

УДК 539.3

НАПРУЖЕНИЙ СТАН ПЛОЩИНИ З ПЕРІОДИЧНОЮ СИСТЕМОЮ БЛИЗЬКО РОЗМІЩЕНИХ КРИВОЛІНІЙНИХ ОТВОРІВ З КРАЙОВИМИ ТРІЩИНАМИ

В. С. КРАВЕЦЬ

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів

Методом сингулярних інтегральних рівнянь розв'язано плоску періодичну задачу теорії пружності для ізотропної площини з нескінченним рядом близько розміщених криволінійних отворів з крайовими тріщинами. Обчислено коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН) у вершинах крайових тріщин, які виходять зі симетричних отворів різних форм (еліптичних, ромбічних із закругленими вершинами, фізичних щілин), для довільної віддалі між отворами за розтягу площини на нескінченності (I тип деформування). Граничним переходом, коли віддаль між отворами прямує до нуля, знайдено КІН для крайових тріщин у закруглених вершинах відповідних двобічних вирізів у пружній площині.

Ключові слова: *плоска періодична задача теорії пружності, крайова тріщина, криволінійні отвори і вирізи, сингулярні інтегральні рівняння, коефіцієнти інтенсивності напружень.*

Вступ. Періодичні задачі теорії пружності для площини з нескінченним рядом отворів з крайовими тріщинами розглядали переважно для кругових отворів та прямолінійних тріщин [1, 2], де числові результати для коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН) отримано, коли відносні віддалі між вершинами сусідніх тріщин не малі. Для близько розміщених отворів існує велика концентрація напружень на їх контурах [3], що призводить до труднощів обчислення для встановлення розподілу напружень біля отворів, і відповідно – для визначення КІН у вершинах тріщин, які виходять з цих отворів.

Нижче методом сингулярних інтегральних рівнянь (СІР) розглянуто плоску періодичну задачу теорії пружності для площини з нескінченним рядом близько розміщених криволінійних отворів з двома прямолінійними крайовими тріщинами за подвійної симетрії задачі. Отримані розв'язки продовжують попередні дослідження [4, 5]. Граничним переходом (з наближенням між собою періодичних отворів з тріщинами) одержано розв'язки нових задач, зокрема, визначені КІН для крайових тріщин, які виходять з вершин напівнескінчених двобічних криволінійних вирізів у пружній площині. Такі розв'язки використано як асимптотичні для відповідних обмежених областей з глибокими бічними вирізами та відносно короткими крайовими тріщинами. На основі цих результатів та відомих значень КІН для півплощини з крайовими вирізами, з вершин яких виходять тріщини [6–8] (асимптотика для областей із відповідними мілкими вирізами з тріщинами), використано модифіковану інтерполяційну формулу (типу Нойбера [9]) для визначення КІН за різних довжин крайових тріщин, які виходять з бічних вирізів довільної глибини у смузі.

Інтегральні рівняння задачі. Розглянемо вертикальний розтяг на нескінченності напруженнями p пружної площини (область S) з періодичною системою

криволінійних отворів, які рівномірно розміщені вздовж осі Ox декартової системи координат xOy та мають по дві горизонтальні крайові тріщини (рис. 1). Вважатимемо, що в основному періоді ($x \in [-d, +d]$, де $2d$ – ширина смуги періодів) форми отвору та тріщин симетричні відносно осей Ox і Oy . Контур отвору розглядатимемо як об'єднання розімкнених симетричних контурів $L_2 \cup L_4$, з'єднаних у точках розриву E і C [5]. Центри отворів лежать у точках $x = 2kd$ ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) осі Ox .

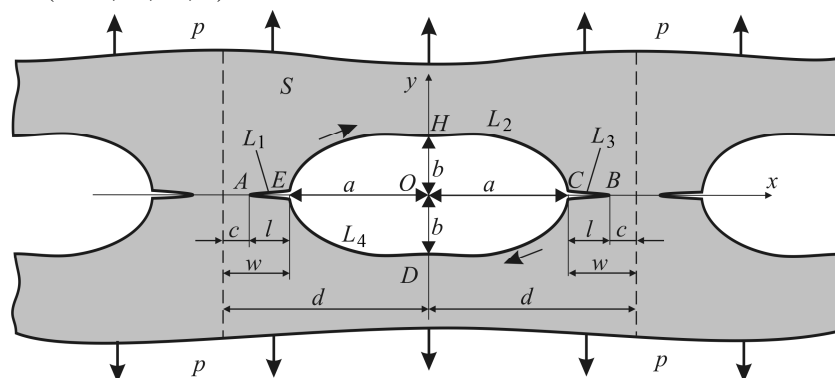


Рис. 1. Періодична система симетричних отворів з крайовими тріщинами у пружній площині.

Fig. 1. A periodic system of symmetrical holes with edge cracks in an elastic plane.

У кожному періоді контури отворів та тріщин вільні від навантажень:

$$N_*^\pm(t) + iT_*^\pm(t) = 0, \quad t \in L_1 \cup L_3; \quad N_*^+(t) + iT_*^+(t) = 0, \quad t \in L_2 \cup L_4, \quad (1)$$

де $N_*(t)$, $T_*(t)$ – нормальні та дотичні компоненти напружень на контурах L_j ($j = \overline{1, 4}$), верхній індекс “+” (“-”) вказує на граничне значення величини за прямування до контуру L_j зліва (справа) стосовно вибраного напрямку його обходу. Напружений стан площини задовольняє умови періодичності з періодом $2d$.

Сформульовану задачу розв'язуватимемо методом СІР [5, 10]. За вертикального розтягу площини на нескінченності крайові умови (1) для визначення збуреного напруженого стану площини (викликаного отворами та тріщинами) мають вигляд

$$N(t) + iT(t) = -p(1 + \overline{dt}/dt)/2, \quad t \in L = \bigcup L_j, \quad j = \overline{1, 4}, \quad (2)$$

а на нескінченності ці напруження прямують до нуля.

Крайову задачу (2) зведено до системи чотирьох СІР на контурах L_j [5] відносно комплекснозначних невідомих функцій – похідних стрибків переміщень [9, 10]

$$g'_n(t) = \frac{2G}{i(1 + \kappa)} \frac{d}{dt} \left\{ [u(t) + iv(t)]^+ - [u(t) + iv(t)]^- \right\}, \quad t \in L_n; \quad n = \overline{1, 4}, \quad (3)$$

де $u(t)$, $v(t)$ – x, y -компоненти вектора переміщень точки t у декартовій системі координат, $\kappa = 3 - 4\mu$ ($\kappa = (3 - \mu)/(1 + \mu)$) для плоскої деформації (узагальненого плоского напруженого стану) площини; G , μ – модуль зсуву та коефіцієнт Пуассона.

Для розглядуваної задачі шукані функції (3) задовольняють умови симетрії [9]

$$\begin{aligned} g_3'(t) &= -g_1'(-t), \quad t \in L_3; \quad g_2'(t) = g_4'(-t), \quad t \in L_2, \\ g_n'(\bar{t}) &= -\overline{g_n'(t)}, \quad t \in L_n, \quad n = 2; 4. \end{aligned} \quad (4)$$

На контурах прямолінійних тріщин L_1, L_3 дотичні напруження відсутні (функції $g_1'(t) = g_1'(x), g_3'(t) = g_3'(x)$ дійсні) і у підсумку систему чотирьох СІР [5] зводимо до двох СІР на контурі однієї тріщини та чверті контуру отвору, зокрема, на ділянці AED загального контуру L (рис. 1):

$$\begin{aligned} \int_A^E M(t_1, t_1') g_1(t_1) dt_1 + \int_D^E \{M(t_4, t_1') g_4(t_4) dt_4 + N(t_4, t_1') \overline{g_4(t_4)} d\bar{t}_4\} = \\ = p_1(t_1'), \quad t_1' \in L_1 = [AB], \\ \int_A^E \{M(t_1, t_4') + N(t_1, t_4')\} g_1(t_1) dt_1 + \int_D^E \{M(t_4, t_4') g_4(t_4) dt_4 + N(t_4, t_4') \overline{g_4(t_4)} d\bar{t}_4\} = \\ = p_4(t_4'), \quad t_4' \in DE. \end{aligned} \quad (5)$$

Тут

$$\begin{aligned} p_1(t_1') &= -p, \quad p_4(t_4') = -p(1 + \overline{dt_4'/dt_4})/2, \\ M(t, t') &= K(t, t') - K(-t, t') + L(\bar{t}, t') - L(-\bar{t}, t'), \\ N(t, t') &= L(t, t') - L(-t, t') + K(\bar{t}, t') - K(-\bar{t}, t'), \\ K(t, t') &= \frac{\pi}{4d} \left[\cot \frac{\pi}{2d} (t - t') + \frac{d\bar{t}'}{dt'} \cot \frac{\pi}{2d} (\bar{t} - \bar{t}') \right], \\ L(t, t') &= \frac{\pi}{4d} \left[\left(1 - \frac{d\bar{t}'}{dt'} \right) \cot \frac{\pi}{2d} (\bar{t} - \bar{t}') - \frac{\pi}{2d} \frac{d\bar{t}'}{dt'} (t - t' + \bar{t}' - \bar{t}) \operatorname{csc}^2 \frac{\pi}{2d} (\bar{t} - \bar{t}') \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Запишемо рівняння контурів L_1, L_4 у параметричному вигляді

$$t_1 = a\omega_1(\xi) = -a + l(\xi - 1)/2, \quad l = |AB|, \quad t_4 = a\omega_4(\xi), \quad -1 \leq \xi \leq 1, \quad (7)$$

де $\omega_4(\xi)$ – задана гладка та неперервна функція, яка описує криволінійний контур L_4 . Числове розв'язування системи СІР (5) здійснено методом квадратур [5, 9]. Невідомі функції $g_1'(t_1), g_4'(t_4)$ шукатимемо у класі функцій з кореневими особливостями на кінцях контурів L_1, L_4 . Відповідні безрозмірні функції подамо у вигляді

$$\frac{g_n'(t_n)}{pa} \frac{dt_n}{d\xi} = w_n(\xi) / \sqrt{1 - \xi^2}, \quad \xi \in [-1; +1], \quad n = 1; 4. \quad (8)$$

Замінивши змінні (7) та (8), систему СІР (5) зведемо до безрозмірної канонічної форми. Використовуючи квадратурні формули для регулярних і сингулярних інтегралів на розізнених контурах [9] за чебишовськими вузлами [5]

$$\xi_{nk} = \cos \frac{\pi(2k-1)}{2N_n}, \quad k = \overline{1, N_n}, \quad n = 1; 4, \quad \eta_{jm} = \cos \frac{\pi m}{N_j}, \quad m = \overline{1, N_j - 1}, \quad j = 1; 4, \quad (9)$$

отримаємо систему $N_4/2 - 1$ комплексних та N_1 дійсних лінійних алгебричних рівнянь (ЛАР) для визначення $N_4/2$ комплексних значень функції $w_4(\xi_{4k})$, $k = \overline{1, N_4/2}$ та N_1 дійсних значень функції $w_1(\xi_{1k})$, $k = \overline{1, N_1}$. Тут врахували відсутність дотичних напружень у симетричних точках отвору D, H , які потрапляють у зовнішні вузлові точки (зокрема, $t_D = a\omega_4(\eta_{4, N_4/2})$), де N_4 – парна кількість вузлів). Для замкнутості побудованої системи ЛАР необхідно ще задовольнити додаткові умови $w_1(+1) = 0$, $w_4(+1) = 0$, які отримаємо з обмеженості напружень (функцій $g_1'(t_1), g_4'(t_4)$) у точці розриву E загального контуру L .

У підсумку одержано систему $N_1 + N_4$ ЛАР у дійсних величинах

$$\begin{aligned} & \frac{a}{N_4} \sum_{k=1}^{N_4/2} \left\{ \text{Re} [M(t_4(\xi_{4k}), t_1(\eta_{1m})) + N(t_4(\xi_{4k}), t_1(\eta_{1m}))] \text{Re}[w_4(\xi_{4k})] + \right. \\ & \left. + \text{Im} [-M(t_4(\xi_{4k}), t_1(\eta_{1m})) + N(t_4(\xi_{4k}), t_1(\eta_{1m}))] \text{Im}[w_4(\xi_{4k})] \right\} + \\ & + \frac{a}{N_1} \sum_{k=1}^{N_1} \{M(t_1(\xi_{1k}), t_1(\eta_{1m}))\} w_1(\xi_{1k}) = -p, \quad m = \overline{1, N_1 - 1}; \\ & \frac{1}{N_1} \sum_{k=1}^{N_1} \{(-1)^k \cot((2k-1)\pi/(4N_1))\} w_1(\xi_{1k}) = 0; \\ & \frac{a}{N_4} \sum_{k=1}^{N_4/2} \left\{ \text{Re} [M(t_4(\xi_{4k}), t_4(\eta_{4m})) + N(t_4(\xi_{4k}), t_4(\eta_{4m}))] \text{Re}[w_4(\xi_{4k})] + \right. \\ & \left. + \text{Im} [-M(t_4(\xi_{4k}), t_4(\eta_{4m})) + N(t_4(\xi_{4k}), t_4(\eta_{4m}))] \text{Im}[w_4(\xi_{4k})] \right\} + \\ & + \frac{a}{N_1} \sum_{k=1}^{N_1} \text{Re} [M(t_1(\xi_{1k}), t_4(\eta_{4m}))] w_1(\xi_{1k}) = \text{Re}[p_4(\eta_{4m})], \quad m = \overline{1, N_4/2}; \\ & \frac{a}{N_4} \sum_{k=1}^{N_4/2} \left\{ \text{Im} [M(t_4(\xi_{4k}), t_4(\eta_{4m})) + N(t_4(\xi_{4k}), t_4(\eta_{4m}))] \text{Re}[w_4(\xi_{4k})] + \right. \\ & \left. + \text{Re} [M(t_4(\xi_{4k}), t_4(\eta_{4m})) - N(t_4(\xi_{4k}), t_4(\eta_{4m}))] \text{Im}[w_4(\xi_{4k})] \right\} + \\ & + \frac{a}{N_1} \sum_{k=1}^{N_1} \text{Im} [M(t_1(\xi_{1k}), t_4(\eta_{4m}))] w_1(\xi_{1k}) = \text{Im}[p_4(\eta_{4m})], \quad m = \overline{1, N_4/2 - 1}; \\ & \frac{2}{N_4} \sum_{k=1}^{N_4/2} \{(-1)^k \cot((2k-1)\pi/(2N_2))\} \text{Im}[w_4(\xi_{4k})] = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

відносно N_1 дійсних $w_1(\xi_{1k})$ та $N_4/2$ комплексних $w_4(\xi_{4k})$ значень невідомих функцій. Порядок побудованої системи ЛАР (10) у чотири рази менший за порядок відповідної дійсної, отриманої у загальному випадку несиметричної задачі [5], що дало змогу суттєво поліпшити точність обчислень.

Аналіз отриманих результатів. Враховуючи прийняті заміни (7) і (8), КІН у вершині A крайової прямолінійної тріщини L_1 знаходимо з виразу [5, 10]

$$K_I \equiv K_I(A) = a w_1(-1) p \sqrt{2\pi l} / l, \quad K_{II}(A) = 0, \quad (11)$$

$$\text{де } w_1(-1) = \frac{1}{N_1} \sum_{k=1}^{N_1} (-1)^{k+N_1} w_1(\xi_{1k}) \tan\left(\frac{2k-1}{4N_1} \pi\right), \quad l = |AE|, \quad a = |EC|/2.$$

Дослідили вплив довжини крайових тріщин l і радіуса закруглення ρ у вершинах E, C еліптичних отворів ($t_4 = a\omega_4(\xi) = -2a\xi - ib(1 - \xi^2)/(1 + \xi^2)$) з півосями a і b на відносні КІН K_I/K_I^0 (рис. 2), де $K_I^0 = p\sqrt{2d \tan(\pi(a+l)/(2d))}$ – відо-

мий КІН [11] для періодичних горизонтальних тріщин довжини $2(a + l)$. Розглянули два відносні розміри отворів $a/w = \{0,5; 5,0\}$ ($w = d - a$) для різних довжин тріщин $l/w = \{0,1; 0,2; 0,4; 0,6\}$ за зростання параметра ρ/w (рис. 2a), а також низку значень параметра $\rho/a = b^2/a^2$ для періоду $2d = 5a$ за зростання відносної довжини тріщин l/a (рис. 2b). Збільшення радіуса ρ суттєво знижує відносні КІН для коротких тріщин (рис. 2), а для відносно довгих ($l/w \geq 0,6$; $l/a > 0,9$) він на них майже не впливає. Коли $\rho \rightarrow 0$ значення K_I наближаються до КІН K_I^0 незалежно від довжини крайових тріщин l ($\rho/w < 0,01$ (рис. 2a), $\rho/a = 0,0001$ (рис. 2b)).

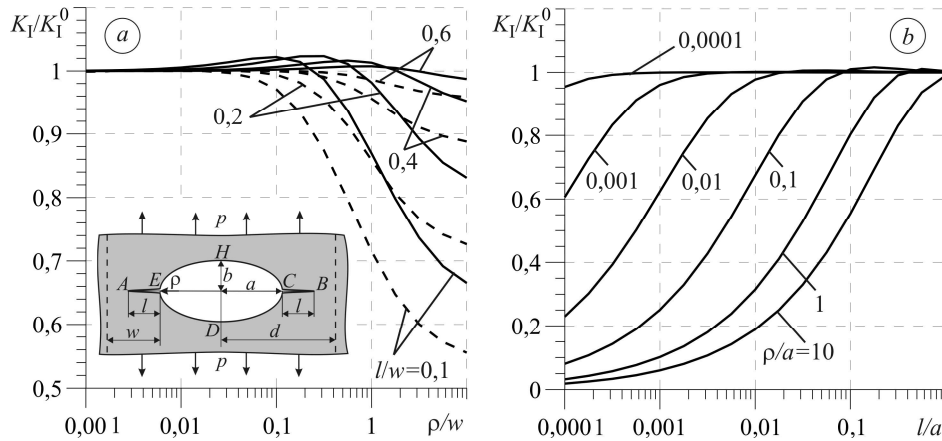


Рис. 2. Залежності відносних КІН K_I / K_I^0 від параметра ρ/w для різної довжини тріщин ($a/w = 0,5$ – суцільні лінії, $a/w = 5,0$ – штрихові) (a) та від відносної довжини тріщин l/a для $d/a = 2,5$ і різних значень ρ/a (b).

Fig. 2. Dependences of the SIF K_I / K_I^0 on the parameter ρ/w for different crack length ($a/w = 0.5$ – solid lines, $a/w = 5.0$ – dashed) (a) and on the relative crack length l/a for $d/a = 2.5$ and different ρ/a values (b).

Для площини зі системою періодичних кругових отворів з двома крайовими прямолінійними тріщинами отримали відомі результати для КІН [1]. За великих значень вертикальної півосі еліптичного отвору ($b/a > 20$) знайдені відносні КІН $K_I(A) / \sigma_0 \sqrt{\pi l}$ наближаються до відомих [11, 12] для двох крайових горизонтальних тріщин довжини l у вертикальній смузі ширини $2w$ за її розтягу напруженнями $\sigma_0 = pd/w$.

Особливий інтерес викликає концентрація напружень у розтягнутих площинах з близько розміщеними періодичними отворами різних форм [9]. Розглянуто відповідні задачі для таких отворів з крайовими тріщинами. Встановили, що з наближенням між собою отворів ($w/d \rightarrow 0$) відносні КІН $F_I = K_I \sqrt{\pi c} / P$ ($c = w - l$, $P = 2dp$) виходять на горизонтальні асимптоти як для різних довжин тріщин (рис. 3), так і для різних форм отворів. Асимптотичні значення істотно різняться між собою для малих довжин тріщин ($l/w < 0,5$) за немалих радіусів закруглення еліптичних отворів $\rho = b^2/a$ у вершинах E, C (рис. 3a).

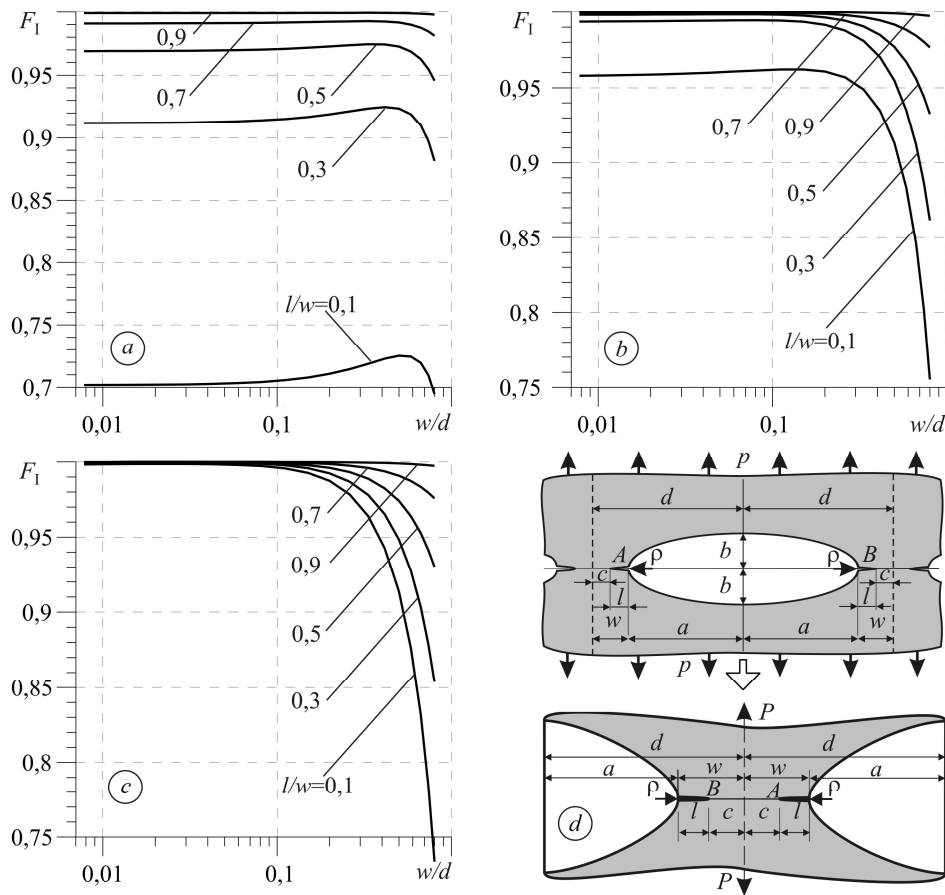


Рис. 3. Залежності відносних КІН $F_I = K_I \sqrt{\pi c} / P$ від параметра w/d для еліптичних отворів ($\rho/w = 1$ (a), 0,1 (b), 0,01 (c)) з крайовими тріщинами різної довжини l та схема задачі (d).

Fig. 3. Dependences of the relative SIF $F_I = K_I \sqrt{\pi c} / P$ on the parameter w/d for elliptical holes ($\rho/w = 1$ (a), 0.1 (b), 0.01 (c)) with edge cracks of different length l and the problem chart (d).

Те, що значення відносних КІН $K_I \sqrt{\pi c} / P$ з наближенням отворів виходять на певні горизонтальні асимптоти (рис. 3 для $w/d \rightarrow 0$), дає змогу зробити граничний перехід до напівнескінченних двобічних вирізів з крайовими тріщинами у пружній площині, яка на нескінченності розтягається силами $P = 2dp$ (рис. 4). Такі граничні переходи (з періодичних отворів з параметром $w/d \leq 0,1$) здійснено для двобічних вирізів різних форм: параболічних та U-подібних (рис. 4a), закруглених V-подібних з різними кутами розхилу (рис. 4b).

На зміну КІН суттєво впливає не тільки радіус закруглення у вершинах вирізів, з яких виходять крайові тріщини, але й форми вирізів в околах цих вершин (рис. 4). Вплив форми вирізів посилюється зі зменшенням параметра ρ/w , особливо для коротких тріщин ($l/w < 0,2$). Для немалих довжин тріщин ($l/w > 0,2$) та малих радіусів закруглення ($\rho/w < 0,1$) у вершинах напівнескінченних вирізів у формі параболи та фізичних щілин (рис. 4a) КІН наближаються до відомого значення ($K_I \rightarrow P / \sqrt{\pi c}$) для розтягнутої силою P площини з двома напівнескінченними тріщинами з перешийком $2c$ [11].

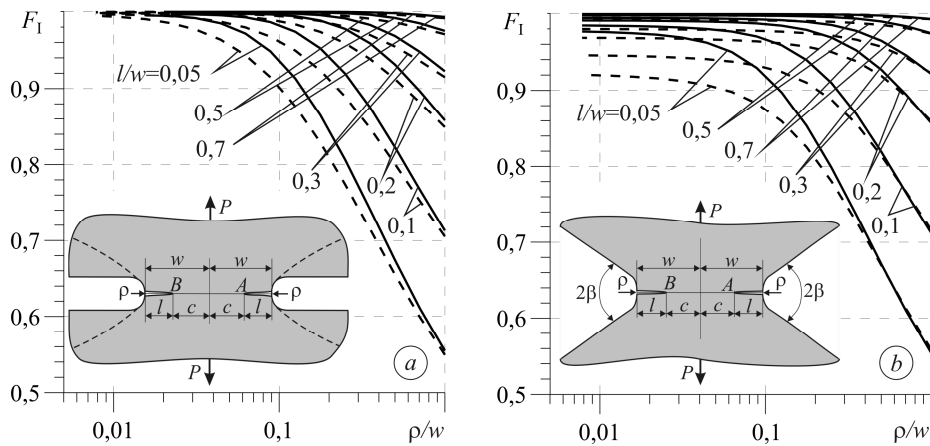


Рис. 4. Залежності відносних КІН $F_1 = K_1 \sqrt{\pi c} / P$ від параметра ρ/w для низки довжин l крайових тріщин з вершин U-вирізів (суцільні лінії), параболічних (штрихові) (а) та закруглених V-вирізів ($2\beta = \pi/3$ – суцільні лінії, $2\beta = \pi/2$ – штрихові) (б).

Fig. 4. Dependences of the relative SIF $F_1 = K_1 \sqrt{\pi c} / P$ on the parameter ρ/w for a number of lengths l of the edge cracks emanating from the vertices of the U-notches (solid lines), parabolic (dashed) (a) and rounded V-notches ($2\beta = \pi/3$ – solid lines, $2\beta = \pi/2$ – dashed) (b).

Отримані розв'язки для крайових тріщин, які виходять з вершин напівнескінченних двобічних криволінійних вирізів у пружній площині, використали як асимптотичні для обмежених областей з глибокими вирізами та тріщинами. На основі цих результатів та відомих значень КІН для півплощини з крайовими вирізами та тріщинами при них [6–9], щоб визначити КІН K_{Ia} у вершинах крайових тріщин, які виходять з бічних вирізів довільної глибини у смузі ширини $2w_0$ (рис. 5), використали модифіковану інтерполяційну формулу (типу Нойбера [9]). Цю формулу тут запишемо для відносних КІН $F_{Ia} = K_{Ia} / \sigma_n \sqrt{\pi(l + a_0)}$ у вигляді

$$F_{Ia} = F_{Is} F_{Id} / \left((F_{Is})^{1/\kappa} + (F_{Id})^{1/\kappa} \right)^\kappa, \quad (12)$$

де $\{F_{Is}, F_{Id}\} = \{K_{Is}, K_{Id}\} / \sigma_n \sqrt{\pi(l + a_0)}$ – відносні КІН для мілких (півплощини з крайовими вирізами) і глибоких (напівнескінченні двобічні вирізи у площині) вирізів. Тут для всіх КІН номінальне напруження однакове і рівне середньому напруженню в перешийку смузі ($\sigma_n = P/(2c)$), a_0 – глибина бічних вирізів у смузі, а показник степеня ($\kappa = 0,37$) вибраний емпірично. Побудовано залежності відносних КІН для двох довжин крайових тріщин ($l/w_0 = \{0,1; 0,05\}$) у напівнескінченних параболічних вирізах у площині (F_{Id}) та півеліптичних вирізах у півплощині (F_{Is}) та смузі (F_{Ia}) від відносної ширини перешийка c/w_0 за однакових радіусів закруглення ρ у вершинах вирізів (рис. 5).

Зауважимо, що на кінцях інтервалу зміни ширини перешийка смузі КІН (12) наближаються до обчислених тут КІН для глибоких вирізів з тріщинами ($\lim_{c/w_0 \rightarrow 0} F_{Ia} = F_{Id}$) та відомих КІН [6–9] для тріщин у мілких вирізах ($\lim_{c/w_0 \rightarrow 1} F_{Ia} = F_{Is}$). Для відносно довгих тріщин ($l/w_0 > 0,4$) знайдені КІН (12)

наближаються до відомих [11] для смуги з крайовими тріщинами довжини $l + a_0$ (вплив вирізів та їх форм істотно зменшується). Відносна різниця КІН (12) порівняно з окремими відомими значеннями для смуги та прямокутника з бічними вирізами та крайовими тріщинами [8, 13, 14] не перевищує 2% для $\rho/w_0 = 0,1$ та 5% для $\rho/w_0 = 0,25$.

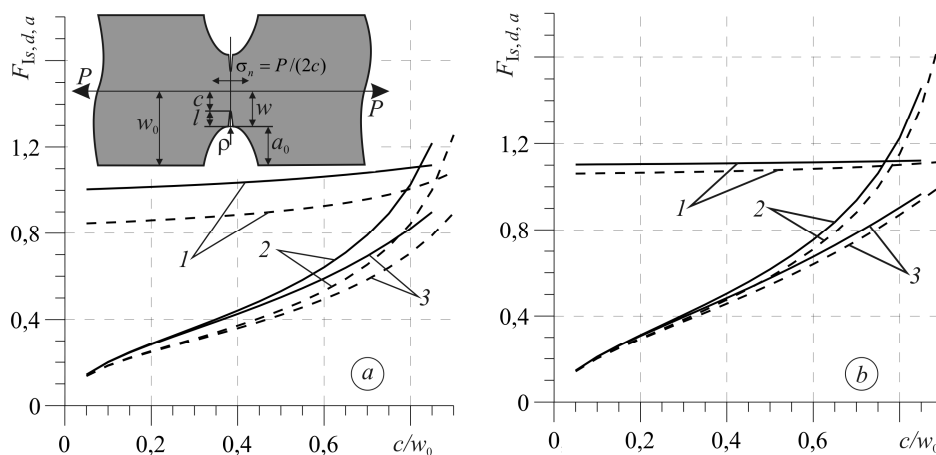


Рис. 5. Порівняння відносних КІН F_{I_s} (1), F_{I_d} (2) з F_{I_a} (3) для двобічних півеліптичних вирізів ($\rho/w_0 = 0,5$ (a), $\rho/w_0 = 0,1$ (b)) з тріщинами ($l/w_0 = 0,1$ – суцільні лінії, $l/w_0 = 0,05$ – штрихові) у розтягнутій смузі.

Fig. 5. Comparison of relative SIF F_{I_s} (1), F_{I_d} (2) with F_{I_a} (3) for two-sided semi-elliptical notches ($\rho/w_0 = 0.5$ (a), $\rho/w_0 = 0.1$ (b)) with cracks ($l/w_0 = 0.1$ – solid lines, $l/w_0 = 0.05$ – dashed) in a stretched strip.

ВИСНОВКИ

На основі раніше побудованих СІР періодичної задачі теорії пружності для площини з довільними криволінійними отворами та тріщинами записано інтегральні рівняння відповідної симетричної (відносно двох осей координат) задачі. Числові результати отримано квадратурним методом, коли контури отворів з тріщинами вільні від напружень, а на нескінченності задані одновісні розтягальні зусилля. Особливу увагу приділено близьким отворами з досить малими радіусами кривини у їхніх вершинах. На основі цих результатів граничним переходом отримано КІН для крайових тріщин, які виходять з вершин двобічних криволінійних вирізів у пружній площині. Показано, що ці величини істотно залежать не тільки від відносної кривини у вершині вирізу, але й від форми межового контуру в околі цієї вершини. На основі цих результатів та відомих значень КІН для півплощини з крайовими вирізами, з вершин яких виходять тріщини, запропоновано модифіковану інтерполяційну формулу (типу Нойбера) для визначення КІН для різних довжин крайових тріщин, які виходять з бічних вирізів довільної глибини у смузі.

РЕЗЮМЕ. Методом сингулярних інтегральних уравнений решена плоская периодическая задача теории упругости для изотропной плоскости с бесконечным рядом близко размещенных криволинейных отверстий с краевыми трещинами. Вычислены коэффициенты интенсивности напряжений в вершинах краевых трещин, выходящих из симметричных отверстий различных форм (эллиптических, ромбовидных с закругленными вершинами, физических щелей), для произвольного расстояния между отверстиями при растяжении плоскости на бесконечности (I тип деформации). Предельным переходом, когда расстояние между отверстиями стремится к нулю, найдены коэффициенты интенсивности напряжений для краевых трещин в закругленных вершинах соответствующих двусторонних вырезов в упругой плоскости.

Ключевые слова: плоская периодическая задача теории упругости, краевая трещина, криволинейные отверстия и вырезы, сингулярные интегральные уравнения, коэффициенты интенсивности напряжений.

SUMMARY. A plane periodic problem of elasticity theory for an isotropic plane with an infinite row of closely located curvilinear holes with edge cracks is solved by the singular integral equation method. The stress intensity factors (mode I) at the tips of the edge cracks, emanating from symmetrical holes of various shapes (elliptical, diamond-shaped with rounded vertices, narrow slots) for an arbitrary distance between the holes when extending the plane at infinity, are calculated. The stress intensity factors for the edge cracks in the rounded vertices of the corresponding bilateral notches in the elastic plane are found by the limit transition, when the distance between the holes approaches zero.

Keywords: plane periodic problem of elasticity theory, edge crack, curvilinear holes and notches, singular integral equations, stress intensity factors.

1. Karlsson A. and Backlund J. Summary of SIF design graphs for cracks emanating from circular holes // Int. J. Fract. – 1978. – **14**, № 6. – P. 585–596.
2. Мирсалимов В. М. Разрушение упругих и упругопластических тел с трещинами. – Баку: Элм, 1984. – 124 с.
3. Саврук М. П., Казберук А. Напряжения у пружной площадке с периодической системой близко размещенных отверстий // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2009. – **45**, № 6. – С. 70–81.
(Savruk M. P. and Kazberuk A. Stresses in an elastic plane with periodic system of closely located holes // Materials Science. – 2009. – **45**, № 6. – P. 831–844.)
4. Кравець В. С. Напружено-деформований стан площини з періодичною системою отворів з крайовими тріщинами або смугами пластичності // Сучасні проблеми механіки та математики: в 3-х т. / Під заг. ред. А. М. Самойленка, Р. М. Кушніра. – Львів: ІППММ НАН України, 2018. – Т. 2. – С. 44–46.
[Електронний ресурс: www.iapmm.lviv.ua/mpmm2018]
5. Кравець В. С., Саврук М. П. Плоска періодична задача теорії пружності для ізотропної площини з криволинійними отворами та крайовими тріщинами // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2018. – **54**, № 6. – С. 102–109.
(Kravets' V. S. and Savruk M. P. Two-dimensional periodic problem of the theory of elasticity for an isotropic plane with curvilinear holes and edge cracks // Materials Science. – 2019. – **54**, № 6. – P. 866–874.)
6. Neuber H. Die halbelliptische Kerbe mit Riss als Beispiel zur Korrelation von Mikro- und Makrospannungskonzentrationen // Ing.-Arch. – 1977. – **46**, № 6. – P. 389–399.
7. Chen D. H., Nisitani H., and Mori K. Stress intensity factors of a semi-infinite plate having a semi-elliptical notch with a crack under tension // Trans. Jap. Soc. Mech. Eng. – 1989. – **A55**. – P. 948–953.
8. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений: в 2-х т. / Под ред. Ю. Мураками. – М.: Мир, 1990. – Т. 1. – 448 с.
9. Savruk M. P. and Kazberuk A. Stress Concentration at Notches. – Cham: Springer, 2017. – 516 p.
10. Саврук М. П. Двумерные задачи упругости для тел с трещинами. – К.: Наук. думка, 1981. – 324 с.
11. Саврук М. П. Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами // Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пос. / Под ред. В. В. Панасюка. – К.: Наук. думка, 1988. – Т. 2. – 620 с.
12. Tada H., Paris P. C., and Irwin G. R. The Stress Analysis of Cracks: Handbook. – New York: American Society of Mechanical Engineers, 2000. – 676 p.
13. Yamamoto Y., Sumi Y., and Ao K. Stress intensity factors of cracks emanating from semi-elliptical side notches in plates // Int. J. Fract. – 1974. – **10**, № 4. – P. 593–595.
14. Murakami Y. A simple procedure for the accurate determination of stress intensity factors by finite element method // Engng. Fract. Mech. – 1976. – **8**, № 4. – P. 643–655.

Одержано 07.02.2019