

МОДЕЛЮВАННЯ ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ТІЛА НА ОСНОВІ ЕНЕРГЕТИЧНОГО БАЛАНСУ ТА МОНІТОРИНГУ ДЕФОРМАЦІЙ

WEI MING¹, Я. Л. ІВАНИЦЬКИЙ^{2,3}, П. С. КУНЬ², Р. О. ШИШКОВСЬКИЙ³

¹ Wuhan Fiberhome Technical Services Co., Ltd., Wuhan, China;

² Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів;

³ Національний університет "Львівська політехніка"

Проаналізовано деякі аспекти адекватного визначення енергетичного стану поверхні елемента конструкції на основі результатів моніторингу поля деформацій за складного напруженого стану. Вказано на важливість використання тут саме понять інтенсивності деформацій та напружень. Встановлено залежність похибок за неврахування всіх компонентів деформацій як у пружній, так і в пластичній зонах від механічних властивостей матеріалу та жорсткості деформування.

Ключові слова: складний напружений стан, інтенсивність деформацій та напружень, енергія деформування.

Вступ. Щоб визначити залишковий ресурс роботи елемента конструкції в експлуатаційних умовах, необхідно дослідити поточний енергетичний стан матеріалу за зміною деформаційних процесів на поверхні, яку оцінюють за результатами моніторингу деформації різними методами [1–4] (скінченних елементів, точкових випадкових процесів, клітинних автоматів, оптико-цифровим тощо). За отриманими результатами моніторингу обчислюють енергію деформування в локальних об'єктах, де досягаються максимальні напруження. Іноді для спрощення і пришвидшення вимірювально-обчислювальної процедури не враховують складний напружений стан на досліджуваних ділянках поверхні, тобто всі локальні компоненти напружень та деформацій у поточний момент експлуатації, а за основу беруть одну максимальну компоненту деформації і відповідну напружень [5]. Оцінювати так локальні енергетичні запаси не завжди правомірно, бо в деяких випадках розподілу напружено-деформованого стану це може призвести до суттєвих відхилень розрахункового значення енергії деформування від реального для локальної ділянки поверхні матеріалу елемента конструкції. Або ж трапляється ситуація, коли перехід від знайдених експериментально компонент тензора деформацій до компонент тензора напружень здійснюють на основі характеристик міцності за одновісного деформування, що також спричиняє значні похибки. Тому спробуємо проаналізувати межі допустимості спрощеного підходу і умови його неприйнятності на практиці.

Повні питомі енергетичні запаси пружно-пластичного деформованого тіла визначають із діаграм деформування доведених до руйнування стандартизованих (циліндричних чи плоских) зразків за статичного навантаження розтягом у певному середовищі. Залежно від умов експлуатації елемента конструкції (статичне, циклічне навантаження тощо) та додаткової інформації про зміну властивостей матеріалу під впливом певного типу навантаження визначену за діаграмою руйнування критичну енергію деформування безпосередньо приймають за розрахункову або

Контактна особа: П. С. КУНЬ, e-mail: kun@ipm.lviv.ua

або з деякими поправками (коефіцієнтами). За типом та домоніторинговою історією навантаження встановлюють залишкову енергію, яку вважають розрахунковою критичною енергією руйнування. Розподіл напружень і деформацій на всіх ділянках та у вузлах конструкції завжди має бути суттєво менший від критичного для безпечної експлуатації, що враховують під час проектування конструкції згідно з коефіцієнтами запасу міцності та довготривалості. Однак через непередбачувані експлуатаційні зміни (перенавантаження) внаслідок зменшення залишкової енергії руйнування відповідальні вузли конструкції можуть суттєво послабитись. Тому моніторинг (неперервний чи хоча б частковий) та одночасне оцінювання реального напружено-деформованого стану є запорукою тривалої надійної і безпечної роботи елементів конструкції.

Проаналізуємо розвиток пружних та пластичних деформацій за складного напруженого стану у довільній точці A (рис. 1) досліджуваного фрагмента поверхні на базі вимірювання переміщень Δ , яка є своєрідним мірилом області однорідності макродеформацій [6], а також оцінимо умови некоректності спрощеного (зведеного до одновісного розтягу) методу моніторингу поверхонь деформівних пружно-пластичних тіл.

Складний напружений стан у зоні пружних деформацій. За тривісного напруженого стану зв'язок між відповідними напруженнями σ_k і деформаціями ϵ_k ($k = x; y; z$) у кожній точці тіла визначаємо за відомою [7] системою співвідношень:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \lambda \cdot \theta + 2G\epsilon_x \\ \sigma_y &= \lambda \cdot \theta + 2G\epsilon_y \\ \sigma_z &= \lambda \cdot \theta + 2G\epsilon_z \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

де $\theta = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$; $G = E/[2(1+\mu)]$; $\lambda = \mu \cdot E/[(1-2\mu)(1+\mu)]$; E, G, μ – пружні константи матеріалу.

Оскільки моніторингу доступні вільні поверхні конструкцій, де реалізується плоский напружений стан, то систему рівнянь (1) можна спростити за умови $\sigma_z = 0$. Якщо напружений стан за експериментально визначеного поля нормальних деформацій оцінювати наближено за законом одновісного напруженого стану, то відхилення від точного значення для однієї компоненти напружень у напрямку осі x можна знайти зі співвідношення

$$\sigma_x = \sigma_x^{(1)} \cdot \left\{ \frac{1}{1+\mu} \left[1 + \frac{\mu}{1-2\mu} (1 + \alpha_2 + \alpha_3) \right] \right\}, \quad (2)$$

де $\sigma_x^{(1)}$ – напруження за одновісного розтягу; α_2, α_3 – відповідні показники жорсткості деформування у різних напрямках ($\alpha_2 = \epsilon_y/\epsilon_x, \alpha_3 = \epsilon_z/\epsilon_x$), які на підставі системи рівнянь (1) пов'язані зі жорсткістю двовісного напруження $\alpha = \sigma_x/\sigma_y$ залежностями [8]

$$\alpha_2 = \frac{\alpha - \mu}{1 - \alpha\mu}; \quad \alpha_3 = -\mu \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha\mu}. \quad (3)$$

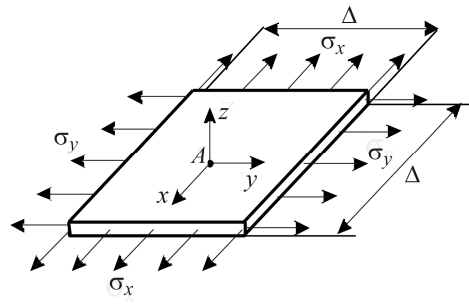


Рис. 1. Фрагмент підданої моніторингу поверхні за плоского напруженого стану.

Fig. 1. A fragment of the surface subjected to the monitoring under plane stress state.

Рис. 2 ілюструє відносне відхилення наближеного значення напружень від точного залежно від зміни параметрів μ і α .

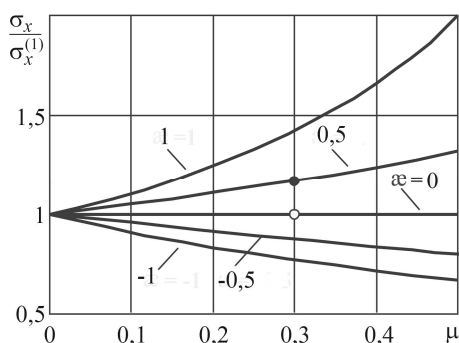


Рис. 2. Співвідношення точного σ_x і наближеного значень напружень $\sigma_x^{(1)}$ за різних умов навантаження та властивостей матеріалу.

Fig. 2. A ratio of exact σ_x and approximate calculation of stresses $\sigma_x^{(1)}$ under different loading conditions and the material properties.

За спрощеної оцінки напруженого стану зовнішньої поверхні сталевих труби ($\mu = 0,3$), що перебуває під внутрішнім тиском, або на поверхні наводненого суцільного металевго циліндра за лінійного розподілу концентрації водню [9] ($\alpha = 0,5$), похибка становитиме 20% у бік зменшення (точки на рис. 2) [9], а потенціальна енергія деформування згідно з виразом (1)

$$W = 0,5 \cdot (\sigma_x \cdot \epsilon_x + \sigma_y \cdot \epsilon_y + \sigma_z \cdot \epsilon_z) = 0,5 \cdot (\sigma_x \cdot \epsilon_x + \sigma_y \cdot \epsilon_y), \quad (4)$$

або у відносних величинах

$$W / W_x = 1 + \alpha_2^2 + \mu \cdot (1 - \mu)^{-1} (1 + \alpha_2)^2. \quad (5)$$

Тут $W_x = 0,5 \cdot E \epsilon_x^2$ – питома потенційна енергія однорідного пружного тіла за одновісного розтягу.

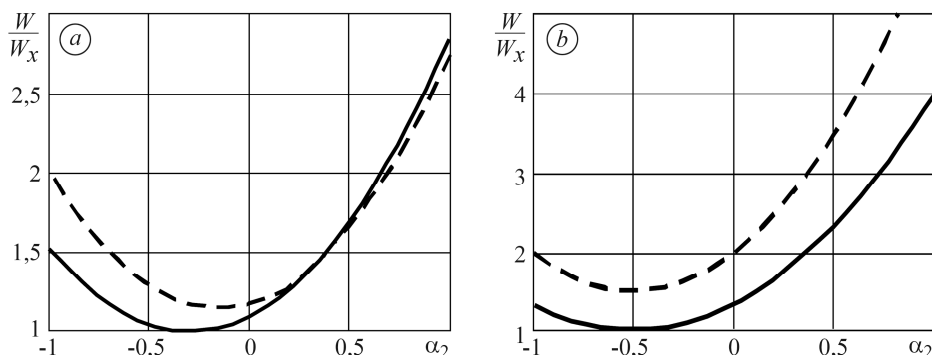


Рис. 3. Залежність потенціальної енергії від жорсткості деформацій: $a - \mu = 0,3$; $b - 0,5$; суцільна лінія – W / W_x ; штрихова – \tilde{W} / W_x .

Fig. 3. Dependence of the potential energy on the strain rigidity: $a - \mu = 0,3$; $b - 0,5$; solid line – W / W_x ; dashed line – \tilde{W} / W_x .

Якщо використовувати спрощені схеми і, наприклад [5], під час визначення напружень за експериментально встановленими компонентами деформацій застосовувати закон Гука для одновісного розтягу в пружній зоні та просумувати енергетичні складники у трьох напрямках як незалежні, то наближена формула для (5) набуде вигляду

$$\tilde{W} / W_x = 1 + \alpha_2^2 + \mu^2 \cdot (1 - \mu)^{-2} (1 + \alpha_2)^2. \quad (6)$$

Співвідношення (5) і (6) тотожні тільки для $\mu = 0$ (наприклад, для коркового

дерева). Для сталей, якщо $\mu = 0,3$, вони мало відрізняються лише на проміжку $\alpha_2 \geq 0,1$ (рис. 3a), а для гумових матеріалів ($\mu = 0,5$) значення потенціальної енергії, порашовані за формулою (5), суттєво перевищують точні на всьому проміжку зміни α_2 (рис. 3b).

Складний напружений стан у зоні пластичних деформацій. Узагальнений закон Гука для пружної зони встановлює взаємно однозначний зв'язок між полями напружень і деформацій. Єдина теорія опису поведінки матеріалів за пружно-пластичного деформування відсутня. Тому використаємо деякі положення деформаційної теорії пластичності [10], за якими встановлено еквівалентність між складним напружено-деформованим станом і одновісним розтягом, шляхом введення поняття інтенсивності напружень і деформацій, які за відсутності дотичних компонент визначимо за такими залежностями:

– для інтенсивності напружень

$$\sigma_i = \left[\sqrt{(\alpha - 1)^2 + 1 + \alpha^2} / \sqrt{2} \right] \cdot \sigma_x ; \quad (7)$$

– для інтенсивності деформацій

$$\varepsilon_i = \left[2\sqrt{1 + \alpha_2 + \alpha_2^2} / \sqrt{3} \right] \cdot \varepsilon_x . \quad (8)$$

Зв'язок між величинами ε_i та σ_i описує узагальнена діаграма деформування [7], яку за пружно-пластичного деформування не обов'язково будувати, оскільки тут зручніша відома крива деформування $\sigma_0 \sim \varepsilon_0$ за розтягу. Якщо експериментальну діаграму руйнування апроксимувати, наприклад, степеневу залежністю

$$\sigma_0(\varepsilon_0) = \sigma_T \cdot (\varepsilon_0 / \varepsilon_T)^n , \quad (9)$$

де σ_T – границя плинності матеріалу; ε_T відповідає початку пластичних деформацій ($\varepsilon_T = 0,002$); $n = 0,2$ – для сталей, то за нехтування впливу коефіцієнта Пуассона ($\mu \approx 0,5$) узагальнену діаграму $\sigma_i \sim \varepsilon_i$ можна описати формулою (9). При цьому $\varepsilon_i = \varepsilon_0$, $\sigma_i = \sigma_0$.

Енергія пластичного деформування за складного напруженого стану

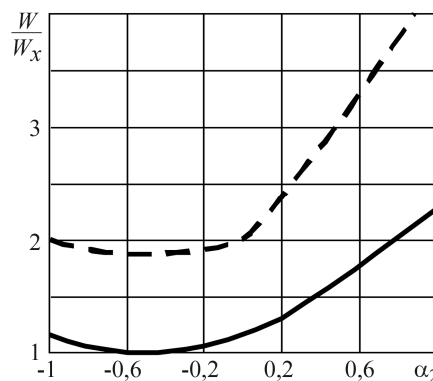
$$W = \int_{\varepsilon_T}^{\varepsilon_i} \sigma(\varepsilon_i) d\varepsilon_i \approx W_x \cdot \left[\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{1 + \alpha_2 + \alpha_2^2} \right]^{1+n} . \quad (10)$$

Тут W_x – енергія пластичного деформування за одновісного розтягу в напрямку осі x :

$$W_x = (1+n)^{-1} \cdot \sigma_T \cdot \varepsilon_T^{-n} \cdot \varepsilon_x^{1+n} . \quad (11)$$

Рис. 4. Залежність енергії деформування від жорсткості деформацій: суцільна лінія – W/W_x ; штрихова – \tilde{W}/W_x .

Fig. 4. Dependence of the deformation energy on the strain rigidity: solid line – W/W_x ; dashed line – \tilde{W}/W_x .



На рис. 4 суцільна лінія побудована за співвідношеннями (10) і (11), а штрихова, що описує відносну енергію деформування – за наближеним підходом,

який майже вдвічі завищує локальні енергетичні втрати.

Отже, не завжди і не для всіх матеріалів доцільно під час визначення локальних енергетичних втрат за складного напруженого стану нехтувати менші компоненти деформацій та переходити до одновісного деформування чи, навпаки, складний напружений стан формально оцінювати за сумою трьох незалежних одновісних.

РЕЗЮМЕ. Проанализированы некоторые аспекты определения энергетического состояния поверхности элемента конструкции на основании результатов мониторинга поля деформаций при сложном напряженном состоянии. Указана важность использования именно понятий интенсивности деформаций и напряжений. Установлена зависимость погрешностей при неучитывании всех компонентов деформаций как в упругой, так и в пластической зонах от механических свойств материала и жесткости деформирования.

SUMMARY. Some aspects of determination of the energy state of structural elements surface based on the results of the deformation field monitoring under complex stress state are analyzed. The importance of using the values of deformation and stress intensity is indicated. The dependence of errors in estimation of all components of deformation both in elastic and plastic areas on mechanical properties of materials and strain rigidity is established.

1. Панасюк В. В., Іваницький Я. Л., Максименко О. П. Аналіз пружно-пластичного деформування матеріалу зони передруйнування // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2004. – **40**, № 5. – С. 67–72.
(Panasyuk V. V., Ivanyts'kyi Ya. L., Maksymenko O. P. Analysis of the elastoplastic deformation of the material in the process zone // Materials Science. – 2004. – **40**, № 5. – P. 648–645.)
2. Косаревиц Р. Я., Русин Б. П., Торська Р. В. Моделювання поширення пітингової корозії за допомогою точкових процесів // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2015. – **51**, № 5. – С. 75–81.
(Rysarevych R. Ya., Rusyn B. P., Tors'ka R. V. Modeling of the propagation of pitting corrosion by point processes // Materials Science. – 2015. – **51**, № 5. – P. 673–681.)
3. Rusyn B., Torska R., and Kobasyar M. Application of the cellular automata for obtaining pitting images during simulation process of their growth // Man-Machine Interactions 3, Advances in Intelligent Systems and Computing book series (AISC, volume 242). – Springer, 2014. – P. 299–306.
4. Мольков Ю. В. Застосування методу цифрової кореляції до побудови діаграм деформуванням // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2012. – **48**, № 6. – С. 136–140.
(Mol'kov Yu. V. Application of the method of digital image correlation to the construction of stress-strain diagrams // Materials Science. – 2013. – **48**, № 6. – P. 832–837.)
5. Мольков Ю. В. Оцінювання опірності руйнуванню ємностей під тиском із використанням енергетичного підходу: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Львів, 2014. – 20 с.
6. Вибір розміру бази вимірювання переміщень для визначення деформацій методом оптико-цифрової кореляції зображень / Я. Л. Іваницький, П. С. Кунь, Т. М. Ленковський, Ю. В. Мольков, С.Т. Штаюра // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2017. – **53**, № 6. – С. 94–98.
(The choice of spacing in measuring displacements for the evaluation of strains by the method of optical-digital image correlation / Ya. L. Ivanyts'kyi, P. S. Kun', T. M., Lenkovs'kyi Yu. V. Mol'kov, S. T. Shtayura // Materials Science. – 2018. – **53**, № 6. – P. 849–854.)
7. Биргер И. А., Мавлютов Р. Р. Сопротивление материалов: Учеб. пос. – М.: Наука, 1986. – 560 с.
8. Іваницький Я. Л., Кунь П. С. Тріщиностійкість конструкційних матеріалів за складного навантаження. – Львів: Сполом, 2013. – 280 с.
9. Стащук М. Г. Вплив концентрації водню на напруження у суцільному металевому циліндрі // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2017. – **53**, № 6. – С. 73–79.
(Stashchuk M. H. Influence of hydrogen concentration on the stresses in a solid metallic cylinder // Materials Science. – 2018. – **53**, № 6. – P. 823–831.)
10. Локощенко А. М. Эквивалентные напряжения в расчетах длительной прочности металлов // Изв. Саратовск. ун-та. Сер. Математика. Механика. Информатика. – 2009. – **9**, вып. 4, ч. 2. – С. 128–135.

Одержано 24.01.2019