ЗРАЗОК ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ПОРОГІВ ВТОМИ ЗА ЦИКЛІЧНОГО ПОПЕРЕЧНОГО ЗСУВУ

О. П. ДАЦИШИН, Т. М. ЛЕНКОВСЬКИЙ, А. Ю. ГЛАЗОВ

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів

Розроблено базовий елемент методики побудови припорогової ділянки діаграми втомного руйнування металічних матеріалів за поперечного зсуву. Запропоновано квадратний зразок з крайовим надрізом та силову схему його циклічного навантаження. Оцінено напружено-деформований стан квадратної пластини з крайовою тріщиною за поперечного зсуву, як прототипу досліджуваного зразка, за допомогою двох незалежних методів (скінченних елементів та сингулярних інтегральних рівнянь). Визначено коефіцієнт інтенсивності напружень $K_{\rm II}$ для широкого діапазону відносних довжин тріщини з урахуванням гладкого контакту, а також тертя між її берегами.

Ключові слова: *діаграма втомного руйнування, поперечний зсув, коефіцієнт інтенсивності напружень, метод скінченних елементів, метод сингулярних інтегральних рівнянь.*

Для втомного руйнування нормальним розривом кінетичні діаграми у вигляді залежностей швидкості росту втомної тріщини V від розмаху коефіцієнта інтенсивності напружень (КІН) ΔK_1 побудовано для багатьох класів конструкційних сталей. Однак за контактної втоми в деталях машин та механізмів (залізничні колеса і рейки, тіла підшипників кочення, валки вальцювальних станів, елементи зубчастих з'єднань тощо) на певних етапах тріщина розвивається за макромеханізмом поперечного зсуву. В таких випадках, оцінюючи залишковий ресурс роботи деталей, оперувати діаграмами, побудованими лише за нормального розриву, некоректно. Тому необхідно побудувати та використовувати діаграми за циклічного поперечного зсуву, коли швидкість росту втомної тріщини визначає розмах КІН $\Delta K_{\rm II}$. Особливо важливою характеристикою, яку визначають на їх основі, є пороговий розмах КІН – поріг втоми $\Delta K_{\text{II th}}$, який описує початок росту втомної зсувної макротріщини [1]. На сьогодні відомостей у літературі про такі характеристики тріщиностійкості, а також і самих припорогових ділянок кінетичних діаграм втомного руйнування (КДВР), з яких їх визначають, обмаль. Для дослідження кінетики росту тріщин за поперечного зсуву в лабораторних умовах найчастіше використовують зразки, які за формою та силовою схемою умовно можна поділити на чотири основні типи: хрестоподібний з центральною діагональною тріщиною на синхронний реверсивний розтяг зі стиском [2]; балковий з повздовжньою крайовою тріщиною на реверсивний консольний згин [3]; трубчастий з поперечними колінеарними тріщинами на реверсивний закрут [4]; компактний на розтяг у площині крайової тріщини [4]; балковий з крайовою тріщиною на чотириточковий зсув [5]. Основними недоліками цих методик є складність форми зразків та реалізації силової схеми; дуже малі діапазони стабільного росту тріщини за поперечним зсувом; неврахування тертя берегів тріщини (ТБТ) у розрахункових моделях; відсутність кінцевих формул для обчислення КІН К_{ІІ}. Ці зразки вимагають теоретико-експериментального доопрацювання [6], а одна з цілісних

Контактна особа: Т. М. ЛЕНКОВСЬКИЙ, e-mail: lenkovskiy@ipm.lviv.ua

методик побудови КДВР [7], яку покладено в основу стандарту [8], потребує альтернативних рішень. З огляду на це мета дослідження — розробити зразок для побудови припорогової ділянки КДВР у вигляді залежностей V від ΔK_{II} як інструментарій визначення порогів втоми $\Delta K_{II th}$ для сталей за поперечного зсуву.

Вибір форми та силової схеми навантаження зразка. Основний етап створення методики побудови КЛВР розробити конструкцію зразка та силову схему його навантаження, що забезпечить стабільний ріст втомної тріщини за поперечного зсуву. Пропонуємо зразок у вигляді квадрата з крайовим поперечним надрізом (рис. 1) навантажувати циклічним зусиллям Р, почергово прикладеним уздовж надрізу симетрично відносно його гирла. Зразок встановлюємо на гартовану опорну плиту так, аби надріз розміщувався на стороні, протилежній до опорної поверхні. З обох сторін симетрично відносно гирла надрізу прикладаємо циклічне навантаження через індентори,



Рис. 1. Квадратний зразок з крайовим надрізом для випробувань циклічним поперечним зсувом.



що тиснуть на зразок почергово, забезпечуючи так циклічний стиск та зсув матеріалу зразка на продовженні крайового надрізу. За таких умов навантаження за симетричним циклом (асиметрія R = -1) в околі вершини надрізу формується зона передруйнування, в якій матеріал почергово зсувається симетрично відносно площини концентратора напружень, що зумовить ріст втомної зсувної макротріщини. Щоб усунути випадкове її розкриття, в окремих випадках можна додатково стиснути зразок по його гранях, паралельних до площини берегів тріщини. На основі результатів теоретико-експериментальних досліджень [9, 10] передбачаємо, що така силова схема за низькоамплітудних навантажень забезпечуватиме прямолінійний ріст зсувної тріщини по її продовженні. Це випливає із відомих співвідношень [10], що описують КІН мішаного типу K_{II0} :

$$K_{\rm II\theta} = \cos(\theta^*/2) \Big[K_{\rm I} \sin \theta^* + K_{\rm II} (3\cos\theta^* - 1) \Big] \Big/ 2;$$
(1)
$$2K_{\rm II} tg^3(\theta^*/2) - 2K_{\rm I} tg^2(\theta^*/2) - 7K_{\rm II} tg(\theta^*/2) + K_{\rm I} = 0.$$

За умови, що в зоні стиску на продовженні тріщини КІН $K_I(l, \theta_*) = 0$, кут її відхилення $\theta_* = 0$. Така силова схема відрізняється від відомих у літературі, коли зразки розтягують або згинають зовнішніми зусиллями, що призводить до появи значних розтягальних напружень на продовженні надрізу. Це спричиняє подальше руйнування за мішаним макромеханізмом у вигляді біфуркації тріщини, або її девіації з площини концентратора.

Визначення КІН K_{II} у модельному зразку. Важливим елементом методики побудови КДВР є встановлення K-тарувальних залежностей для визначення КІН K_{II} біля вершини крайової тріщини та оптимізація геометрії зразка (ширини та довжини крайового надрізу, радіуса округлення біля його вершини, довжини контактних площадок навантажувальних інденторів, відстані між інденторами тощо). Необхідно врахувати контактний тиск та тертя між берегами тріщини, для чого слід сформулювати математичну модель у межах лінійної механіки руйнування, яка відтворює особливості геометрії зразка та силової схеми його навантаження. Виникає необхідність у розрахунковій формулі для визначення параметра $\Delta K_{\rm II}$. Щоб побудувати *K*-тарувальні залежності для обраної моделі, пропонуємо використати метод скінченних елементів (МСЕ) і альтернативно – метод сингулярних інтегральних рівнянь (СІР). На основі збіжності розв'язків можна встановити інтервали достовірності результатів обчислень та записати кінцеву розрахункову формулу для визначення розмаху КІН $\Delta K_{\rm II}$. Нижче проаналізуємо напружено-деформований стан квадратної пластини з крайовою тріщиною за поперечного зсуву, яка є прототипом запропонованого зразка (див. рис. 1).

Модель для обчислень МСЕ. У межах механіки твердого деформівного тіла створено МСЕ модель квадратної пластини з крайовою тріщиною. Під час моделювання використали звичайні тривимірні двадцятивузлові призматичні ізопараметричні елементи, спеціальні п'ятнадцятивузлові елементи зі зсунутими вузлами, які відтворювали сингулярність розподілу напружень в околі вершини тріщини, а також восьмивузлові для реалізації гладкого контакту берегів тріщини (коеφίιμικη ΤБТ $f_c = 0$). 3 μих елементів будували субмодель [11] у формі куба (рис. 2*a*), яка містила вершину тріщини. Далі її добудовували звичайними елементами до повномасштабної тривимірної моделі (рис. 2b) квадратної пластини з базовим розміром b = 50 mm (див. рис. 1), товщиною t = 1 mm, довжиною контактної плями q = 10 mm, віддаллю від гирла надрізу до краю контактної плями g = 5 mm та з крайовою тріщиною у вигляді математичного розрізу (e = 0) з урахуванням гладкого контакту її берегів. Для матеріалу моделі задавали модуль Юнга Е = = 210 GPa та коефіцієнт Пуассона $\mu = 0.3$, а також умову плоского деформування. Защемлювали зразок на плиті (див. рис. 1), обмежуючи переміщення вузлів моделі, розміщених у площині грані, перпендикулярній до площини тріщини. Статично навантажували модель рівномірно розподіленим по контактній плямі q тиском p_0 , який еквівалентний зосередженій силі P = 1 N. Зсув берегів тріщини визначали в площині по середині фронту тріщини за переміщеннями вузлів (№ 1-4) у спеціальних елементах, що прилягають до площини і фронту тріщини та мають розмір $c = 12,5 \,\mu\text{m}$ (рис. 2c). КІН K_{II} обчислювали, використовуючи апробований комерційний програмний комплекс математичних перетворень, за формулою, справедливою для умов плоскої деформації:

$$K_{\rm II} = \frac{G}{2(1-\mu)} \sqrt{\frac{\pi}{2c}} \left[(4u_2 - u_4) - (4u_1 - u_3) \right],\tag{2}$$

де $G = E / (2 (1 + \mu)), E - модуль Юнга, \mu - коефіцієнт Пуассона; <math>u_1 \dots u_4 - 3$ суви вузлів з відповідними номерами.



Рис. 2. Скінченно-елементна субмодель околу вершини тріщини (*a*), загальний вигляд моделі квадратної пластини (*b*) та схема вибору вузлів для визначення КІН *K*_{II} через зсув берегів тріщини (*c*): *1* – гирло тріщини; *2* – її вершина.

Fig. 2. Finite element submodel of the crack tip (*a*), general view of the square plate model (*b*), and the scheme of nodes selection for SIF K_{II} determination by crack faces displacement (*c*): l – crack mouth; 2 – crack tip.

Модель для розрахунків методом СІР. Щоб оцінити напружено-деформований стан пластини, розглянули пружну півплощину з крайовою прямолінійною тріщиною, орієнтованою під прямим кутом до її краю (рис. 3).



Півплощину віднесли до системи координат xOy, вісь Ox якої збігається з краєм півплощини, а початок O - 3 гирлом тріщини. Саму тріщину віднесли до локальної системи координат $x_1O_1y_1$ з початком у гирлі. Контактний тиск моделювали герцівським еліптичним розподілом зусиль p(x) з дотичною компонентою q(x):

$$s(x) = p(x) + iq(x) = (1 + if_s) p_0 \sqrt{a^2 - (x - x_0)^2} / a, \qquad |x - x_0| \le a, \qquad (3)$$

де p_0 – максимальне значення контактного тиску; f_s – коефіцієнт тертя між тілами в контакті; a – півдовжина ділянки контакту. Розташування ділянки контакту відносно гирла тріщини визначає параметр $\lambda = x_0/a$, відносну довжину тріщини – параметр $\varepsilon = l/b$, де b – базовий розмір зразка (див. рис. 1); $\beta = 90^\circ$ – кут орієнтації тріщини.

Крайові умови задачі на межі півплощини матимуть вигляд

$$\sigma_{y}(x,0) - i\tau_{xy}(x,0) = \begin{cases} -s(x), & |x - x_{0}| \le a, \\ 0, & |x - x_{0}| > a, \end{cases}$$
(4)

Береги тріщини за певних розташувань герцівського навантаження (деяких λ) можуть контактувати. Нижче проаналізуємо їх проковзування з тертям з можливістю защемлення. Тоді крайові умови задачі на берегах тріщини будуть:

$$N^{\pm}(x_{1}) + iT^{\pm}(x_{1}) = 0, \qquad x_{1} \in L_{op};$$

$$v_{n}^{+}(x_{1}) - v_{n}^{-}(x_{1}) = 0, \qquad x_{1} \in L_{sl};$$

$$T^{\pm}(x_{1}) = f_{c} \ sign\left[\tilde{T}^{\pm}(x_{1})\right] \left|N^{\pm}(x_{1})\right|, \qquad x_{1} \in L_{sl}; \qquad (5)$$

$$u^{+}(x_{1}) - u^{-}(x_{1}) + i\left[v^{+}(x_{1}) - v^{-}(x_{1})\right] = 0, \qquad x_{1} \in L_{st};$$

$$N^{+}(x_{1}) - N^{-}(x_{1}) + i\left[T^{+}(x_{1}) - T^{-}(x_{1})\right] = 0, \qquad x_{1} \in L_{st}.$$

При цьому на ділянках защемлення берегів тріщини виконується умова

$$\left|T^{\pm}(x_{1})\right| < f_{c}\left|N^{\pm}(x_{1})\right|, \qquad x_{1} \in L_{st}.$$
 (6)

Тут контур прямолінійної тріщини L складається зі сукупності ділянок L_{op} , на яких тріщина відкрита, ділянок L_{sl} , де її береги проковзують, та ділянок L_{st} , де вони защемлені. Через f_c позначено коефіцієнт тертя між берегами тріщини, а через N і T, v і u – відповідно нормальні і дотичні компоненти напружень на берегах тріщини та переміщень її берегів у локальній системі координат $x_1O_1y_1$. Величина sign[$\tilde{T}(x_1)$] необхідна для визначення знака дотичних контактних напружень. Верхні індекси "+" або "–" означають граничні значення величин за наближення відповідно справа або зліва до контуру тріщини. Сформульовану задачу звели до системи СІР [12], яку розв'язали методом механічних квадратур, і на основі її розв'язку за загальновідомими формулами [13] знайшли КІН. Слід зауважити, що межі ділянок контакту берегів тріщини наперед невідомі. Їх визначаємо одночасно з розв'язуванням інтегральних рівнянь задачі з додаткових умов рівності нулю нормальних контактних напружень у цих межових точках, а зони защемлення і проковзування самих ділянок контакту – за додатковою умовою (б). При цьому розв'язок такої контактної задачі будуємо методом послідовних наближень.

Результати обчислень та їх аналіз. Результати обчислень для КІН $K_{\rm II}$, одержані двома незалежними методами (див. таблицю), добре корелюють. Пікові значення $K_{\rm II}$ для відносних довжин тріщини $\varepsilon = 0, 2...0, 8$ за гладкого контакту між її берегами ($f_c = 0$) змінюються від 1811 до 2348 Ра \sqrt{m} . Максимальні досягаються при $\varepsilon = 0, 5$. Аналізуючи відносне відхилення, встановлене за формулою

$$\delta = \frac{\left| K_{\rm II}^{\rm (SIE)} - K_{\rm II}^{\rm (FEM)} \right|}{0,01 K_{\rm II}^{\rm (FEM)}},\tag{7}$$

бачимо, що найбільша розбіжність існує для найменшої та найбільшої відносної довжин тріщини є і не перевищує 3,5 %.

ε		0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$K_{\rm II}^{\rm (FEM)}$	Pa√m	1874	2312	2460	2492	2475	2420	2268
$K_{\rm II}^{\rm (SIE)}$		1811	2321	2501	2528	2485	2422	2348
δ	%	3,362	0,389	1,667	1,445	0,404	0,083	3,527

Значення одиничного КІН К_{ІІ} для квадратної пластини з крайовою тріщиною (f_c = 0)

Для діапазону $\varepsilon = 0,3...0,7$ максимальне відхилення становить 1,7%, що можна вважати доброю збіжністю результатів обчислень.

Введемо значення нормованого КІН $Y_{\rm II}$, використовуючи формулу

$$Y_{\rm II} = K_{\rm II} t \sqrt{b / P} \,. \tag{8}$$

Тут *b* – базовий розмір зразка; *t* – товщина пластини; *P* – одиничне зусилля навантаження. За *K*-тарувальною кривою (рис. 4), яка враховує контакт без ТБТ, виявили, що на ділянці $\varepsilon = 0, 2...0, 5$ значення *Y*_{II} зростають, а на ділянці $\varepsilon = 0, 5...0, 8$ крива загинається донизу, що свідчить про їх зменшення. Необхідно зазначити, що загин кривої, отриманої МСЕ, чіткіший, ніж одержаної методом СІР. Це зумовлено тим, що скінченно-елементна модель враховує скінченні розміри пластини та опертя її на абсолютно жорстку поверхню (через вертикальне защемлення вузлів). Саме це призводить до інтенсивнішого падіння КІН *K*_{II} в околі вершини тріщини з наближенням її до защемленого краю пластини.

Характер залежностей $Y_{II}(l/b)$, побудованих методом CIP з урахуванням ТБТ за коефіцієнта тертя $f_c = 0, 2...0, 6$, подібний (рис. 5). З його збільшенням криві опускаються по осі ординат у напрямку менших значень Y_{II} , а загин для великих значень є менші інтенсивний. У свою чергу пікове значення Y_{II} зміщується по осі абсцис вправо, починаючи з $\varepsilon = 0,5$ для $f_c = 0$, і до $\varepsilon = 0,8$ для $f_c = 0,6$. Такі тенденції якісно подібні до відомих [14] для інших схем навантаження експериментальних зразків.

Підкреслимо, що для $f_c \leq 0,2$ у діапазоні $\varepsilon = 0,4...0,6$ нормований КІН Y_{II} слабо залежить від довжини тріщини. Для значень $f_c \geq 0,4$ діапазон його стабільності розширюється та зміщується в бік більших відносних довжин тріщини, почина-

ючи від $\varepsilon = 0,5$. Факт існування такого діапазону, в якому КІН практично не залежить від довжини тріщини, виводить запропонований зразок, згідно з загальною класифікацією [15], до групи ІІ – зразків зі сталими параметрами циклу КІН. Враховуючи формулу (8) та результати апроксимації графічних залежностей, отриманих методом СІР (рис. 5), запишемо наближену розрахункову формулу для обчислення КІН *К*_{II} у квадратній пластині з крайовою тріщиною

$$K_{\rm II} = \frac{P}{t\sqrt{b}} (0,226+1,216\varepsilon - 1,068\varepsilon^2 - 0,648f_c + 0,115f_c^2 + 0,25\varepsilon f_c) , \qquad (9)$$

яка застосовна для відносних довжин тріщини $\varepsilon = 0, 2...0, 8$ та коефіцієнтів ТБТ $f_c = 0...0, 6$.



Рис. 4. *К*-тарувальні залежності для квадратної пластини з крайовою тріщиною за поперечного зсуву, отримані з урахуванням гладкого контакту берегів тріщини: $I - MCE; 2 - Metod CIP; f_c = 0.$

Fig. 4. The *K*-calibration dependences for a square plate with an edge crack under transverse shear obtained with the account of smooth crack faces contact: I - FEM; 2 - SIE methods; $f_c = 0$.

- Рис. 5. *К*-тарувальні залежності для півнескінченної пластини з крайової тріщиною за поперечного зсуву, отримані методом СІР: $1 f_c = 0.2$; 2 0.4; 3 0.6.
 - Fig. 5. The *K*-calibration dependences for a semi-infinite plate with an edge crack under transverse shear obtained by SIE: $1 f_c = 0.2$; 2 0.4; 3 0.6.

На основі числового розв'язку СІР контактної задачі для півплощини з крайовою перпендикулярною до межі півплощини тріщиною під дією модельного контактного навантаження s(x) (3) побудували карти контактування берегів тріщини залежно від її відносної довжини $\varepsilon = l/b$ (рис. 6). Тут використали співвідношення

$$\eta(x_1) = 1 - 2x_1/l; \quad 0 \le x_1 \le l , \tag{10}$$

яке є параметричним рівнянням тріщини в системі координат $x_1O_1y_1$.

Виявили (рис. 6*a*), що за відсутності дотичної компоненти (q(x) = 0; $f_s = 0$), як у запропонованій вище схемі навантаження зразка (див. рис. 1), береги тріщини контактують по всій її довжині. Це свідчить про те, що КІН $K_I(l) = 0$, а на основі формул (1) також про те, що $\theta^*(l) = 0$. Це дає підставу сподіватись, що тріщина за циклічного навантаження за схемою на рис. 1 розвиватиметься по своєму продовженню. Виконані розрахунки також вказують на те, що береги тріщини розкриваються за обраних значень параметрів $\beta = \pi/2$; $f_c = 0,3$; $f_s = 0,1$; $\lambda = 2,0$ тільки з появою дотичної компоненти q(x) у модельному навантаженні (3) (рис. 6*b*).

Для демонстрації стабільності прямолінійного росту зсувної тріщини за цієї схеми навантаження зразка здійснили числовий експеримент, суть якого полягала у штучному відхиленні незначного приросту тріщини ($\Delta l = 0,2$ mm) від її основного напрямку на кут ϕ (2°; 5°; 10°). Траєкторії поширення таких ламаних тріщин (рис. 7), отриманих після збурення, швидко наближаються до напрямку початкової прямолінійної тріщини.



Рис. 6. Карти контактування берегів тріщини за відсутності дотичної компоненти q(x) (*a*) та за її наявності (*b*); $f_c = 0,3$; світлі ділянки – відкрита тріщина; сірі – береги проковзують з тертям; темні – защемлення; A – гирло тріщини; B – її вершина.





Рис. 7. Траєкторії поширення крайової тріщини за механізмом поперечного зсуву за незначного збурення її форми у вершині.

Fig. 7. Paths of the edge crack propagation by the transverse shear mechanism with slight perturbation of the crack shape at its tip.

висновки

Запропоновано інструментарій – зразок і силову схему його навантаження – для побудови припорогової ділянки діаграм втомного руйнування матеріалів за поперечного зсуву, використання якого за низькоамплітудних навантажень передбачає стійкий ріст тріщини на продовженні концентратора напружень. Встановлено, що для експериментальних досліджень з визначення порогів втоми перспективний квадратний зразок з крайовою тріщиною, підданий реверсивному зсуву вздовж площини тріщини, що має суттєві переваги над відомими силовими схемами. Побудовано *К*-тарувальні залежності для запропонованого зразка, які враховують тертя берегів тріщини. На їх основі встановлено, що тертя берегів тріщини суттєво зменшує коефіцієнт інтенсивності напружень, причому для відносно коротких тріщин цей вплив суттєвіший, аніж для відносно довгих.

РЕЗЮМЕ. Разработан базовый элемент методики построения припорогового участка диаграммы усталостного разрушения металлических материалов при поперечном сдвиге. Предложены квадратный образец с краевым надрезом и силовая схема его циклической нагрузки. Оценено напряженно-деформированное состояние квадратной пластины с краевой трещиной при поперечном сдвиге, как прототипа предложенного образца, двумя независимыми методами. Установлен коэффициент интенсивности напряжений $K_{\rm II}$ для широкого диапазона относительных длин трещины с учетом гладкого контакта, а также трения ее берегов.

Ключевые слова: диаграмма усталостного разрушения, поперечный сдвиг, коэффициент интенсивности напряжений, метод конечных элементов, метод сингулярных интегральных уравнений.

SUMMARY. The main element of the method of the near-threshold region of fatigue crack growth rates diagram plotting for metallic materials under transverse shear is worked out. A square sample with an edge cut and its cyclic loading scheme is proposed. The strain-stress state of the square plate with the edge crack under transverse shear, as a prototype of the proposed specimen is evaluated by two independent methods. The stress intensity factor $K_{\rm II}$ is established for a wide range of relative crack lengths, taking into account the smooth contact, as well as crack face friction.

Keywords: rates diagram plotting, transverse shear, stress intensity factor, method of finite elements, method of singular integral equations.

- 1. Дашишин О. П., Панасюк В. В. Методи оцінювання контактної довговічності елементів трибоз'єднань (Огляд) // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2016. – 52, № 4. – С. 7–20. (Datsyshyn O. P., Panasyuk V. V. Methods for the evaluation of the contact durability of elements of the tribojoints (A survey) // Materials Science. – 2017. – 52, № 4. – P. 447–459.)
- 2. Fatigue crack growth under mode II loading / M. O. Wang, R. H. Hu, C. F. Qian, J. C. M. Li // Fatig. Fract. Eng. Mater. Struct. - 1995. - 18, № 12. - P. 1443-1454.
- 3. Murakami Y. and Hamada S. A new method for measurement of mode II fatigue threshold stress intensity factor range $\Delta K_{\tau th}$ // Fatig. Fract. Eng. Mater. Struct. – 1997. – **20**, No 6. – P. 863–870. 4. *Pinna C. and Doquet V.* The preferred fatigue crack propagation mode in M250 maraging
- steel loaded in shear // Fatig. Fract. Eng. Mater. Struct. 1999. № 22. P. 173–183.
- 5. Hellier A. K. and Zarrabi K. On the mode II fatigue threshold for mild steel // Int. J. Fract. - 2011. – **167**, № 2. – P. 267–272.
- 6. Ленковський Т. М. Визначення характеристик циклічної тріщиностійкості сталей за поперечного зсуву (огляд) // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2014. – 50, № 3. – С. 29–37. (Lenkovs'kyi T. M. Determination of the characteristics of cyclic crack resistance of steels under transverse shear (A survey) // Materials Science. – 2014. – 50. № 3. – P. 340–349.)
- 7. Методика побудови кінетичних діаграм втомного руйнування сталей за поперечного зсуву з врахуванням тертя берегів тріщини / Я. Л. Іваницький, Т. М. Ленковський, В. М. Бойко, С. Т. Штаюра // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2013. – 49, № 6. – С. 41–45. (Methods for the construction of the kinetic diagrams of fatigue fracture for steels under the conditions of transverse shear with regard for the friction of crack lips / Ya. L. Ivanyts'kyi, T. M. Lenkovs'kyi, V. M. Boiko, and S. T. Shtayura // Materials Science. – 2014. – 49, № 6. - P. 749-754.)
- 8. ДСТУ 8601:2015. Розрахунки і випробування на міцність. Методика визначення характеристик циклічної тріщиностійкості металів за поперечного зсуву та кімнатної температури. - Чин. від 2017.01.01.
- 9. Guagliano M., Sangirardi M., and Vergani L. Experimental analysis of surface cracks in rails under rolling contact loading // Wear. – 2008. – 265, № 9–10. – P. 1380–1386.
- 10. Datsyshyn O. P., Marchenko H. P., and Hlazov A. Yu. On the special angle of surface cracks propagation in the railway rail heads // Eng. Fract. Mech. – 2019. – 206, № 1. – P. 452–462.
- 11. An effective crack tip region finite element submodel for fracture mechanics analysis / T. M. Lenkovskiy, V. V. Kulyk, Z. A. Duriagina, R. A. Kovalchuk, V. G. Topilnytskyy, V. V. Vira, T. L. Tepla, O. V. Bilash, and K. I. Lishchynska // Archives of Mater. Sci. and Eng. - 2017. **- 87**, № 2. – P. 56–65.
- 12. Дацишин О. П., Глазов А. Ю., Левус А. Б. Особливості контактування берегів крайової тріщини за рухомого герцівського навантаження // Фіз.-хім. механіка матеріалів. - 2013. - **49**, № 5. - C. 31-41.

(Datsyshyn O. P., Hlazov A. Yu., Levus A. B. Specific features of contact of the faces of an edge crack under moving hertzian loads // Materials Science. – 2014. – 49, № 5. – P. 589–601).

- 13. Панасюк В. В., Саврук М. П., Дацышин А. П. Распеределение напряжений около тре-щин в пластинах и оболочках. К.: Наук. думка, 1976. 442 с.
- 14. Influence of 65G steel microstructure on crack faces friction factor under mode II fatigue fracture / Y. L. Ivanytskyj, T. M. Lenkovskiy, Y. V. Molkov, V. V. Kulyk, and Z. A. Duriagina // Archives of Mat. Sci. and Eng. – 2016. – 82, № 2. – P. 49–56.
- 15. Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пос. в 4-х т. / Под общ. ред. В. В. Панасюка. – Т. 4: Усталость и циклическая трещиностойкость конструкционных материалов / О. Н. Романив, С. Я. Ярема, Г. Н. Никифорчин, Н. А. Махутов, М. М. Стадник. – К.: Наук. думка, 1990. – 680 с.

Одержано 31.01.2019