i = 0,06298 \text{ m}$, $R_e = 0,08721 \text{ m}$, $T_a = 300 \text{ K}$. Тоді тривалість нагрівання зчеплення t_s знаходили за формулами (10) і (13), а номінальне значення питомої потужності тертя $q_0 = 3,7788 \text{ MW}\cdot\text{m}^{-2}$ та роботу тертя у зчепленні $w(t_s) = 16,667 \text{ kJ}$ – з формул (11) і (14) відповідно.

Рис. 2. Еволюція температури T (15), (17) для декількох значень параметра α . Суцільні криві – з використанням розв'язку (24), штрихова – формули (25), штрих-пунктирні – МСЕ [11].

Fig. 2. Evolution of the temperature T (15), (17) for several values of the parameter α . The solid curves are constructed with using of Eq. (24), the dashed curves – by Eq. (25), dash-dotted curves – by the FEM [11].



Еволюцію температури робочої поверхні фрикційної накладки зчеплення T , знайдену за формулами (15) і (17) з використанням розв'язків (24) (суцільні лінії) та (25) (штрихові), ілюструє рис. 2.

Штрих-пунктирними лініями описують результати, одержані числово з використанням МСЕ для сталого коефіцієнта тепловіддачі $h = 40,89 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ на вільних поверхнях накладки та маховика (натискного диска) [11]. Добра збіжність результатів, отриманих за допомогою аналітичного і числового розв'язків для різних значень параметра α , свідчить, що за одноразового включення зчеплення невимушене конвективне охолодження несуттєво впливає на максимальну температуру фрикційної накладки [17].

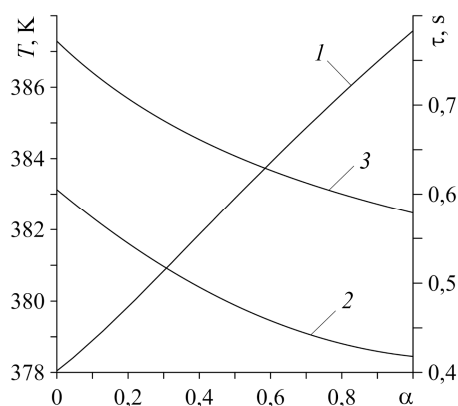


Рис. 3. Залежності максимальної температури T_{\max} (1), часу її досягнення t_{\max} (2) та тривалості нагрівання зчеплення t_s (3) від параметра α .

Fig. 3. Dependences of the maximum temperature T_{\max} (1), time of its reaching t_{\max} (2) and and the duration of heating of the clutch t_s (3) on the parameter α .

ли: $T_{\max} = 377,95 + 9,79\alpha$, $t_{\max} = 0,61 - 0,33\alpha + 0,15\alpha^2$, $t_s = 0,77 - 0,31\alpha + 0,13\alpha^2$.

Для сталого моменту тертя максимальне значення температури $T_{\max} = 397 \text{ K}$ досягається посередині періоду нагрівання, який тоді був найкоротший: $t_s = 0,39 \text{ s}$ (див. рис. 2).

ВИСНОВКИ

За степеневій (параметр $0 \leq \alpha \leq 1$) залежності моменту тертя від часу отримано точний розв'язок початкової задачі для рівняння руху трибосистеми і визначено часові профілі кутової швидкості та питомої густини тертя. Доведено, що повну роботу тертя зчеплення визначають лише початкова кутова швидкість та моменти інерції елементів фрикційної пари, і вона не залежить від параметра α . Отримано точний розв'язок одновимірної теплової задачі тертя для системи фрикційна накладка–маховик (натискний диск). Виявлено, що максимальна температура лінійно збільшується, а час її досягнення і тривалість нагрівання зчеплення монотонно зменшуються з ростом параметра α . Одержано інженерні формули для визначення максимальної температури фрикційних накладок однодискового зчеплення залежно від параметра α . Проілюстровано добре узгодження отриманого аналітичного та відомого числового (МСЕ) розв'язків.

Температура для сталого моменту тертя вища, ніж за його зміни з часом нагрівання. У фіксований момент часу температура найнижча, якщо $\alpha = 0$, і підвищується зі збільшенням параметра α . Час досягнення максимального значення температури при цьому скорочується. Після цього температура знижується і в часовому проміжку $0,8 \leq t/t_s \leq 1$ практично не залежить від параметра α .

Зі збільшенням параметра α максимальна температура лінійно зростає, час її досягнення t_{\max} монотонно зменшується, а тривалість нагрівання зчеплення t_s скорочується (рис. 3). Для $\alpha = 0$ максимальне значення температури $T_{\max} = 378 \text{ K}$ досягається в момент часу $t_{\max} = 0,61 \text{ s}$, а весь процес нагрівання триває $t_s = 0,77 \text{ s}$, тоді як для $\alpha = 1$ значення цих величин такі: $T_{\max} = 387,6 \text{ K}$, $t_{\max} = 0,41 \text{ s}$, $t_s = 0,58 \text{ s}$. На основі наведених на рис. 3 результатів побудували апроксимувальні форму-

РЕЗЮМЕ. Получено точное решение тепловой задачи трения для однодискового сцепления с учетом степенного изменения момента трения со временем. Исследована эволюция угловой скорости, удельной мощности трения и температуры. Предложены инженерные формулы для расчета максимальной температуры, времени ее достижения и продолжительности нагревания сцепления в зависимости от параметра, характеризующего временной профиль момента трения. Выявлена хорошая согласованность результатов, полученных с помощью аналитического и известного численного решений.

SUMMARY. The exact solution to the thermal problem of friction for a single-disc clutch with account of the power-law variation of the friction torque with time has been obtained. The evolutions of the angular velocity, specific friction power and temperature have been investigated. The engineering formulas have been proposed to calculate the maximum temperature, the time of its achievement and duration of clutch heating, depending on the parameter, which describes the temporal profile of friction torque. The good coincidence of the results obtained by analytical and known numerical solutions has been shown.

1. *Osiński Z.* Sprzęgła i hamulce. – Warszawa: Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 1996. – 214 s.
2. *Newcomb T. P. and Spurr R. T.* Braking of road vehicles. – London: Chapman and Hall Ltd., 1967. – 292 p.
3. *Automotive transmissions: fundamentals, selection, design and application* / H. Naunheimer, B. Bertsche, J. Ryborz, W. Novak. – Berlin: Springer, 2011. – 742 p.
4. *Newcomb T. P.* Temperatures reached in friction clutch transmissions // *J. Mech. Eng. Sci.* – 1960. – **2**, № 4. – P. 273–287.
5. *Newcomb T. P.* Calculation of surface temperatures reached in clutches when the torque varies with time // *J. Mech. Eng. Sci.* – 1961. – **3**, № 4. – P. 340–347.
6. *Hasselgrüber H.* Der Schaltvorgang einer Trockenreibung Kupplung bei kleinster Erwärmung // *Konstruktion.* – 1963. – **15**, № 2. – S. 41–45.
7. *Чичинадзе А. В.* Расчет и исследование внешнего трения при торможении. – М.: Наука, 1967. – 572 с.
8. *Grzelczyk D. and Awrejcewicz J.* Modeling of thermal phenomena in a mechanical friction clutch // *Machine Dynamics Research.* – 2012. – **36**, № 3. – P. 23–28.
9. *Faidh-Allah M. H.* Numerical and finite element contact temperature analysis of friction material's type effect on a thermal transient behavior of a single-disc dry clutch // *Tribologia.* – 2017. – № 1. – P. 35–43.
10. *The temperatures of a single-disc clutches using heat partitioning and total heat generated approaches* / O. I. Abdullah, J. Schlattmann, M. H. Majeed, L. A. Sabri // *Case Studies in Thermal Engng.* – 2018. – **11**. – P. 43–54.
11. *Abdullah O. I. and Schlattmann J.* Computation of surface temperatures and energy dissipation in dry friction clutches for varying torque with time // *Int. J. Automotive Technol.* – 2014. – **15**, № 5. – P. 733–740.
12. *Топчевска К.* Вплив потужності тертя на температуру під час гальмування // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2017. – **53**, № 2. – С. 96–101.
(*Topczewska K.* Influence of the friction power on temperature in the process of braking // *Materials Science.* – 2017. – **53**, № 2. – P. 96–101.)
13. *Топчевска К.* Вплив тривалості збільшення контактного тиску під час гальмування на температуру трибосистеми накладка–диск // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2018. – **54**, № 2. – С. 107–114.
14. *Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И.* Интегралы и ряды. Элементарные функции. – М.: Наука, 1981. – 800 с.
15. *Абрамовиц М., Стиган И.* Справочник по специальным функциям. – М.: Наука, 1979. – 830 с.
16. *Fazekas G. A. G.* Temperature gradients and heat stresses in brake drums // *SAE Trans.* – 1953. – **61**, № 1. – P. 279–284.
17. *Adamowicz A. and Grześ P.* Influence of convective cooling of a disc brake temperature distribution during repetitive braking // *Appl. Thermal Engng.* – 2011. – **31**, № 14–15. – P. 2177–2185.

Одержано 13.07.2018