

УДК 539.375

ВИЗНАЧЕННЯ ПЕРІОДУ ДОКРИТИЧНОГО РОСТУ МАЛИХ ПЛОСКИХ ТРІЩИН ВИСОКОТЕМПЕРАТУРНОЇ ПОВЗУЧОСТІ В ЕЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦІЙ

О. Є. АНДРЕЙКІВ¹, І. Я. ДОЛІНСЬКА²

¹ Львівський національний університет ім. Івана Франка;

² Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів

Сформульовано розрахункову модель (диференціальне рівняння з початковими і кінцевими умовами) для встановлення періоду докритичного росту малих плоских тріщин високотемпературної повзучості в елементах конструкцій. В її основі – перший закон термодинаміки, визначення енергетичних складових деформування зони передруйнування біля контуру тріщини через параметри її розкриття, наближене зведення процесу повзучості матеріалу до періоду усталеної повзучості. Запропоновано формули наближеного розрахунку розкриття зони передруйнування через коефіцієнт інтенсивності напружень і усереднене навантаження елемента конструкції. Під час розв'язку задачі застосовано узагальнений для деформаційних параметрів метод еквівалентних площ. На основі цього, а також відомих у літературі експериментальних даних для конкретних матеріалів знайдено період докритичного росту в півпросторі малої поверхневої півеліптичної тріщини високотемпературної повзучості за довготривалого статичного розтягу.

Ключові слова: високотемпературна повзучість, розрахункові моделі, малі плоскі тріщини, період докритичного росту малих тріщин, перший закон термодинаміки, усереднене значення навантаження елемента конструкції, коефіцієнт інтенсивності напружень, розкриття зони передруйнування біля контуру тріщини.

A calculation model (differential equation with initial and final conditions) for determining the period of subcritical growth of small high-temperature creep plane cracks in the elements of a construction is formulated. The model is based on the first law of thermodynamics, determination of energy components of deformation of the pre-fracture zone near the crack contour through the parameters of its opening, approximation of the creep process of the material to the period of steady creep. In this case, the formulas for the approximate determination of the opening of the pre-fracture zone through the stress intensity factor and the average value of the load of the structural element are proposed. The method of equivalent areas generalized for deformation parameters is used for the approximate solution of the problem. Based on this, as well as on experimental data known in the literature for specific materials, the period of subcritical growth in the half-space of a small surface half-elliptic crack of high-temperature creep at and long-term static tension is determined.

Keywords: high-temperature creep, calculation models, small plane cracks, period of subcritical growth of small cracks, first law of thermodynamics, average value of structural element loading, stress intensity factor, opening of pre-fracture zone near crack contour.

Вступ. За довготривалої експлуатації в умовах дії статичних навантажень і високої температури в елементах конструкцій виникають дефекти типу тріщин високотемпературної повзучості різних розмірів. Якщо ці розміри великі, то такі елементи слід замінити або ремонтувати. Якщо малі, їх ще можна експлуатувати, але потрібно визначити період докритичного росту цих дефектів (залишковий

Контактна особа: О. Є. АНДРЕЙКІВ, e-mail: andreykiv@ipm.lviv.ua

ресурс), за який може настати їх спонтанне руйнування. Сьогодні найрозвинутіші методи визначення залишкового ресурсу елементів конструкцій з великими тріщинами (див., наприклад, [1–4]). Зроблено спроби [5–7] сформулювати методи розрахунку залишкового ресурсу елементів конструкцій з малими втомними тріщинами і пояснити той феномен, що за рівних коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН) швидкість поширення малої втомної тріщини буває вища, ніж великої. Проте недостатньо досліджено поширення малих плоских тріщин високотемпературної повзучості, щоб встановити їх докритичний ріст (залишковий ресурс). Тому нижче сформульована розрахункова модель для визначення періоду докритичного росту таких тріщин в елементах конструкцій за високої температури і довготривалого статичного навантаження.

Формулювання розрахункової моделі. Розглянемо безмежне тривимірне тіло з плоскою макротріщиною початкової площі S_0 , яке обмежене контуром L (рис. 1). Вважаємо, що на нескінченності тіло піддане довготривалому статичному розтягу рівномірно розподіленим навантаженням інтенсивності p , перпендикулярним до площини тріщини. Тіло перебуває під дією високої температури T_0 , що зумовлює повзучість біля вершини тріщини. За таких умов в ньому розвиватиметься тріщина високотемпературної повзучості, яка за час $t = t_*$ досягне критичної площі $S = S_*$. Слід визначити період $t = t_*$ докритичного її росту.

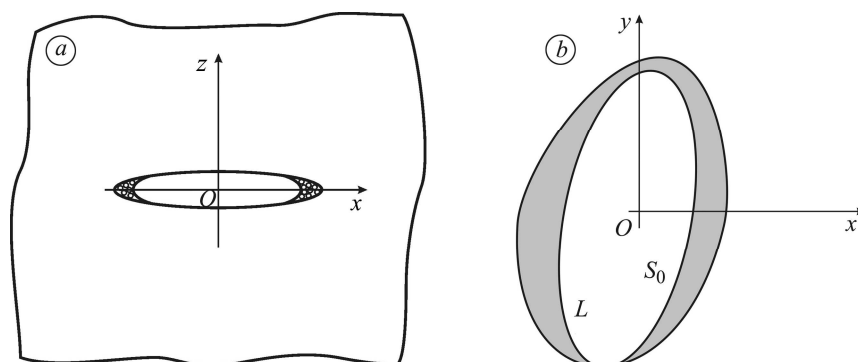


Рис. 1. Схеми перерізу безмежного тіла з плоскою тріщиною координатними площинами xOz (а) і xOy (б).

Fig. 1. Cross-sectional diagram of an infinite plane body with a crack by coordinate planes xOz (a) and xOy (b).

Для розв'язку задачі насамперед побудуємо математичну модель, тобто математичні рівняння, які описують цей процес. При цьому вважатимемо, що тріщина рухається прямолінійно неперервно від початкового розміру $S = S_0$ до кінцевого $S = S_*$. Це припущення коректне, оскільки реальний її рух супроводжується стрибками малого розміру ΔS_c за відносно великі проміжки часу Δt_c .

Тому можемо записати швидкість V росту тріщини наближено у такому вигляді:

$$V = \frac{dS}{dt} \approx \frac{\Delta S_c}{\Delta t_c}. \quad (1)$$

Енергетичний баланс цього процесу для кожного стрибка тріщини малого розміру ΔS_c подамо, використовуючи перший закон термодинаміки (див. [2–4, 8, 9]):

$$A = W + \Gamma. \quad (2)$$

Тут A – робота зовнішніх сил; W – енергія деформування тіла після просування тріщини на величину ΔS_c :

$$W = W_s + W_1(S) - W_2(t), \quad (3)$$

де $W_1(S)$ – частина енергії пластичних деформацій, що залежить тільки від площі тріщини за статичного навантаження; $W_2(t)$ – частина цієї енергії внаслідок повзучості, яка виділяється за сталої площі тріщини під час інкубаційного періоду підготовки її стрибка, залежить тільки від часу t і генерується самим тілом; Γ – енергія руйнування тіла, яка залежить тільки від площі тріщини.

Так як виконується умова балансу енергії, то виконуватиметься й умова балансу швидкостей зміни складових енергій:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{dW}{dt} + \frac{d\Gamma}{dt}. \quad (4)$$

Підставивши вираз (3) в (4) і врахувавши, що складові енергії деформування є складні функції від площі, отримаємо:

$$\frac{\partial}{\partial S} [\Gamma - (A - W_s - W_1)] \frac{dS}{dt} - \frac{dW_2}{dt} = 0. \quad (5)$$

Звідси швидкість поширення тріщини

$$\frac{dS}{dt} = \frac{dW_2(t)}{dt} \cdot \left[\frac{\partial \Gamma}{\partial S} - \frac{\partial A}{\partial S} + \frac{\partial W_s}{\partial S} + \frac{\partial W_1(S)}{\partial S} \right]^{-1}. \quad (6)$$

Використовуючи відомі результати [10], похідну в знаменнику в правій частині рівняння (6) подамо так:

$$\left[\frac{\partial \Gamma}{\partial S} - \frac{\partial A}{\partial S} + \frac{\partial W_s}{\partial S} + \frac{\partial W_1(S)}{\partial S} \right] = \gamma_C - \gamma_t. \quad (7)$$

Тут γ_t , γ_C – питомі енергії пластичних деформацій у зоні передруйнування та руйнування тіла під час поширення тріщин [11]:

$$\gamma_C = \frac{\sigma_t}{\Delta S_c} \int_L \int_0^{b_p^*} \delta_t(\xi, x_i) dx_i d\xi = \sigma_t \delta_C, \quad (8)$$

$$\gamma_t = \frac{\sigma_t}{\Delta S_c} \int_L \delta_t(\xi, 0) b_p(\xi) d\xi, \quad (9)$$

де L – контур тріщини; ΔS_c – площа її стрибка; b_p – ширина зони стрибка; b_p^* – критичне значення b_p ; x – біжуча координата в зоні передруйнування по нормалі до контуру тріщини L ; ξ – біжуча координата вздовж контуру тріщини L ; σ_t – усереднені напруження в зоні передруйнування; δ_C – критичне розкриття тріщини в зоні передруйнування за високотемпературної повзучості.

Відомо [11], що напруження і деформації в зоні передруйнування в площині тріщини по нормалі до її контуру змінюються: спочатку зростають від контуру тріщини до точок x_m і x_C , де досягають максимуму, а потім спадають (рис. 2а). За незначного деформаційного зміцнення матеріалу $x_m \approx 2\delta_t(0, \xi)$, $x_C \approx \delta_t(0, \xi)$.

Оскільки величини x_m і x_C достатньо малі, то, очевидно, на такій малій віддалі від контуру тріщини розкриття $\delta_t(x, \xi)$ змінюється несуттєво і його на-

ближено по осі x можна вважати константою, тобто $\delta_t(x, \xi) \approx \delta_t(0, \xi)$ для $0 \leq x \leq x_*$. За такої умови, використовуючи результати праці [3], одержимо:

$$W_2(t) = \alpha \sigma_t \int_L \delta_t^2(\xi, 0, t) d\xi, \quad (10)$$

де α – константа, яку визначають з експерименту.

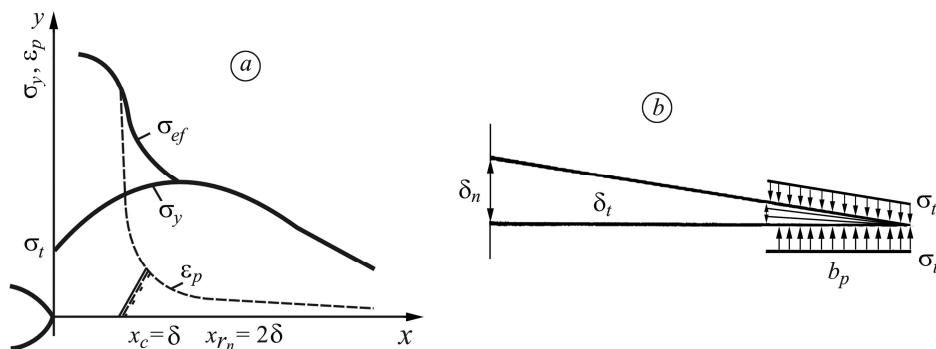


Рис. 2. Розподіл напружень σ_y і деформацій ϵ_p від вершини вздовж лінії тріщини Ox (a) та схема розкриття її поверхонь і зони передруйнування (b).

Fig. 2. Distribution of stresses σ_y and strains ϵ_p from the vertex along the line of crack Ox (a) and the scheme of the crack opening and pre-fracture zones (b).

Розглядаємо високотемпературну повзучість, що поширюється за дифузійним механізмом, тому тут визначальним є період усталеної повзучості. Для неї [3] розкриття δ_t у вершині тріщини буде:

$$\delta_t(\xi, 0, t) = \delta_t(\xi, 0) + \dot{\delta}_t(\xi, 0, 0)t. \quad (11)$$

Тут швидкість розкриття зони передруйнування за високотемпературної повзучості [3]

$$\dot{\delta}_t(\xi, 0, 0) = A_1 [\delta_t(\xi, 0) \delta_C^{-1}]^m, \quad (12)$$

де A_1 , m – характеристики повзучості матеріалу, які визначають із експерименту.

Підставивши співвідношення (11) у (10) з урахуванням виразу (12), взявши похідну за часом, коли $t = t_c$ (тут виконується умова $\delta_t(\xi, 0) + \dot{\delta}_t(\xi, 0, 0)t_c \approx \delta_C$, t_c – тривалість інкубаційного періоду підготовки стрибка тріщини), дістанемо:

$$\frac{dW_2}{dt} = 2\alpha A_1 \sigma_t \delta_C \int_L [\delta_t(\xi, 0) \delta_C^{-1}]^m d\xi. \quad (13)$$

Підставивши вирази (13), (8) і (10) у рівняння (6), отримаємо:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{2\alpha A_1 \sigma_t \delta_C \int_L [\delta_t(\xi, 0) \delta_C^{-1}]^m d\xi}{\sigma_t \delta_C - \sigma_t \Delta S_1^{-1} \int_L \delta_t(\xi, 0) b_p(\xi) d\xi}. \quad (14)$$

Тут [9]

$$\Delta S_c = \int_L b_p(\xi) d\xi, \quad b_p(\xi) = \frac{\pi K_I^2(\xi)}{8\sigma_t^2}, \quad \delta_t = \frac{K_I^2}{E\sigma_t}, \quad (15)$$

де $K_I(\xi)$ – біжуче значення КІН у вершині тріщини; E – модуль пружності.

З урахуванням співвідношень (15) рівняння (14) для визначення швидкості поширення малої тріщини високотемпературної повзучості набуде вигляду

$$\frac{dS}{dt} = \frac{2\alpha A_1 \int_L [\delta_t(\xi, 0) \delta_C^{-1}]^m d\xi}{1 - \delta_C^{-1} \left(\int_L \delta_t(\xi, 0) d\xi \right)^{-1} \int_L \delta_t^2(\xi, 0) d\xi}. \quad (16)$$

Для повноти математичної моделі, щоб визначити період докритичного росту тріщини, до рівняння (16) додали початкову і кінцеву умови:

$$t = 0, S(0) = S_0; \quad t = t_*, S(t_*) = S_*; \quad \delta_t(S_*) = \delta_C. \quad (17)$$

Для макротріщини математична модель (16), (17) з урахуванням третьої рівності в (15) для розрахунку періоду докритичного росту плоскої тріщини високотемпературної повзучості з геометрично змінним контуром матиме вигляд

$$\frac{dS}{dt} = \frac{A_{2t} \int_L [K_I(\xi) K_{IC}^{-1}]^{2m} d\xi}{1 - K_{IC}^{-2} \left(\int_L K_I^2(\xi) d\xi \right)^{-1} \int_L K_I^4(\xi) d\xi}, \quad (18)$$

$$t = 0, S(0) = S_0; \quad t = t_*, S(t_*) = S_*; \quad K_I(S_*) = K_{IC}. \quad (19)$$

Тут K_{IC} – критичне значення КІН $K_I(\xi)$; $A_{2t} = 2\alpha A_1$.

Математичні моделі у деформаційних (16), (17) і в параметрах КІН (18), (19) є узагальненням відомої [2, 3] для визначення періоду докритичного росту тріщин високотемпературної повзучості для плоских тріщин з довільним контуром у тривимірних тілах за статичного навантаження під дією високих температур.

Півпростір з поверхневою півеліптичною тріщиною. Щоб продемонструвати застосування математичних моделей (16)–(19), визначали період докритичного росту поверхневої півеліптичної тріщини високотемпературної повзучості у півпросторі. Для цього розглядали півпростір з такою тріщиною з півосями a і b початкової площі S_0 (рис. 3). Вважали, що на безмежності півпростір розтягується зусиллями інтенсивності p і підданий дії однорідного високотемпературного поля, що зумовлює в зоні передруйнування біля вершини тріщини високотемпературну повзучість. Необхідно знайти період $t = t_*$ докритичного її росту, тобто час, за який вона проросте до своєї критичної площі $S = S_*$.

Розв'язуватимемо цю задачу спочатку на основі моделі (18), (19). Однак це пов'язано з великими математичними труднощами. Щоб їх уникнути, застосуємо відомий метод еквівалентних площ [3], за яким швидкість зміни площі S такої тріщини за однорідного розтягу півпростору незначно залежить від конфігурації її контуру (у даному випадку поверхневої). Тому конфігурацію контуру замінюємо півколовою радіусом ρ з вихідною площею, що дорівнює вихідній цього дефекту $S = S_0$ (див. рис. 3). КІН $K_I(S)$ у рівнянні (18) змінюється вздовж півколового контуру тріщини, що суттєво ускладнює задачу. Тому з невеликою похибкою для точності розв'язку задачі коефіцієнт $K_I(S)$ вибираємо сталим уздовж контуру тріщини і таким, щоб його значення дорівнювало максимальному (точка A на рис. 3). Ця ситуація найгірша, оскільки час досягнення тріщини граничного розміру буде найкоротшим.

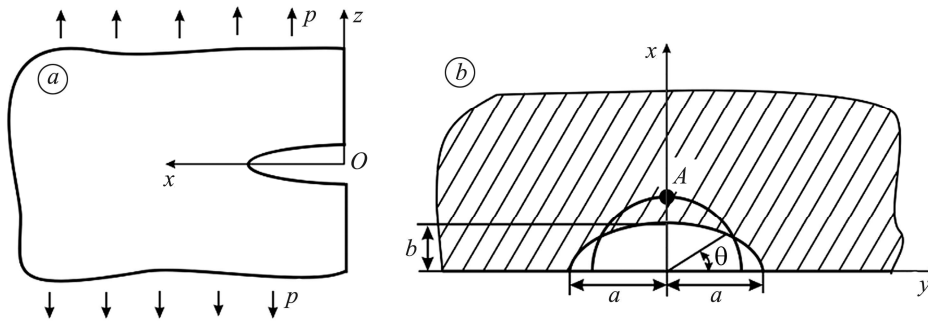


Рис. 3. Схеми перерізу півпростору з тріщиною координатними площинами xOz (a) та xOy (b) декартової системи координат $Oxyz$.

Fig. 3. Cross-sectional diagram of a half-space with a crack by coordinate plane xOz (a) and xOy (b) of the Cartesian coordinate system $Oxyz$.

Використовуючи вище наведені міркування, математичну задачу (18), (19) запишемо у вигляді

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{A_{2t}[K_I(\rho)K_{IC}^{-1}]^{2m}}{1 - K_I^2(\rho)K_{IC}^{-2}}, \quad (20)$$

$$t = 0, \quad \rho(0) = \rho_0 = \sqrt{a_0 b_0}; \quad t = t_*, \quad \rho(t_*) = \rho_*, \quad (21)$$

де a_0, b_0 – початкові значення півосей півеліптичної тріщини, а КІН [12]

$$K_I = 0,66 p \sqrt{\pi \rho}. \quad (22)$$

Щоб визначити період докритичного росту тріщини, проінтегруємо рівняння (20) за умов (21). В результаті отримаємо формулу

$$t_* = \int_{\rho_0}^{\rho_*} \frac{1 - 1,368 p^2 \rho K_{IC}^{-2}}{A_{2t} [1,17 p \sqrt{\rho} K_{IC}^{-1}]^{2m}} d\rho, \quad (23)$$

для числової реалізації якої, а отже, кількісної оцінки періоду докритичного росту тріщини високотемпературної повзучості задамо характеристики матеріалу для сплаву IN-100 Alloy [3, 13]: $A_{2t} = 5 \cdot 10^{-5}$ м/г; $m = 4$; $\sigma_t = 943$ МПа, $K_{IC} = 142$ МПа $\sqrt{\text{м}}$. На основі цього побудували залежність (рис. 4, крива 1) періоду докритичного росту тріщини від її початкового розміру і виявили таке: що більший початковий розмір тріщини, то менший період її докритичного росту.

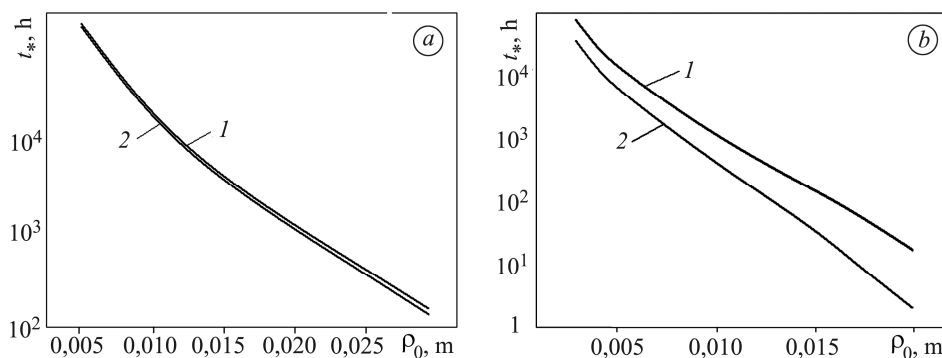


Рис. 4. Залежність періоду докритичного росту тріщини від її початкового розміру: $a - p = 570$; $b - 770$ МПа.

Fig. 4. Dependence of the period of subcritical crack growth on its initial size: $a - p = 570$; $b - 770$ МПа.

Розглянемо інший випадок, трактуючи тріщину як дефект малого розміру. На основі вище викладеного період $t = t_*$ докритичного її росту визначаємо з допомогою математичної моделі (16), (17). Як і в попередньому випадку, розв'язок такої задачі пов'язаний зі значними математичними труднощами. Тому чинимо аналогічно, застосовуючи метод еквівалентних площ. У результаті математичну модель (16), (17) наближено зводимо до вигляду

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{A_{2t}[\delta_t(\rho)\delta_C^{-1}]^m}{1 - \delta_t(\rho)\delta_C^{-1}}, \quad (24)$$

$$t = 0, \rho(0) = \rho_0 = \sqrt{a_0 b_0}; \quad t = t_*, \rho(t_*) = \rho_*.$$

При цьому величину $\delta_t(\rho)$ для плоских тріщин шукаємо наближено за відомою [14] формулою:

$$\delta_t(\rho) = \frac{K_I^2(1 - \nu^2)}{\sigma_t E(1 - p^2 \sigma_t^{-2})^{0,25}}, \quad K_I = 0,66 p \sqrt{\pi \rho}, \quad (25)$$

де ν – коефіцієнт Пуассона.

Підставляючи вираз (25) в (24), для визначення періоду докритичного росту малої тріщини високотемпературної повзучості отримаємо остаточно таку математичну модель:

$$\frac{d\rho}{dt} = A_{2t} \left[\frac{0,77 p^2 \rho(1 - \nu^2)}{K_{IC}^2 (1 - p^2 \sigma_t^{-2})^{0,25}} \right]^m \cdot \left[1 - \frac{0,77 p^2 \rho K_{IC}^{-2} (1 - \nu^2)}{K_{IC}^2 (1 - p^2 \sigma_t^{-2})^{0,25}} \right]^{-1}, \quad (26)$$

$$t = 0, \rho(0) = \rho_0 = \sqrt{a_0 b_0}; \quad t = t_*, \rho(t_*) = \rho_*.$$

Інтегруючи рівняння (26) за початкової і кінцевої умов з урахуванням викладеного вище, побудували (рис. 4, крива 2) залежність періоду t_* докритичного її росту від початкового розміру ρ_0 .

Як бачимо, за малих значень параметра навантаження p величина K_I мала, а отже, і зона передруйнування біля контуру тріщини (макротріщина). Тоді залежності періодів $t = t_*$ її докритичного росту від зміни початкового її розміру ρ_0 майже збігаються (див. рис. 4a). Це свідчить про те, що для макротріщин моделі (16)–(19) ідентичні. За великих значень параметра навантаження p (див. рис. 4b) криві 1 і 2 відрізняються. Це означає, що зона передруйнування велика і умова автотемпературності для поширення таких тріщин порушується, тобто це не макротріщина, і тому застосовувати розрахункову модель (18), (19) тут некоректно.

ВИСНОВКИ

Сформульована розрахункова модель (диференціальне рівняння з початковими і кінцевими умовами) визначення періоду докритичного росту малих плоских тріщин високотемпературної повзучості в елементах конструкцій. Запропоновані також формули наближеного визначення розкриття зони передруйнування через коефіцієнт інтенсивності напружень і усереднене значення навантаження елемента конструкції. Для ефективного наближеного розв'язку задачі застосовано узагальнений для деформаційних параметрів метод еквівалентних площ. На основі розв'язку задачі про поширення в півпросторі півеліптичної тріщини високотемпературної повзучості встановлено, що для коректного застосування розрахункової моделі в коефіцієнтах інтенсивності напружень необхідно виконати умови автотемпературності.

1. *Taira S., Ohtani R., and Kitamura T.* Application of J-integral to high-temperature crack propagation: part I – creep crack growth // *J. of Eng. and Mat. Techn.* – 1979. – **101**. – P. 154–161.
2. *Андрейків О. Є., Сас Н. Б.* Механіка руйнування металічних пластин при високотемпературній повзучості // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2006. – **42**, № 2. – С. 62–68.
(*Andreikiv O. E. and Sas N. B.* Fracture mechanics of metallic plates under the conditions of high-temperature creep // *Materials Science.* – 2006. – **42**, № 2. – P. 210–219.)
3. *Андрейків О. Є., Сас Н. Б.* Докритичний ріст плоскої тріщини в тривимірному тілі за високотемпературної повзучості // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2008. – **44**, № 2. – С. 19–26.
(*Andreikiv O. E. and Sas N. B.* Subcritical growth of a plane crack in a three-dimensional body under the conditions of high-temperature creep // *Materials Science.* – 2008. – **44**, № 2. – P. 163–174.)
4. *Андрейків О. Є., Сас Н. Б.* Міцність тонкостінних елементів конструкцій з тріщинами під час повзучості // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2007. – **43**, №2. – С. 33–39.
(*Andreikiv O. E. and Sas N. B.* Strength of thin-walled structural elements with cracks under the conditions of creep // *Materials Science.* – 2007. – **43**, № 2. – P. 174–182.)
5. *Ritchie R. O. and Suresh S.* Mechanics and physics of the growth of small cracks // *AGARD Conf. Proc.* – 1983. – № 328. – P. 1.1–1.14.
6. *Andreikiv O. E., Shtayura N. S., and Yarema R. Ya.* Energy-based approach to evaluation of short fatigue crack growth rate in plates // *Strength of Mater.* – 2017. – **49**, № 6. – P. 778–787.
7. *Оцінювання залишкового ресурсу тонкостінних елементів конструкцій з короткими корозійно-втомними тріщинами / О. Є. Андрейків, А. Р. Лисик, Н. С. Штаюра, А. В. Бабій // Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2017. – **53**, № 4. – С. 84–90.
(*Evaluation of the residual service life of thin-walled structural elements with short corrosion-fatigue cracks / O. E. Andreikiv, A. R. Lysyk, N. S. Shtayura, and A. V. Babii // Materials Science.* – 2018. – **53**, № 4. – P. 514–521.)
8. *Андрейків О. Є., Долінська І. Я., Яворська Н. В.* Оцінка періодів зародження і поширення повзучо-втомних тріщин в тонкостінних елементах конструкцій // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2011. – **47**, № 3. – С. 7–15.
(*Andreikiv O. E., Dolins'ka I. Ya., and Yavors'ka N. V.* Estimation of the periods of initiation and propagation of creep-fatigue cracks in thin-walled structural elements // *Materials Science.* – 2011. – **47**, № 3. – P. 273–283.)
9. *Андрейків О. Є., Лесів Р. М., Долінська І. Я.* Залежність періодів докритичного росту повзучо-втомної тріщини від періоду циклу навантаження // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2009. – **45**, № 4. – С. 31–38.
(*Andreikiv O. E., Lesiv R. M., and Dolins'ka I. Ya.* Dependence of the period of subcritical growth of a creep fatigue crack on the duration of loading cycles // *Materials Science.* – 2009. – **45**, № 4. – P. 494–503.)
10. *Шата М., Терлецька З. О.* Енергетичний підхід у механіці втомного поширення макротріщини. Механіка руйнування і міцність конструкцій. – Львів: Каменяр, 1999. – Вип. 2. – С. 141–148.
11. *McMeeking R. M.* Finite deformation analysis of crack tip opening in elastic-plastic materials and implications for fracture // *J. Mech. and Phys. Solids.* – 1977. – **25**, № 5. – P. 357–381.
12. *Саврук М. П.* Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами. – К.: Наук. думка, 1988. – 620 с.
13. *Fuji A. and Kitagawa M. A.* Comparison of creep crack growth behaviour in nickel based super Alloy with low Alloy steel // *Advances in fracture resistance and structural integrity: Selected papers from the 8th Int. Conf. on Fracture (ICF 8) (Kiev, 8–14 June, 1993).* – Pergamon, 1994. – P. 487–495.
14. *Yadzhak N.* Generalization of the equivalent area method for the case of short fatigue cracks in a three-dimensional body // *Visnyk of the Lviv University. Series Mechanics and Mathematics.* – 2020. – № 89. – С. 134–141.

Одержано 01.06.2020