

УДК:539.375

РОЗРАХУНКОВА МОДЕЛЬ ДЛЯ ОЦІНЮВАННЯ ДОВГОВІЧНОСТІ ФІБРОБЕТОННИХ КОНСТРУКЦІЙ ЗА ДОВГОТРИВАЛОГО СТАТИЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

О. Є. АНДРЕЙКІВ¹, І. Я. ДОЛІНСЬКА², О. К. РАЙТЕР²

¹ Львівський національний університет ім. Івана Франка;

² Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів

Розроблена розрахункова модель для визначення ресурсу фібробетонних елементів конструкцій за довготривалого розтягу, в основі якої – перший закон термодинаміки, і запропонована ідеалізована діаграма розтягу фібробетону. Модель застосовано для визначення ресурсу фібробетонної плити з круговим отвором за довготривалого двостороннього розтягу.

Ключові слова: ресурс, розрахункова модель, фібробетонні елементи конструкцій, ідеалізована діаграма розтягу фібробетону.

Вступ. За останні 20–40 років нагромаджено багато результатів про довготривалу міцність фібробетонних елементів конструкцій під статичним навантаженням [1, 2]. Водночас не припиняються спроби створити теорію заповільненого руйнування фібробетонів за довготривалого статичного навантаження, коли починає діяти механізм повзучості і фібробетон повільно пошкоджуватиметься, що призведе до руйнування елемента конструкції. Мета цього дослідження – на основі фізичних законів побудувати таку теорію, зокрема розрахункову модель, щоб визначити період росту об'ємної пошкоди фібробетону до критичного розміру за цих умов. Модель ґрунтується на першому законі термодинаміки [3, 4] про енергетичний баланс і баланс швидкостей змін енергій у фібробетонному елементі конструкції з об'ємними пошкодами, який розтягується під довготривалим статичним навантаженням.

Формулювання моделі. Розглянемо фібробетонний елемент конструкції з початковою пошкодою або концентратором напружень об'ємом q_0 за дії довготривалого статичного розтягу p , прикладеного далеко від пошкоди (рис. 1). Необхідно визначити час $t = t_*$, коли в результаті повзучості об'єм q підросте до критичного значення q_* і фібробетонний елемент зруйнується. Тут q – об'єм матеріалу, продеформований під час стадії II розтягу під напруженням $\sigma > \sigma_{bc}$.

Для розв'язання цієї задачі насамперед побудуємо математичну модель, тобто математичні рівняння, які описують процес. Вважатимемо, що пошкода росте неперервно від початкового розміру $q = q_0$ до кінцевого $q = q_*$. Це припущення коректне, оскільки реально вона розвивається малими стрибками об'єму розміром Δq_c за відносно великі проміжки часу Δt_c . Тому швидкість V росту об'єму пошкоди можемо подати наближено:

$$V = \frac{dq}{dt} \approx \frac{\Delta q_c}{\Delta t_c}.$$

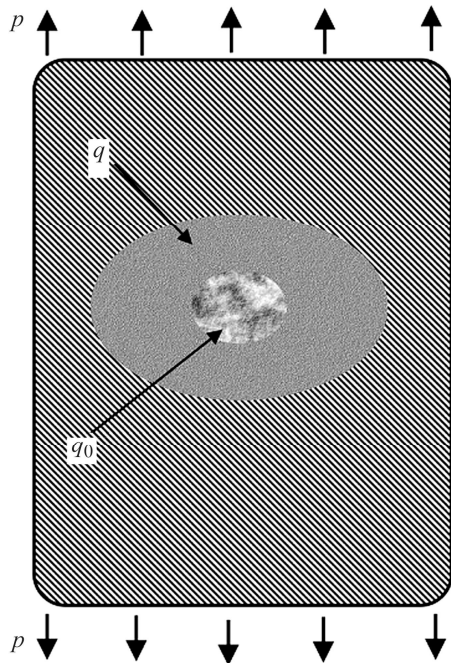


Рис. 1. Схема навантаження пошкодженого тіла.

Fig. 1. Scheme of loading of a body with damage.

лежить тільки від об'єму пошкоди q .

Так як виконується умова балансу енергії, то виконуватиметься і умова балансу швидкостей зміни складових енергій:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial \Gamma}{\partial t}. \quad (4)$$

Аналогічно, як і в працях [3, 4], це рівняння можна звести до кінетичного рівняння росту об'єму пошкоди в фібробетонному елементі за довготривалого статичного навантаження:

$$\frac{dq}{dt} = \left[\frac{\partial W_p^{(2)}}{\partial t} + \frac{\partial A}{\partial t} \right]_{t=\Delta t_c} / (\gamma_{CC} - \gamma_t)_{t=0}, \quad (5)$$

$$t = 0, q(0) = q_0; t = t_*, q(t_*) = q_*.$$

Тут γ_{CC} – питома енергія руйнування під час росту пошкоди у фібробетоні; γ_t – початкова питома енергія деформування в пошкодженому об'ємі фібробетону за навантаження p ; критичний об'єм пошкоди фібробетону q_* визначаємо із умови досягнення в ньому нормальною деформацією критичного значення ϵ_{fbc} , тобто

$$\max(\epsilon) = \epsilon_{fbc}. \quad (6)$$

Таким чином, якщо відомі функції $W_p^{(2)}$, A , γ_{CC} , γ_t , то залишковий ресурс $t = t_*$ фібробетонного елемента визначають співвідношення (5), (6). Отже, задачу

Звідки

$$\Delta t_c = \Delta q_c V^{-1}. \quad (1)$$

Енергетичний баланс процесу для кожного стрибка росту об'єму пошкоди Δq_c запишемо так [3, 4]:

$$A = W + \Gamma. \quad (2)$$

Тут A – робота зовнішніх сил; W – енергія деформування тіла після росту пошкоди на величину Δq_c :

$$W = W_s + W_p^{(1)}(q) - W_p^{(2)}(t), \quad (3)$$

де W_s – пружна компонента W ; $W_p^{(1)}(q)$ – частина роботи деформацій фібробетону за границею пружності в зоні пошкоди, що залежить тільки від її об'єму q ; $W_p^{(2)}(t)$ – частина роботи непружних деформацій у зоні пошкоди q , яка виділяється за сталого її об'єму під час інкубаційного періоду підготовки стрибка її росту на величину Δq_c , залежить тільки від часу t і генерується самим тілом; Γ – енергія руйнування фібробетону, яка за-

звели до розрахунку енергетичних складових деформування і руйнування фібробетону і побудови реологічних моделей.

Реологічні моделі фібробетону.

Через розрив традиційно армованого бетону можливе збільшення обсягів одного або декількох мікроруйнувань, які через низку причин переважали над іншими [1, 2, 5]. З ростом зовнішнього навантаження до руйнування за згину формуються три стадії напружено-деформованого стану (НДС) [5], що відповідають ідеалізованій діаграмі розтягу фібробетону в координатах об'ємних напружень σ_q і деформацій ε_q (рис. 2).

На стадії I прийняли [1, 5], що напруження фібробетонного елемента до утворення тріщин у його розтягнутій зоні, тобто коли фібробетон зберігає суцільність і працює під впливом навантаження квазіпружної деформації розтягнутої зони, не перевершує граничного значення σ_{bc} (значення напружень у фібробетоні, коли починається руйнування матриці, тобто виникає перша тріщина). За подальшого збільшення навантаження фібробетонний шар перетину працює пружно, але в крайніх волокнах розтягнутої зони починають розвиватися непружні деформації, що свідчать про появу на поверхні елемента тріщини. Наближено можна вважати, що перша стадія закінчується, якщо напруження і деформації фібробетону досягнуть значень σ_{bc} (напруження руйнування бетону) і ε_b (деформація у цей момент). Ділянку діаграми розтягу для цієї стадії можна наближено окреслити прямолінійним відрізком з модулем пружності E_b [1].

На стадії II за подальшого збільшення навантаження в розтягнутій зоні фібробетону зароджуються суміжні тріщини з незначними приростами як по висоті, так і ширині. Якщо в бетонному елементі поява тріщин означає вихід з роботи бетону розтягнутої зони, то в фібробетонному елементі це не так. У перетинах з тріщинами починають з'являтися помітні непружні деформації фібр, що свідчать про наближення напружень у них до умовної границі плинності, тобто кінця другої стадії. На відміну від бетону у фібробетоні гальмування розвитку тріщин ініціює робота фібр. При цьому з підвищенням відсотка фібрового армування (починаючи з 1%) збільшується і частка участі фібр у роботі елемента, зокрема, в роботі розтягнутої зони перетину. Стадія II триває довго і характерна для експлуатаційних навантажень ($\approx 65\%$ від руйнівних), так як під час експлуатації багатьох елементів допускають появу тріщин. Матриця скріплює фрезеровані фібри в єдиний моноліт і є середовищем, що передає навантаження на них, а за розриву окремих волокон перерозподіляє напруження. На цій стадії розраховують розкриття тріщин і кривизну (жорсткість) елементів, ураховуючи роботу фібробетонного шару. Тут за довготривалого навантаження повзучість фібробетону найінтенсивніша. Для простоти обчислень ділянку, що відповідає другій стадії, також наближено зображаємо прямолінійним відрізком (рис. 2) між точками $(\sigma_{bc}, \varepsilon_b)$ і $(\sigma_{fbc}, \varepsilon_{fbc})$ з модулем пружності E_{fb} . Тут σ_{fbc} – напруження у фіб-

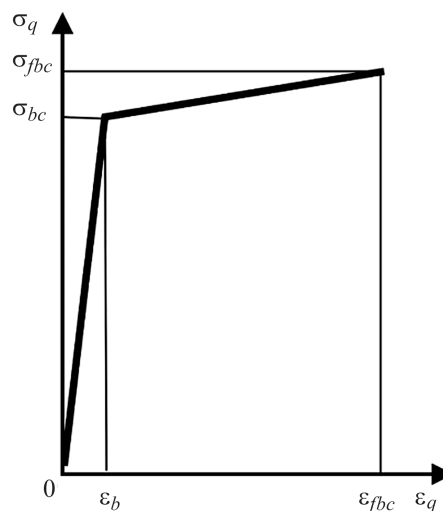


Рис. 2. Ідеалізована діаграма розтягу для фібробетону.

Fig. 2. Schematic representation of the idealized tension chart for fiber concrete.

робетоні, коли починається течіння фібр напередодні руйнування, тобто вичерпується його роботоздатність; ϵ_{fbc} – деформація в цей момент.

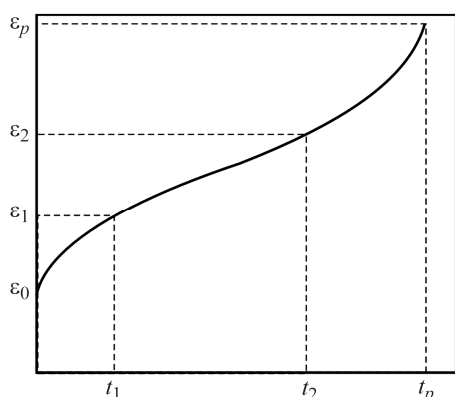


Рис. 3. Діаграма повзучості фібробетону.

Fig. 3. Diagram of creep for fiber concrete.

Це зумовлено тим, що у сталеві фібробетонні вже з самого початку є дефекти (тріщини в матриці, поверхні поділу двох фаз), а також окремо деформовані матеріали – бетон і сталеві фібри. Повзучість таких елементів протікає порізно, а сумарно – ще більш непередбачувано і суттєво залежить від початкового навантаження, зокрема початкової деформації ϵ_0 , і складності НДС. Для деяких малих значень ϵ_0 повзучість фібробетону може навіть і не починатися, а для інших розпочатися і зупинитися без руйнування. Тому її експериментально потрібно визначати для кожного складу фібробетону і заданого напруженого стану. Якісно повна діаграма повзучості фібробетону дещо нагадує діаграму для бетону (рис. 3) з трьома ділянками: неусталена повзучість $\epsilon_0 \sim \epsilon_1$, усталена $\epsilon_1 \sim \epsilon_2$, долом $\epsilon_2 \sim \epsilon_p$. Найтриваліша усталена повзучість, яка найчастіше починається за деформацій, що відповідають другій стадії. Тому за проміжком часу $t = t_2 - t_1$ наближено і визначають довговічність фібробетонного елемента за довготривалого статичного навантаження

Двосторонній розтяг плити з круговим отвором. Нехай нескінченна пластина товщиною h з круговим отвором радіусом $\rho_0 = 0,01$ м розтягується в нескінченно віддалених точках рівномірно розподіленими і взаємно перпендикулярними зусиллями інтенсивності p ($11,75 \text{ МПа} \leq p < 12,60 \text{ МПа}$) (рис. 4). У цьому випадку НДС нескінченної плити за її двовісного розтягу біля кругового отвору осесиметричний у системі координат $O\rho\alpha$ і залежатиме тільки від радіуса ρ . Слід визначити залишковий ресурс $t = t_*$, з досягненням якого внаслідок повзучості зона пошкодженості q радіусом ρ_q ($q = \pi h(\rho_q^2 - \rho_0^2)$) біля концентратора напружень (кругового отвору) досягне критичного розміру $q(t_*) = q_*$ і пластина зруйнується.

Для розв'язку такої задачі застосуємо сформульовану вище розрахункову модель (5). Надалі для спрощення розв'язку і чіткішої демонстрації застосування моделі припускаємо, що матеріали матриці і фібри є лінійно-пружними, однорідними та ізотропними, тріщини в бетоні (крім початкових мікротріщин) виникають після досягнення напруженнями значення σ_{bc} ; діаграма розтягу фібробетону кусково-лінійна, як на рис. 2; фібри (однакових круглого перетину і довжини) в розглянутому елементі рівномірно розподілені у всіх напрямках і працюють тільки на розтяг; фібри і бетон повністю зчеплені (тому деформація фібри рівна

деформації композиту); початкове навантаження плити забезпечує умову $\varepsilon_0 > \varepsilon_b$ і реалізуватиметься повна діаграма повзучості до руйнування фібробетону (див. рис. 3).

Так як зовнішні навантаження p прикладені достатньо далеко від кругового отвору, то їх робота під час повзучості фібробетону біля отвору змінюватиметься незначно. Тому можна вважати, що $\partial A/\partial t \approx 0$, $\partial A/\partial q \approx 0$. Тоді співвідношення (5) набуде вигляду

$$dq/dt = [\partial W_p^{(2)} / \partial t]_{t=\Delta t_c} \times (\gamma_{CC} - \gamma_t)^{-1},$$

$$t = 0, q(0) = q_0; t = t_*, q(t_*) = q_*. \quad (7)$$

Тут q_0 – пошкоджений об'єм внаслідок початкового навантаження за напруження $\sigma_{\alpha\alpha}(\rho) > \sigma_{bc}$; q_* – критичний розмір пошкодженого об'єму, коли деформація $\varepsilon_{\alpha\alpha}(\rho_0, t_*)$ досягне критичного значення ε_{fbc} . Тоді зі співвідношень (7) для визначення залишкового ресурсу $t = t_*$ плити отримаємо такі формули:

$$t_* = \int_{q_0}^{q_*} (\gamma_{CC} - \gamma_t) / [\partial W_p^{(2)} / \partial t]_{t=\Delta t_c} dq, \quad t_* = 2\pi h \int_{\rho_b}^{\rho_*} (\gamma_{CC} - \gamma_t) / [\partial W_p^{(2)} / \partial t]_{t=\Delta t_c} \rho d\rho. \quad (8)$$

Енергетична складова у системі координат $O\rho\alpha$

$$W_p^{(2)}(\rho, t) = 2\pi h \int_{\rho_b}^{\rho} \xi \{ \sigma_{\rho\rho}(\xi) \varepsilon_{\rho\rho}(\xi, t) + \sigma_{\alpha\alpha}(\xi) \varepsilon_{\alpha\alpha}(\xi, t) \} d\xi. \quad (9)$$

Для визначення величин $\sigma_{\rho\rho}$, $\sigma_{\alpha\alpha}$, $\varepsilon_{\rho\rho}$, $\varepsilon_{\alpha\alpha}$ чинимо так. На основі відомих результатів [6] знайдемо:

$$\sigma_{\rho\rho}(\rho) = p(1 - \rho_0^2 \rho^{-2}), \quad \sigma_{\alpha\alpha}(\rho) = p(1 + \rho_0^2 \rho^{-2}) \quad (\rho > \rho_b). \quad (10)$$

Тут для $\rho > \rho_b$ напруження $\sigma_{\alpha\alpha}(\rho) < \sigma_{bc}$. Звідки радіус $\rho = \rho_b$ знайдемо за формулою

$$\rho_b = \rho_0 / \sqrt{\sigma_b p^{-1} - 1}. \quad (11)$$

Таким чином, пошкоджена зона матиме вигляд кільця $\rho_0 < \rho < \rho_b$, в якому НДС відповідатиме реологічній моделі на рис. 2 для зони зміни деформації в межах $\varepsilon_b < \varepsilon < \varepsilon_{fbc}$.

Використовуючи співвідношення (6), (10) і відомі результати [7], для визначення величин $\varepsilon_{\rho\rho}$, $\varepsilon_{\alpha\alpha}$ у пружній зоні, якщо $\rho > \rho_b$, отримаємо:

$$\varepsilon_{\rho\rho}(\rho) = pE^{-1}[1 - \mu - \rho_0^2 \rho^{-2}(1 + \mu)], \quad \varepsilon_{\alpha\alpha}(\rho) = pE^{-1}[1 - \mu + \rho_0^2 \rho^{-2}(1 + \mu)]. \quad (12)$$

Тут μ , E – відповідно, коефіцієнт Пуассона і модуль Юнга бетону.

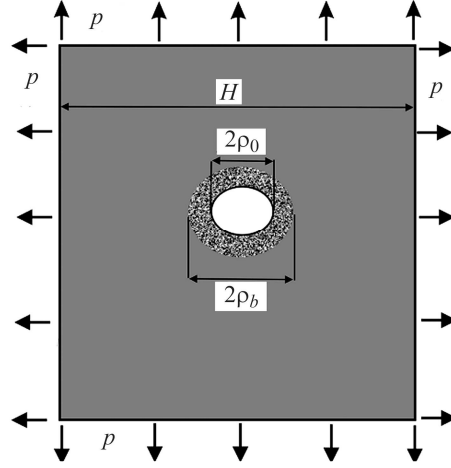


Рис. 4. Схема навантаження фібробетонної плити з круговим отвором.

Fig. 4. Scheme of loading of a fiber concrete plate with a circular hole.

Для зони $\rho < \rho_b$, де фібробетон деформований за границею суцільної пружності σ_b , формулу (12) можна вважати наближено справедливою. Водночас величина $\varepsilon_{\alpha\alpha}(\rho)$ тут більша за ε_b . Її згідно з рис. 2 і результатами праці [7] обчислюватимемо так:

$$\varepsilon_{\alpha\alpha}(\rho) = \varepsilon_b + E_{fb}^{-1}[\sigma_{\alpha\alpha}(\rho) - \sigma_b] - \mu E^{-1} p(1 - \rho_0^2 \rho^{-2}), \quad (13)$$

де модуль пружності E_{fb} пошкодженої зони фібробетону наближено подамо формулою

$$E_{fb} = (\sigma_{fbc} - \sigma_b)(\varepsilon_{fbc} - \varepsilon_b)^{-1}. \quad (14)$$

Вираз (13) містить невідому функцію розподілу напружень $\sigma_{\alpha\alpha}(\rho)$ у пошкодженій зоні $\rho_0 < \rho < \rho_b$. Для її визначення необхідно розв'язувати відповідну пружно-пластичну задачу, що вдається тільки числово. Проте в нашому випадку потрібна аналітична формула, яку наближено побудуємо так. Розглянемо окремо пошкоджену кільцеву область $\rho_0 < \rho < \rho_b$, яка згідно зі співвідношеннями (10), (11) навантажена напруженнями $\sigma_{\rho\rho}(\rho_b) = 2p - \sigma_b$ по колу $\rho = \rho_b$. Якби це кільце деформувалося тільки пружно (ділянка $O \sim \varepsilon_b$ на рис. 2), то згідно з результатами праці [7] напруження

$$\sigma_{\alpha\alpha}(\rho) = p(1 + \rho_0^2 \rho^{-2}) \quad (\rho_0 < \rho < \rho_b). \quad (15)$$

Проте друга ділянка $\varepsilon_b \sim \varepsilon_{fbc}$ на рис. 2 також лінійна, але з меншим значенням модуля пружності E_{fb} , тому деформацію $\varepsilon_{\alpha\alpha}(\rho)$ наближено визначимо за формулою (13):

$$\varepsilon_{\alpha\alpha}(\rho) \approx \varepsilon_b + E_{fb}^{-1}[p(1 + \rho_0^2 \rho^{-2}) - \sigma_b] - \mu E^{-1} p(1 - \rho_0^2 \rho^{-2}) \quad (\rho_b > \rho > \rho_0). \quad (16)$$

Отже, на невеликій віддалі від контуру отвору в плиті напруження $\sigma_{\rho\rho}$ будуть малими, тому, визначаючи $W_p^{(2)}$, величини $\sigma_{\rho\rho}(\xi)\varepsilon_{\rho\rho}(\xi)$ і $\sigma_{\rho\rho}(\xi)\varepsilon_{\rho\rho}(\xi, t)$ нехтуватимемо. В результаті отримаємо:

$$W_p^{(2)}(\rho, t) \approx 2\pi h \int_{\rho_b}^{\rho} \xi \sigma_{\alpha\alpha}(\xi) \varepsilon_{\alpha\alpha}(\xi, t) d\xi, \quad \gamma_{CC} = \sigma_{fbc} \varepsilon_{fbc}, \quad \gamma_t = \sigma_{\alpha\alpha}(\rho) \varepsilon_{\alpha\alpha}(\rho, 0). \quad (17)$$

Деформацію $\varepsilon_{\alpha\alpha}(\rho, t)$ знаходимо наближено на основі експериментальних даних [2] для відповідного складу фібробетону:

$$\varepsilon_{\alpha\alpha}(\rho, t) \approx \varepsilon_{\alpha\alpha}(\rho) + 10^{-5} \beta \sigma_{\alpha\alpha}^{0,84}(\rho) t^{0,5} \quad (\beta = 1 \cdot (\text{MPa})^{-0,84} (\text{days})^{-0,5}). \quad (18)$$

Слід зауважити, що аналогічно знайшли й інші величини, які використовували під час обчислення залишкового ресурсу плити $t = t_*$ [2], [8]:

$$E \approx 10^4 \text{ MPa} \quad (\sigma < 23,5 \text{ MPa}); \quad E_{fb} \approx 631 \text{ MPa} \quad (23,5 < \sigma < 25,2 \text{ MPa}), \quad \mu \approx 0,2,$$

$$\varepsilon_{fbc} \approx 0,00501, \quad \varepsilon_b = 0,00230, \quad \sigma_b = 23,5 \text{ MPa}, \quad \sigma_{fbc} = 25,2 \text{ MPa}. \quad (19)$$

Тепер необхідно розрахувати ресурс $t = t_*$ фібробетонної плити з отвором, що і реалізуємо з допомогою формули (8), де функцію $W_p^{(2)}$ обчислюємо зі співвідношень (17), (18). Формула (11) містить невідому величину Δt_c , яку знаходи-

мо так. Вважаємо, що на краю пошкодженої зони, що рухається стрибкоподібно в результаті повзучості, деформація $\epsilon_{\alpha\alpha}(\rho, t)$ буде однакою навіть після одного стрибка. Використовуючи співвідношення (1), (16), (18) і (19) для великих значень Δt_c , цю умову запишемо так:

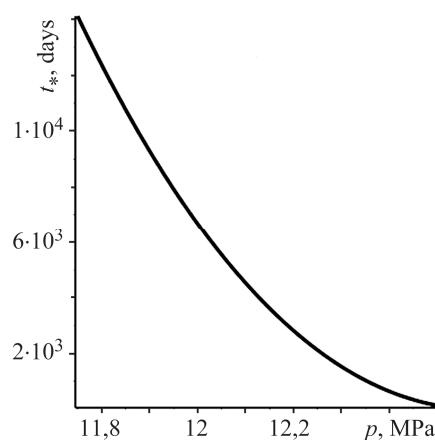
$$2 \cdot 10^5 p \rho_0 \rho_b^{-3} E_{fb}^{-1} = -1,68 \cdot p^{0,84} (1 + \rho_0^2 \rho_b^{-2})^{-0,16} \rho_0^2 \rho_b^{-3} t^{0,5} + 0,5 p^{0,84} (1 + \rho_0^2 \rho_b^{-2})^{0,84} t^{-0,5} V^{-1} - 0,84 p^{0,84} (1 + \rho_0^2 \rho_b^{-2})^{-0,16} \rho_0^2 \rho_b^{-3} t^{-0,5} \Delta t_c. \quad (20)$$

Розв'язуючи рівняння (20), якщо $\Delta t_c \gg 1$, і нехтуючи відносно малі величини, отримаємо:

$$\Delta t_c \approx 0,6 V^{-1} \rho_0^{-2} \rho_b^3 (1 + \rho_0^2 \rho_b^{-2}). \quad (21)$$

Рис. 5. Залежність довговічності t_* плити від навантаження p .

Fig. 5. Dependence of life time t_* of the plate on loading p .



Формула (8) містить також невідому величину ρ_* , яку обчислюємо так. Критичний радіус пошкодженої зони $\rho = \rho_*$ досягається тоді, коли деформація на поверхні колового отвору досягне критичного значення $\epsilon_{\alpha\alpha}(\rho_*, t_*) = \epsilon_{fbc}$. Враховуючи це і використовуючи співвідношення (16), отримаємо:

$$\rho_* \approx \rho_0 \sqrt{\frac{0,5[E_{fc}(\epsilon_{fbc} - \epsilon_b) + \sigma_b]}{\sigma_b - 0,5[E_{fc}(\epsilon_{fbc} - \epsilon_b) + \sigma_b]}}. \quad (22)$$

Підставляючи вирази (11), (15), (18), (19) у співвідношення (17), з урахуванням формул (21), (22) дістали значення $W_p^{(2)}$, яке враховуємо в формулі (8) для визначення періоду $t = t_*$. У результаті формула (8) набуде вигляду

$$t_* \approx 0,01 \{15,61012 \cdot 10^5 p^{-1,84} [0,12601 - 2p(0,00317p - 0,03490)]\}^2. \quad (23)$$

Використовуючи її, побудували (рис. 5) залежність довговічності фібробетонної плити t_* від навантаження p . Виявили, що за незначного збільшення навантаження довговічність плити різко зменшується, тому це слід враховувати під час прогнозування ресурсу фібробетонних елементів конструкцій.

ВИСНОВКИ

На основі запропонованого раніше енергетичного підходу розроблена розрахункова модель для визначення довговічності фібробетонних елементів конструкцій за довготривалого розтягу. Модель застосовано для прогнозування ресурсу фібробетонної плити з круговим отвором за довготривалого двостороннього розтягу. Виявлено, що навіть за невеликого збільшення навантаження в межах другої стадії НДС довговічність плити різко зменшується.

РЕЗЮМЕ. Разработана расчетная модель для определения ресурса фибробетонных элементов конструкций при длительном растяжении, в основе которой – первый закон термодинамики и предложенная идеализированная диаграмма растяжения фибробетона. Модель применена для определения ресурса фибробетонной плиты с круговым отверстием при длительном двухстороннем растяжении.

Ключевые слова: ресурс, расчетная модель, фибробетонные элементы конструкций, идеализированная диаграмма растяжения фибробетона.

SUMMARY. The calculation model has been developed to determine the life time of fiber-reinforced concrete structural elements under their long-term tension. It is based on the first law of thermodynamics and the idealized fiber concrete tension diagram is proposed by the authors. The application of this model is used for the determination of the life time of a fiber-reinforced concrete plate with a circular hole under its long-term bilateral tension.

Keywords: life time, calculation model, fiber-reinforced concrete structural elements, idealized fiber concrete tension diagram.

1. *Методи оцінювання міцності та довговічності фібробетонів (Огляд) / О. Є. Андрейків, В. Р. Скальський, І. Я. Долінська, О. К. Райтер // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2018. – 54, № 3. – С. 19–36.*
(*Methods for the evaluation of strength and durability of fiber-reinforced concretes (A Survey) / O. E. Andreikiv, V. R. Skal's'kyi, I. Y. Dolins'ka, O. K. Raiter // Materials Science. – 2018. – 54, № 3. – P. 309–325.*)
2. *Неутов С. Ф., Сидорчук М. М., Сур'янінов М. Г. Дослідження повзучості сталеві фібробетону // Наук. нотатки. – 2017. – Вип. № 60. – С. 181–186.*
3. *Андрейків О. Є., Сас Н. Б. Механіка руйнування металічних пластин при високотемпературній повзучості // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2006. – 42, № 2. – С. 62–68.*
(*Andreikiv O. E. and Sas N. B. Fracture mechanics of metallic plates under the conditions of high-temperature creep // Materials Science. – 2006. – 42, № 2. – P. 210–219.*)
4. *Андрейків О. Є., Сас Н. Б. Міцність тонкостінних елементів конструкцій з тріщинами під час повзучості // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2007. – 43, № 2. – С. 33–39.*
(*Andreikiv O. E. and Sas N. B. Strength of thin-walled structural elements with cracks under the conditions of creep // Materials Science. – 2007. – 43, № 2. – P. 174–182.*)
5. *Опбул Э. К., Седун С. С. Прочность и трещиностойкость изгибаемых элементов из дисперсно армированного железобетона с высокопрочной арматурой без предварительного напряжения // Вестник Тувинск. гос. ун-та. Сер. Техн. и физ.-мат. науки. – 2014. – № 3. – С. 43–54.*
6. *Божидарник В. В., Сулим Г. Т. Элементы теории пружности. – Львів: Світ, 1994. – 560 с.*
7. *Панасюк В. В., Андрейків О. Є., Партон В. З. Основы механики разрушения. – К.: Наук. думка, 1988. – 488 с.*
8. *Махлян Л. Р., Айвазян Э. С. Расчетная оценка прочностных и деформативных характеристик и диаграмм деформирования фибробетонов с агрегированным распределением волокон // Инж. вестник Дона. – 2013. – 3 (46). – С. 1–10.*

Одержано 22.05.2019