

УДК 539.3:536.424

МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНОГО І ФАЗОВОГО СТАНІВ ПЛАСТИНИ З НІКЕЛІДУ ТИТАНУ ЗА ТЕРМОМЕХАНІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

О. Є. ОНИШКО¹, О. Р. ГАЧКЕВИЧ^{1,2}, Л. Й. ОНИШКО³

¹ Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів;

² Опольський політехнічний університет, Польща;

³ Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України, Львів

На основі побудованої моделі з використанням методів механіки суцільного середовища та термодинаміки нерівноважних процесів для кількісного опису поведінки тіл, виготовлених з матеріалів з ефектом пам'яті форми, досліджено фазовий та напружений стан пластини з нікеліду титану за згину та нагріву–охолодження. Розрахунки виконано для різних варіантів механічного навантаження і температури. Встановлено, що за фазових змін у пластині виникає змінний за товщиною розподіл мартенситу, що спричиняє формування неоднорідного залишкового напружено-деформованого стану.

Ключові слова: мартенситне перетворення, ефект пам'яті форми, деформівні тверді тіла, математична модель, залишкові напруження.

Вступ. У сучасній техніці широко застосовують деталі машин і механізмів, виготовлені на основі сплавів, в яких у певному діапазоні температур відбувається мартенситне перетворення (як пряме, так і зворотне). Їх у літературі прийнято називати “матеріалами з ефектом пам'яті форми (ЕПФ)” [1–3]. Одною з галузей застосування таких матеріалів є медицина. Зокрема фіксатори, виготовлені з матеріалів з ЕПФ, суттєво підвищують якість лікування переломів, особливо в щелепно-лицьовій хірургії. Останнім часом активно створюються неметалеві матеріали з пам'яттю форми, які мають певні переваги при застосуванні, зокрема, в тій же медицині [4, 5]. У працях [6–9] з використанням методів механіки суцільного середовища [10–15] і нерівноважної термодинаміки [16–19], існуючої методики побудови моделей для опису термомеханічної поведінки реальних тіл у взаємозв'язку з явищами іншої фізичної природи [20–24], а також результатів експериментальних матеріалознавчих досліджень [1–3, 25, 26] запропоновано варіант математичної моделі кількісного опису термомеханічних процесів у тілах, виготовлених зі згаданих матеріалів.

Основні положення і співвідношення моделі. Під час моделювання термомеханічних процесів у тілах з ЕПФ приймаємо, що деформівне тверде теплопровідне тіло, яке перебуває під дією силового навантаження в умовах теплообміну з довкіллям, у кожний момент часу займає область V евклідового простору. Деформування супроводжується виділенням і переносом тепла та фазовим перетворенням за охолодження чи нагрівання в певному діапазоні температур. В основу термодинамічного опису системи покладено гіпотезу локальної термодинамічної рівноваги. Здебільшого [6–9, 20–24] за параметри стану, які описують теплові процеси, вибирають абсолютну температуру T та питому ентропію S . Мартенситне перетворення характеризується відносним вмістом мартенситу Ξ ($0 \leq \Xi \leq 1$) та

питомою спорідненістю фазового перетворення A . Механічні впливи [6, 8–10], пов'язані зі зміною об'єму, враховуватимемо через інваріанти тензора напружень σ і деформацій e , а пов'язані зі зміною форми тіла – відповідно через інваріанти σ_i та e_i . Тут $\sigma = \Pi_1 / 3$ – середні об'ємні напруження; $e = I_1 / 3$ – відносна зміна середніх лінійних розмірів; $\sigma_i = \sqrt{(3\Pi_2 - \Pi_1^2)/2}$; $e_i = \sqrt{(3I_2 - I_1^2)/2}$ – інтенсивності напружень і деформацій; $\Pi_1 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}$ та $\Pi_2 = \sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2 + 2(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2)$ – 1-й та 2-й інваріанти тензора напружень, відповідно; $I_1 = \epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33}$ та $I_2 = \epsilon_{11}^2 + \epsilon_{22}^2 + \epsilon_{33}^2 + 2(\epsilon_{12}^2 + \epsilon_{13}^2 + \epsilon_{23}^2)$ – 1-й та 2-й інваріанти тензора деформацій, відповідно.

За функцію, що описує термодинамічний стан тіла, прийнято вільну енергію F , яка є характеристичною функцією параметрів T, e, e_i і Ξ . Узагальнене рівняння Гібса для областей тіла, в яких відбувається фазове перетворення, з використанням інваріантів тензорів напружень і деформацій записано у вигляді

$$dF = -SdT + \frac{3}{\rho}\sigma de + \frac{1}{\rho}\sigma_i de_i + Ad\Xi, \quad (1)$$

де ρ – густина.

Рівняння стану моделі [6, 8, 9] розглянуто за малого відхилення від початкового рівноважного стану в межах гіпотези про природний ненапружений стан: $T = T_0$; $S = S_0$; $e = 0$; $\sigma = 0$; $e_i = 0$; $\sigma_i = 0$; $\Xi = \Xi_0$; $A = A_0$. Для цього розкладено вільну енергію F у степеневий ряд в околі вихідного стану за приростами термодинамічних параметрів. Обмежившись квадратичними членами розкладу, одержимо:

$$F = F^* - S_0 t + A_0 \xi + Ke^2/2\rho + Ge_i^2/2\rho - c_t t^2/2T_0 - K\alpha e/\rho - G\alpha' e_i/\rho + \bar{K}t\xi - K\beta e\xi/\rho - G\beta' e_i \xi/\rho + K'e e_i/\rho + \tilde{K}\xi^2/2, \quad (2)$$

де $t = T - T_0$; $\xi = \Xi - \Xi_0$.

Зі співвідношень (1) і (2) випливає така система рівнянь стану моделі:

$$\begin{aligned} S &= (-\partial F / \partial T)_{e, e_i, \Xi} = S_0 + c_t t / T_0 + K\alpha e / \rho + G\alpha' e_i / \rho - \bar{K}\xi, \\ 3\sigma &= \rho(\partial F / \partial e)_{T, e_i, \Xi} = K(e - \alpha t - \beta\xi) + K'e_i, \\ \sigma_i &= \rho(\partial F / \partial e_i)_{T, e, \Xi} = G(e_i - \alpha' t - \beta'\xi) + K'e, \\ A &= \left(-\partial F / \partial \Xi \right)_{T, e, e_i} = A_0 + \tilde{K}\xi + \bar{K}t - K\beta e / \rho - G\beta' e_i / \rho. \end{aligned} \quad (3)$$

Коефіцієнти в рівняннях (2), (3) характеризують певні фізичні властивості матеріалу моделі. Частина з них (питома теплоємність $c_t = T_0(\partial^2 F / \partial T^2)_{e, e_i, \Xi}$; модуль всестороннього стиску $K = \rho(\partial^2 F / \partial e^2)_{T, e_i, \Xi}$; модуль зсуву $G = \rho(\partial^2 F / \partial e_i^2)_{T, e, \Xi}$; температурний коефіцієнт об'ємного розширення $\alpha = \rho(-\partial^2 F / \partial e \partial T)_{e_i, \Xi} / K$) відомі і визначені експериментально. Інші мають конкретний фізичний зміст (коефіцієнти залежності: $\alpha' = \rho(-\partial^2 F / \partial e_i \partial T)_{e, \Xi} / K$ – інтенсивності деформацій від температури; $\bar{K} = (\partial^2 F / \partial T \partial \Xi)_{e, e_i}$ – спорідненості мартенситного перетворення від температури; $\beta = \rho(-\partial^2 F / \partial e \partial \Xi)_{T, e_i} / K$ – об'ємного розширення за мартенсит-

ного перетворення; $\beta' = \rho(-\partial^2 F / \partial e_i \partial \Xi)_{T,e} / K$ – інтенсивності деформацій від вмісту мартенситу; $K' = (\partial^2 F / \partial e \partial e_i)_{T,\Xi}$ – всестороннього стиску σ від e_i ; $\tilde{K} = (\partial^2 F / \partial \Xi^2)_{T,e,e_i}$ – спорідненості мартенситного перетворення від вмісту мартенситної фази).

Співвідношення (2), (3) записані для найзагальнішого випадку. Проте, оскільки для матеріалів, які є предметом дослідження, безпосередня залежність параметра σ_i від зміни об'єму і температури практично не виявлена [1–5, 10, 11], то можна прийняти, що $K' = 0$, $\alpha' = 0$. Враховуючи це, рівняння стану (3) набувають вигляду

$$S = S_0 + c_t t / T_0 + K \alpha e / \rho - \bar{K} \xi, \quad 3\sigma = K(e - \alpha t - \beta \xi), \quad \sigma_i = G(e_i - \beta' \xi),$$

$$A = A_0 + \tilde{K} \xi + \bar{K} t - K \beta e / \rho - G \beta' e_i / \rho. \quad (4)$$

Узагальнене рівняння Гібса (1) і рівняння стану (4), сформульовані для розширеного простору параметрів стану, описують множину можливих (допустимих) станів. Щоб встановити фізично реалізований стан за фіксованих значень деформацій і температури, використаємо умову мінімуму вільної енергії F за ступенем повноти мартенситного перетворення Ξ [7]. З неї випливає, що в областях фазового перетворення повинна виконуватись залежність

$$\partial F / \partial \Xi = 0, \quad \text{або} \quad A = 0. \quad (5)$$

З виразу (5) і останнього з рівнянь (4) одержуємо співвідношення, яке пов'язує ступінь повноти мартенситного перетворення з іншими параметрами стану:

$$\tilde{K} \xi + \bar{K} t - K \beta e / \rho - G \beta' e_i / \rho = 0. \quad (6)$$

Співвідношення (4) – це фізичні рівняння системи, сформульовані відносно інваріантів тензорів напружень і деформацій, які разом з відомими рівняннями руху

$$\rho(d\mathbf{v} / dt) = \nabla \cdot \hat{\sigma}$$

і балансу повної енергії

$$\partial W / \partial \tau = -\nabla \cdot \mathbf{J}_W,$$

де $W = \rho(U + \mathbf{v}^2 / 2)$ – густина повної енергії; U – питома внутрішня енергія; $\mathbf{v}^2 / 2$ – питома кінетична енергія; $\mathbf{J}_W = \mathbf{J}_Q - \hat{\sigma} \cdot \mathbf{v} + W\mathbf{v}$ – потік повної енергії; \mathbf{J}_Q – тепловий потік; $\hat{\sigma} \cdot \mathbf{v}$ – потік енергії, обумовлений механічною роботою; $W\mathbf{v}$ – конвективна складова потоку повної енергії, описують напружений стан твердих тіл.

З рівнянь (4) отримали аналог класичного рівняння Гука, яке пов'язує компоненти тензорів напружень і деформацій. Як показано [10], для ізотропних середовищ за малих деформацій і незначних швидкостей їх зміни справедливе співвідношення

$$\sigma_{jk} = \sigma \delta_{jk} + 2\sigma_i (\epsilon_{jk} - e \delta_{jk}) / 3e_i, \quad j = 1, 2, 3, \quad k = 1, 2, 3, \quad (7)$$

де δ_{jk} – символ Кронекера.

Підставивши в рівняння (7) вирази для σ і σ_i з (4), отримали співвідношення

$$3\sigma_{jk} = K(e - \alpha t - \beta \xi) \delta_{jk} + 2G(e_i - \beta' \xi) (\epsilon_{jk} - e \delta_{jk}) / e_i, \quad (8)$$

яке є узагальненим законом Гука для твердого тіла за мартенситного перетворення, зумовленого зміною як форми, так і об'єму виділеного елемента тіла.

Фазовий та напружений стан пластини з нікеліду титану за згину та нагріву–охолодження. Розглядаємо необмежену пластину завтовшки h ($0 \leq x' \leq h$), виготовлену зі сплаву з пам'яттю форми, яка знаходиться під дією згинального моменту M' і розтяжного зусилля P' . Приймаємо, що у початковому стані матеріал пластини перебуває в аустенітній фазі (відносний вміст мартенситу $\Xi = 0$). Початкова температура пластини T_1 стала. Одночасно з навантаженням пластину нагрівають до температури $T_2 > T_1$ або охолоджують до температури $T_3 < T_1$. Слід зазначити, що T_1 , T_2 і T_3 знаходяться в інтервалі, де навіть незначні напруження можуть викликати виникнення мартенситу [7]. Визначимо фазовий і напружений стан пластини.

Необхідна умова для мартенситного перетворення для цієї задачі має вигляд (6). У межах моделі вважаємо, що пружні константи матеріалу однакові для всіх характерних областей фазового стану.

Для розв'язання задачі необхідно задовольнити умови нерозривності переміщень на межі області, в якій утворюється мартенсит, а також задані умови навантаження

$$\int_0^1 \sigma_{yy} dx = P, \quad \int_0^1 x \sigma_{yy} dx = M. \quad (9)$$

Тут і надалі для зручності використовуємо безрозмірну координату $x = x'/h$ ($0 \leq x \leq 1$) і приведені до неї навантаження $P = P'/h$, $M = M'/h^2$.

За таких умов у частині пластини $x_1 \leq x \leq h$ утвориться суміш аустеніту і мартенситу, а в частині $x_0 \leq x \leq x_1$ фазовий склад залишиться початковим ($\Xi = 0$). Отже, з виразу (6) слідує, що

$$\bar{K}t + E\beta e/3(1-2\nu)\rho = 0 \quad \text{при} \quad x = x_1. \quad (10)$$

Використавши рівняння стану (4), сумісності деформацій [14], рівність (8) та задовольнивши умови (9) і (10), одержимо співвідношення для визначення x_1 , а також вирази для відносного вмісту мартенситу

$$\Xi = \begin{cases} 6(1-2\nu)E\beta b_2(x-x_1)/D_2 + D_t t(1/D_2 - 1/6D_1\beta), & x_1 \leq x \leq 1, \\ 0, & 0 < x \leq x_1 \end{cases} \quad (11)$$

і напружень

$$\sigma_{yy} = \begin{cases} E[b_1(x-x_1) - D_t\beta t/6D_1 - \alpha t/3]/(1-\nu), & 0 \leq x \leq x_1, \\ 3E[D_3\{b_2(x-x_1) - D_t\beta/6D_1\} + (1-2\nu)\rho(\bar{K}\alpha + \bar{K}\beta)t]/D_2, & x_1 < x \leq 1, \end{cases} \quad (12)$$

де b_1 , b_2 – відповідні коефіцієнти (які визначають зі залежностей (9) і умов нерозривності переміщень на межі $x = x_1$); α – коефіцієнт термічного розширення, $D_t = (1+\nu)E\beta\alpha + 9(1-\nu)(1-2\nu)\rho\bar{K}$; $D_1 = (1-2\nu)E\beta^2$; $D_3 = E\beta^2 - 3(1-2\nu)\rho\bar{K}$; $D_2 = (1+\nu)E\beta^2 - 9(1-2\nu)(1-\nu)\rho\bar{K}$.

Співвідношення (12) виконуються, коли $x_1 > 0$. Якщо ж задані умови такі, що по всій товщині пластини утворюється мартенсит, його відносний вміст опишемо виразом (11), а напруження запишемо так:

$$\sigma_{yy} = 3E[D_3(a'_2 + b'_2x) + (1-2\nu)\rho(\bar{K}\alpha + \bar{K}\beta)t]/D_2, \quad 0 < x \leq 1,$$

де a'_2 , b'_2 – коефіцієнти, які визначають з рівняння (9).

Оскільки матеріалам з ЕПФ притаманний різний характер зміни фазового складу за нагрівання та охолодження [1–3], то після зняття навантаження і повернення температури до початкової ($P = 0, M = 0, t = 0$) фазовий стан пластини відповідатиме (11), і в пластині будуть присутні спричинені ним залишкові напруження, які для $x_1 > 0$ матимуть вигляд

$$\sigma_{yy} = \begin{cases} E(a_1^* + b_1^* x)/(1-\nu), & 0 \leq x \leq x_1, \\ E \left[a_2^* + b_2^* x + 2D_1 b_2 (x - x_1)/D_2 + D_t \beta t / 3D_2 \right] / (1-\nu), & x_1 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

Коли $x_1 < 0$, одержимо:

$$\sigma_{yy} = \left[a_2^* + b_2^* x + 2D_1(a_2^* + b_2^* x)/D_2 + D_t \beta t / 3D_2 \right] E / (1-\nu), \quad 0 \leq x \leq 1.$$

Тут $a_1^*, b_1^*, a_2^*, b_2^*, a_2^*, b_2^*$ – коефіцієнти, які визначають з виразу (11) і умов нерозривності на межі розділу областей.

Числові результати. На основі отриманих розв’язків виконали числові розрахунки розподілу залишкових напружень для пластини, виготовленої з нікеліду титану, для якого $E = 116 \text{ GPa}$; $\nu = 0,36$; $\beta = 2 \cdot 10^{-3}$; $\rho = 6850 \text{ kg/m}^3$; $\tilde{K} = 50 \text{ m}^2/\text{s}^2$; $\bar{K} = 30 \text{ m}^2/(\text{s}^2 \cdot \text{K})$; $\alpha = 5 \cdot 10^{-3} \text{ 1/K}$.

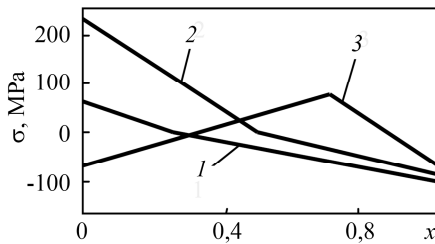


Рис. 1. Fig. 1.

Рис. 1. Розподіл залишкових напружень $\sigma = \sigma_{yy} = \sigma_{zz}$ за товщиною пластини за сталої температури T_1 і $M = 50 \text{ MN/m}^2$ для різних видів навантажень: 1 – $P/M = -0,5$; 2 – $P/M = 0$; 3 – $P/M = 1$.

Fig. 1. Distribution of residual stresses $\sigma = \sigma_{yy} = \sigma_{zz}$ on the thickness of the plate at a temperature T_1 and $M = 50 \text{ MN/m}^2$ for different types of loads: 1 – $P/M = -0,5$; 2 – $P/M = 0$; 3 – $P/M = 1$.

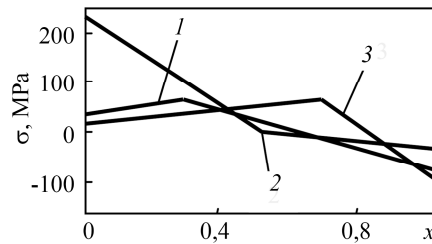


Рис. 2. Fig. 2.

Рис. 2. Розподіл залишкових напружень за сталою навантаження $M = 50 \text{ MN/m}^2, P = 0$ для різних значень T : 1 – $T = -5 \text{ K}$; 2 – $T = 0 \text{ K}$; 3 – $T = 5 \text{ K}$.

Fig. 2. Distribution of residual stresses at constant load $M = 50 \text{ MN/m}^2, P = 0$ for different values of T : 1 – $T = -5 \text{ K}$; 2 – $T = 0 \text{ K}$; 3 – $T = 5 \text{ K}$.

Показано розподіли залишкових напружень $\sigma = \sigma_{yy} = \sigma_{zz}$ за товщиною пластини за сталої температури для різних видів навантажень (рис. 1) та за сталою навантаження для різних значень T (рис. 2).

ВИСНОВКИ

Встановлено, що за розглядуваних умов у пластині виникає змінний за товщиною розподіл мартенситу, що спричиняє формування неоднорідного залишкового напружено-деформованого стану. Максимальні залишкові напруження спостерігаємо за навантаження згинальним моментом M ($P = 0$) за сталої температури на поверхні пластини, де відсутнє або мінімально виражене фазове перетворення. Супутній підігрів або охолодження, як і прикладання одночасного розтягу чи стиску, призводять до зменшення максимальних залишкових напружень.

Отримані результати можна використати під час розробки раціональних режимів експлуатації фіксаторів, виготовлених з матеріалу з ЕПФ, зокрема, нікеліду титану, для забезпечення оптимального лікування переломів, в т. ч. в щелепно-лицьовій хірургії.

РЕЗЮМЕ. На основании построенной модели с использованием методов механики сплошных сред и термодинамики неравновесных процессов для количественного описания поведения тел, изготовленных из материалов с эффектом памяти формы, исследовано фазовое и напряженное состояние неограниченной пластины из никелида титана при изгибе и нагреве–охлаждении. Вычисления произведены для различных вариантов механического нагружения и температуры. Установлено, что при рассматриваемых условиях в пластине возникает переменное по толщине распределение мартенсита, вызывающее формирование неоднородного остаточного напряженно-деформированного состояния.

Ключевые слова: мартенситное превращение, эффект памяти формы, деформируемые твердые тела, математическая модель, остаточные напряжения.

SUMMARY. Based on the constructed model with use of the methods of the continuum mechanics and thermodynamics of nonequilibrium processes for quantitative description of the behavior of shape memory solids the phase and stressed states of unlimited nitinol plate under bending and heating–cooling is investigated. Calculations are made for various mechanical loadings and temperatures. It is established that under considered conditions variable in thickness distribution of martensite in occurs the plate, causing the formation of the inhomogeneous residual stress-strain state.

Keywords: martensite transformation, solids shape memory, deformed solids, mathematical model, residual stresses.

1. Лихачёв В. А., Кузьмин С. Л., Каменцева З. П. Эффект памяти формы. – Л.: Изд-во Ленинградск. ун-та, 1987. – 316 с.
2. Сплавы с эффектом памяти формы / Под ред. Х. Фунакубо. – М.: Металлургия, 1990. – 224 с.
3. Эффект памяти формы в сплавах / Пер. с англ. под ред. В. А. Займовского. – М.: Металлургия, 1979. – 472 с.
4. Thermomechanics of shape memory polymers: uniaxial experiments and constitutive modeling / Y. Liu, K. Gall, M. L. Dunn, A. R. Greenberg, J. Diani // Int. J. of Plasticity. – 2006. – 22. – P. 279–313.
5. Siskind R. D. and Smith R. C. Model development for shape memory polymers // Proceedings of SPIE. – May 2008. – P. 225–234.
6. Моделирование с использованием инвариантов тензоров напряжений и деформаций термомеханических процессов в твердых телах при технологическом нагреве / В. Асташкин, Б. Боженко, С. Будз, А.Онышко // Projektowanie procesów i systemów technologicznych. – Lublin: Soc. Sci. Lublinensis, 2003. – С. 164–170.
7. Асташкин В. И., Будз С. Ф., Онышко О. Е. Кількісний опис фізико-механічних процесів у матеріалах з пам'яттю форми // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1994. – 30, № 4. – С. 60–66. (Astashkin A. I., Budz S. F., and Onyshko O. E. Quantitative description of physicomachanical processes in shape-memory materials // Materials Science. – 1995. – 30, № 4. – P. 453–459.)
8. Моделювання з використанням інваріантів тензорів напружень і деформацій термомеханічних процесів у деформівних твердих тілах при врахуванні структурних перетворень / В. Асташкін, О. Гачкевич, О. Онышко, Б. Боженко // Машинознавство. – 2003. – № 11. – С. 14–17.
9. Онышко О., Боженко Б., Новацький В. Моделювання термомеханічних явищ в матеріалах з пам'яттю форми // Математичні проблеми механіки неоднорідних структур. – Львів, 2003. – С. 71–73.
10. Гольденблат И. И. Нелинейные проблемы теории упругости. – М.: Наука, 1969. – 336 с.
11. Гринфельд М. А. Методы механики сплошной среды в теории фазовых превращений. – М.: Наука, 1990. – 312 с.
12. Седов Л. И. Введение в механику сплошной среды. – М.: Гос. изд. физ.-мат. лит-ры, 1962. – 284 с.

13. *Седов Л. И.* Математические методы построения новых моделей сплошных сред // Успехи мат. наук. – 1965. – **20**, № 5 (125). – С. 121–181.
14. *Седов Л. И.* Механика сплошной среды. – М.: Наука, 1973. – Т. 1. – 536 с.
15. *Трусделл К.* Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред. – М.: Мир, 1975. – 592 с.
16. *Гиббс Дж. В.* Термодинамические работы. – М.: Гос. изд. технико-теорет. лит-ры, 1951. – 494 с.
17. *де Гроот С., Мазур П.* Неравновесная термодинамика. – М.: Мир, 1964. – 456 с.
18. *Дьярмати И.* Неравновесная термодинамика. – М.: Мир, 1974. – 304 с.
19. *Хаазе Р.* Термодинамика неравновесных процессов. – М.: Мир, 1967. – 544 с.
20. *Асташкин В. И., Бурак Я. И., Онышко А. Е.* О количественном описании физико-механических процессов при рекристаллизации в однокомпонентной системе // Физ.-хим. механика материалов. – 1978. – **14**, № 2. – С. 72–76.
(*Astashkin V. I., Burak Y. I., Onyshko A. E.* Quantitative account of physicomachanical processes during recrystallization in a one-component system // Soviet Materials Science. – 1978. – **14**, № 2. – P. 173–176.)
21. *Асташкин В. И., Бурак Я. И., Онышко А. Е.* Термодинамическое описание неравновесных процессов в деформируемых телах в области структурных превращений // Термодинамика необратимых процессов. – М.: Наука, 1987. – С. 177–185.
22. *Підстригач Я. С., Бурак Я. Й.* Деякі аспекти побудови нових моделей механіки твердого тіла з урахуванням електромагнітних процесів // Вісник АН УРСР. – 1970. – № 12. – С. 18–31.
23. *Підстригач Я. С., Павлина В. С.* Загальні співвідношення термодинамічних твердих розчинів // Укр. фіз. журн. – 1961. – № 5. – С. 655–663.
24. *Подстригач Я. С., Бурак Я. И., Асташкин В. И.* Основные уравнения процесса деформации многокомпонентных твердых тел при аллотропическом превращении // Прикл. механика. – 1977. – № 10. – С. 108–114.
25. *Кауфман Л., Коэн М.* Термодинамика и кинетика мартенситных превращений // Успехи физики металлов. – М.: Metallurgizdat, 1961. – Т. 4. – С. 192–289.
26. *Кристиан Дж.* Теория превращений в металлах и сплавах. – М.: Мир, 1978. – 806 с.

Одержано 27.03.2019