

УДК 539.3

КОНТАКТ БЕРЕГІВ МІЖФАЗНОЇ ТЕПЛОІЗОЛЬОВАНОЇ ЩІЛИНИ ЗА ТЕРМОМЕХАНІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Х. І. СЕРЕДНИЦЬКА, Р. М. МАРТИНЯК

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Досліджено термопружну поведінку різномірного біматеріалу з міжфазною щілиною, береги якої контактують по краях під дією стискальних зусиль і однорідного теплового потоку. Задачу термопружності зведено до системи сингулярних інтегродиференціальних рівнянь для стрибків температури та переміщень на її берегах. Систему цих рівнянь розв'язано для термоізоляованої щілини. Проаналізовано зміну ділянки контакту берегів щілини у біматеріалі з нержавної сталі і сплаву нікелю. Визначено розподіл контактного тиску берегів щілини, залежність висоти щілини і довжини ділянки контакту її берегів від стискальних зусиль і теплового потоку.

Ключові слова: міжфазна щілина, різномірний біматеріал, контакт берегів, термомеханічне навантаження.

The thermoelastic behavior of heterogeneous bimaterial with an interface crack, the edges of which are in contact under the action of compressive forces and homogeneous heat flow, is investigated. The problem of thermoelasticity is reduced to a system of singular integro-differential equations for temperature jumps and displacements on the cracks faces. The system of singular integro-differential equations is solved for the case of a thermally insulated crack. The change of the contact zone of crack faces is analyzed for the bi-material consisting of a stainless steel and a nickel alloy. The dependence of the crack height and the length of the contact zone of crack faces on the compressive force and the heat flow is determined.

Keywords: interphase gap, heterogeneous bimaterial, contact of faces, thermomechanical loading.

Вступ. На міжфазній поверхні біматеріалу часто виникають різного роду дефекти, які зумовлюють додатковий розподіл напружень і пришвидшують втрату міцності матеріалу під дією силових і теплових чинників. Задачі термопружності для біматеріальних тіл з тріщинами розв'язані з урахуванням механічного і теплового контакту їх берегів [1–3]. Повний контакт берегів міжфазних тріщин вивчено раніше [4], а термопружну їх поведінку досліджено з урахуванням довжини прикінцевих ділянок контакту [5]. Для повністю розкритих та частково закритих тріщин побудовано модель неідеального теплового їх контакту, де взято до уваги сталій та змінний термоопір [6–8]. На її основі досліджено вплив міжфазної тріщини і контакту її берегів на термопружну поведінку окремого класу біматеріальних тіл, параметр Дандерса [9] яких дорівнює нулю, що справджується, коли серед чотирьох пружних сталей поєднаних компонентів тіла (коефіцієнтів Пуассона і модулів Юнга) одна залежить від трьох інших. Тоді стрибок горизонтальних переміщень берегів тріщини не впливає на її розкриття, що значно спрощує розв'язування відповідних задач теплопровідності і термопружності. Нижче досліджено біматеріал з ненульовим параметром Дандерса, компоненти якого мають різні і незалежні механічні характеристики, з міжфазною термоізоляованою

щілиною змінної висоти і вивчено термомеханічну поведінку такої структури з урахуванням контакту берегів щілини по краях. Числові розрахунки виконано для біматеріалу зі сплаву нікелю та нержавної сталі.

Формулювання задачі. Розглянемо плоску деформацію біматеріальної площини (у декартовій системі координат xOy), яка складається з двох різних матеріалів, властивості яких описують коефіцієнти Пуассона (ν_1, ν_2), модулі зсуву (G_1, G_2), коефіцієнти лінійного теплового розширення (α_1, α_2) і теплопровідності (λ_1, λ_2). На межі з'єднання матеріалів розташована міжфазна щілина завдовжки $2a$ з початковою висотою $h_0(x)$, береги якої плавно змикаються в її крайніх точках ($h_0'(\pm a) = 0$) (рис. 1) і теплоізолювані. На нескінченності біматеріал підданий дії стискальних зусиль p і стаціонарного однорідного теплового потоку q , перпендикулярних до міжфазної лінії $y = 0$, а також до кожної з півплощин D_1 і D_2 у напрямку, паралельному осі Ox , прикладено напруження S_1 і S_2 , які компенсують поздовжню деформацію і глобальне викривлення спряжених тіл, зумовлених зусиллями p і потоком q відповідно [8]. Під дією стискальних зусиль береги щілини контактують на ділянках $x \in [-a, -b] \cup [b, a]$, довжина яких задалегідь невідома. Поза щілиною відбувається ідеальний механічний і тепловий контакт компонентів біматеріалу.

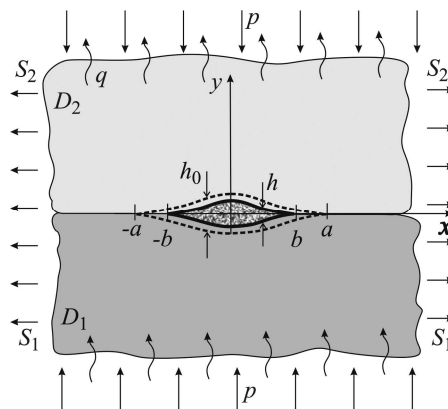


Рис. 1. Схема біматеріальної площини з міжфазною щілиною.

Fig. 1. A scheme of the bimaterial plane with an interface crack.

її крайніх точках ($h_0'(\pm a) = 0$) (рис. 1) і теплоізолювані. На нескінченності біматеріал підданий дії стискальних зусиль p і стаціонарного однорідного теплового потоку q , перпендикулярних до міжфазної лінії $y = 0$, а також до кожної з півплощин D_1 і D_2 у напрямку, паралельному осі Ox , прикладено напруження S_1 і S_2 , які компенсують поздовжню деформацію і глобальне викривлення спряжених тіл, зумовлених зусиллями p і потоком q відповідно [8]. Під дією стискальних зусиль береги щілини контактують на ділянках $x \in [-a, -b] \cup [b, a]$, довжина яких задалегідь невідома. Поза щілиною відбувається ідеальний механічний і тепловий контакт компонентів біматеріалу.

Контактно-крайові умови задачі:

на ділянках контакту берегів щілини $y = 0, x \in [-a, -b] \cup [b, a]$

$$q_y^+(x, 0) = q_y^-(x, 0) = 0; \quad v^+(x, 0) = v^-(x, 0),$$

$$\sigma_y^+(x, 0) = \sigma_y^-(x, 0); \quad \tau_{xy}^+(x, 0) = \tau_{xy}^-(x, 0) = 0;$$

на розкритій ділянці щілини $y = 0, x \in [-b, b]$

$$q_y^+(x, 0) = q_y^-(x, 0) = 0; \quad \sigma_y^+(x, 0) = \sigma_y^-(x, 0) = 0; \quad \tau_{xy}^+(x, 0) = \tau_{xy}^-(x, 0) = 0;$$

на ділянках з'єднання півплощин $y = 0, |x| > a$

$$T^-(x, 0) = T^+(x, 0), \quad q_y^+(x, 0) = q_y^-(x, 0); \quad u^+(x, 0) = u^-(x, 0),$$

$$v^+(x, 0) = v^-(x, 0); \quad \sigma_y^+(x, 0) = \sigma_y^-(x, 0), \quad \tau_{xy}^+(x, 0) = \tau_{xy}^-(x, 0).$$

На нескінченності в кожній з півплощин $D_n, n = 1, 2$

$$q_y(x, \pm\infty) = q, \quad q_x(\pm\infty, y) = 0, \quad \sigma_y(x, \pm\infty) = p,$$

$$\tau_{xy}(x, \pm\infty) = \tau_{xy}(\pm\infty, y) = 0, \quad \sigma_{x_1}(\pm\infty, y) = S_1, \quad \sigma_{x_2}(\pm\infty, y) = S_2.$$

Тут T – температура; q_x, q_y – компоненти вектора теплового потоку; u, v – компоненти вектора переміщень; $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ – компоненти тензора напружень;

$S_n = \frac{2G_n \eta_n q}{(1-v_n)} y + \frac{v_n p}{(1-v_n)}$, $\eta_n = \frac{\alpha_n (1+v_n)}{\lambda_n}$ – термічна дистортивність матеріалу

півплощин D_n , $n=1,2$. Індексми “+” і “-” позначено граничні значення величин у верхній і нижній півплощинах відповідно.

Метод розв’язування задачі. Використовуючи метод комплексних потенціалів та методику, подану у праці [8], сформульовану задачу термопружності звели до нелінійної системи сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь відносно стрибків температури $\gamma(x) = T^-(x) - T^+(x)$, дотичних переміщень $U(x,0) = u^-(x,0) - u^+(x,0)$ та висоти щілини $h(x) = h_0(x) + v^+ - v^-$:

$$-\frac{\lambda}{2\pi} \int_{-a}^a \frac{\gamma'(t)}{t-x} dt = q, \quad |x| < a, \quad (1)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-b}^b \frac{h'(t)}{t-x} dt + \lambda \eta_3 \gamma(x) + \beta U'(x) = G^* p + \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{h_0'(t)}{t-x} dt, \quad |x| < b, \quad (2)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{U'(t)}{t-x} dt - \lambda \eta_4 \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\gamma(t)}{t-x} dt - \beta h'(x) + \beta h_0'(x) = 0, \quad |x| < a, \quad (3)$$

де $\gamma(\pm a) = 0$; $U(\pm a) = 0$; $h(\pm b) = 0$; $\lambda = \frac{2\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$; $\beta = \frac{G_2(1-\kappa_1) - G_1(1-\kappa_2)}{G_2(1+\kappa_1) + G_1(1+\kappa_2)}$;

$\eta_3 = \frac{(G_2 + G_1 \kappa_2) \eta_2 - (G_1 + G_2 \kappa_1) \eta_1}{G_2(1+\kappa_1) + G_1(1+\kappa_2)}$; $\eta_4 = \frac{(G_2 + G_1 \kappa_2) \eta_2 + (G_1 + G_2 \kappa_1) \eta_1}{G_2(1+\kappa_1) + G_1(1+\kappa_2)}$;

$G^* = \frac{(G_2 + G_1 \kappa_2)(G_1 + G_2 \kappa_1)}{G_1 G_2 (G_2(1+\kappa_1) + G_1(1+\kappa_2))}$, $\kappa_n = 3 - 4v_n$, $n=1,2$.

Невідому довжину ділянки контакту визначено з умови плавного змикання берегів щілини:

$$h'(\pm b) = 0. \quad (4)$$

Рівняння (1) має аналітичний розв’язок [8]:

$$\gamma(x) = \frac{2q}{\lambda} \sqrt{a^2 - x^2}. \quad (5)$$

З рівняння (3) знаходимо похідну від стрибка горизонтальних переміщень $U(x)$ через стрибок температури $\gamma(x)$ та висоту щілини $h(x)$:

$$U'(x) = \lambda \eta_4 \left(\gamma(x) - \frac{1}{\pi \sqrt{a^2 - x^2}} \int_{-a}^a \gamma(t) dt \right) - \frac{\beta}{\pi \sqrt{a^2 - x^2}} \int_{-a}^a \frac{\sqrt{a^2 - t^2} (h'(t) - h_0'(t))}{t-x} dt. \quad (6)$$

Підставляючи останнє у рівняння (2), отримуємо сингулярне інтегро-диференціальне рівняння для висоти щілини $h(x)$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-b}^b \frac{\left[1 - \beta^2 \frac{\sqrt{a^2 - t^2}}{\sqrt{a^2 - x^2}} \right] h'(t)}{t - x} dt + \lambda (\eta_4 \beta + \eta_3) \gamma(x) - \frac{\lambda \beta \eta_4}{\pi \sqrt{a^2 - x^2}} \int_{-a}^a \gamma(t) dt =$$

$$= G^* p + \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\left[1 - \beta^2 \frac{\sqrt{a^2 - t^2}}{\sqrt{a^2 - x^2}} \right] h'_0(t)}{t - x} dt, \quad |x| < b, \quad (7)$$

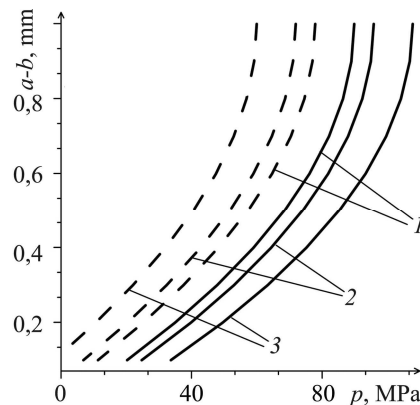
яке з урахуванням виразу (5) розв'язуємо методом колокацій [10]. Зауважимо, що тут параметр b входить нелінійно, а силове навантаження p – лінійно. Тому зручніше як невідомий вважати параметр p , а параметр b – відомим. Для числових розрахунків пропонуємо задати набір значень параметра b з можливого діапазону його зміни $0 < b \leq a$ та визначити з рівності (4) інтенсивність стискальних зусиль p , за яких ділянки контакту берегів щілини матимуть довжину $a - b$, а розкрита частина щілини досягне довжини $2b$.

Числові результати. Числові розрахунки виконали для біматеріалу з компонентами D_1 (сплав нікелю Ni200) та D_2 (нержавна сталь AISI 304). Характеристики матеріалів такі [11, 12]: $\nu_1 = 0,264$, $\nu_2 = 0,2532$, $G_1 = 80 \cdot 10^3$ МПа, $G_2 = 86 \cdot 10^3$ МПа, $\alpha_1 = 1,33 \cdot 10^{-5}$ 1/К, $\alpha_2 = 1,73 \cdot 10^{-5}$ 1/К, $\lambda_1 = 6,71 \cdot 10^{-2}$ W/(mm·K), $\lambda_2 = 1,63 \cdot 10^{-2}$ W/(mm·K), $\eta_1 = 0,2505 \cdot 10^{-3}$ mm/W і $\eta_2 = 1,3301 \cdot 10^{-3}$ mm/W, параметр Дандерса $\beta \approx -0,00448$. Довжина щілини $2a = 2$ mm, а її початкову висоту задає функція $h_0(x) = 0,001a \left(1 - (x/a)^2 \right)^{3/2}$.

Досліджували для двох напрямів теплового потоку: коли він скерований від матеріалу D_1 до матеріалу D_2 (рис. 2, 3, штрихові лінії), та від матеріалу D_2 до матеріалу D_1 (суцільні).

Рис. 2. Залежність довжини ділянки контакту $a-b$ від стискальних зусиль p для різних значень густини теплового потоку q : 1 – $q = 0,1$ W/mm²; 2 – 0,2; 3 – 0,3; суцільні лінії – Ni200 → AISI 304, штрихові – AISI 304 → Ni200.

Fig. 2. Dependence of the length of contact area $a-b$ on the compressive stresses p for different values of heat flow q : 1 – $q = 0.1$ W/mm²; 2 – 0.2; 3 – 0.3; solid curves – Ni200 → AISI 304, dashed – AISI 304 → Ni200.



Довжина ділянки контакту зростає зі збільшенням стискальних зусиль для двох напрямів теплового потоку (рис. 2). Зі збільшенням густини потоку, якщо він скерований від сплаву нікелю Ni200 до нержавної сталі AISI 304, вона змен-

шується. В іншому випадку збільшується. Для теплового потоку, скерованого від нержавної сталі AISI 304 до сплаву Ni200 щілина закривається повністю ($a-b=1$) за менших значень зусиль, ніж для протилежного напрямку потоку (рис. 2).

За фіксованої густини $q = 0,1 \text{ W/mm}^2$ зі збільшенням зусиль p одночасно зменшуються висота $h(x)$ і довжина відкритої ділянки щілини (рис. 3a). Висота досягає максимальних значень посередині щілини і завжди більша, ніж за теплового потоку від сплаву нікелю до нержавної сталі. Помітно збільшення різниці між довжиною зазору для двох протилежних напрямів теплового потоку з ростом зусиль. Наприклад, для $p = 75 \text{ MPa}$ ця різниця становить $0,2 \text{ mm}$, а для $p = 25 \text{ MPa}$ дорівнює $0,07 \text{ mm}$.

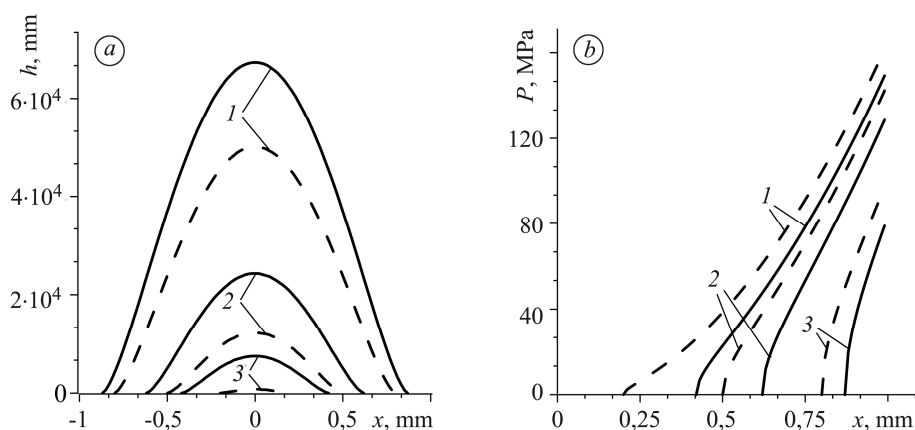


Рис. 3. Розподіл висоти щілини $h(x)$ (a) та контактної тиску $P(x)$ (b) за густини теплового потоку $q = 0,1 \text{ W/mm}^2$ та стискальних зусиль p :
1 – $p = 25 \text{ MPa}$; 2 – 57; 3 – 75; суцільні лінії – Ni200 → AISI 304,
штрихові – AISI 304 → Ni200.

Fig. 3. Distribution of the crack height $h(x)$ (a) and the contact pressure $P(x)$ (b) on the heat flow density $q = 0.1 \text{ W/mm}^2$ and the compressive stresses p :
1 – $p = 25 \text{ MPa}$; 2 – 57; 3 – 75; solid curves – Ni200 → AISI 304,
dashed – AISI 304 → Ni200.

Контактний тиск $P(x)$ берегів щілини суттєво зростає з підвищенням стискальних зусиль p (рис. 3b) і набуває більших значень для потоку, скерованого до сплаву нікелю Ni200.

ВИСНОВКИ

Досліджено термопружну поведінку різнорідного біматеріального тіла з міжфазною термоізолюваною щілиною з урахуванням контакту її берегів по краях. Сформульовану задачу термопружності зведено до системи сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь для стрибків температури та нормальних і дотичних переміщень берегів щілини. Запропоновано аналітично-числовий алгоритм розв'язування цієї системи. Проаналізовано часткове закриття міжфазної щілини у біматеріалі з нержавної сталі AISI 304 і сплаву Ni200. Встановлено залежність довжини ділянки контакту берегів щілини від стискальних зусиль, густини і напрямку теплового потоку. Проаналізовано зміну висоти щілини, контактної тиску зі збільшенням довжини ділянки контакту її берегів.

1. Кит Г. С., Кривцун М. Г. Плоские задачи термоупругости для тел с трещинами. – К.: Наук.думка, 1983. – 278 с.

2. *Matczynski M. and Sokolowski M.* Crack opening and closure under the action of mechanical and thermal loads // *Theor. Appl. Fract. Mech.* – 1989. – **11**. – P. 187–198.
3. *Кіт Г. С., Мартиняк Р. М.* Термопружність кусково-однорідного тіла із закритою міжфазною тріщиною при наявності контактної термоопору між її берегами // *Доп. НАН України.* – 1996. – № 10. – С. 84–88.
4. *Мартиняк Р. М.* Термонапружений стан біматеріалу із закритою міжфазною тріщиною з шорсткими поверхнями // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* – 2010. – **53**, № 1. – С. 71–79.
(*Martyniak R. M.* Thermal stress state of a bimaterial with a closed interfacial crack having rough surfaces // *J. of Math. Sci.* – 2011. – **176**, № 4. – P. 578–589.)
5. *Лобода В. В., Харун І. В.* Міжфазні тріщини з зонами контакту в анізотропному середовищі у полі віддаленого термомеханічного навантаження, зосереджених сил і теплових джерел // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* – 2003. – **46**, № 1. – С. 32–46.
6. *Мартиняк Р. М., Гончар Х. І., Нагалка С. П.* Моделювання термомеханічного закриття початково розкритої міжфазної тріщини, наділеної термоопором // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2003. – **39**, № 5. – С. 59–66.
(*Martyniak R. M., Honchar Kh. I., and Nahalka S. P.* Simulation of thermomechanical closure of an initially open interface crack with heat resistance // *Materials Science.* – 2003. – **39**, № 5. – P. 672–681.)
7. *Ефект часткового закриття міжфазної тріщини з теплопровідним заповнювачем і поверхневими плівками при дії на біматеріал термічного навантаження / Р. В. Гольдштейн, Г. С. Кіт, Р. М. Мартиняк, Х. І. Середницька // Мат. методи та фіз.-мех. поля.* – 2012. – **55**, № 4. – С. 64–73.
(*Effect of partial closure of an interface crack with heat-conducting filler and surface films in the case of thermal loading of a bimaterial / R. V. Goldstein, H. S. Kit, R. M. Martyniak, and Kh. I. Serednytska // J. Math. Sci.* – 2014. – **198**, № 1. – P. 75–86.)
8. *Мартиняк Р. М., Середницька Х. І.* Контактні задачі термопружності для міжфазних тріщин в біматеріальних тілах. – Львів: Растр-7, 2017. – 168 с.
9. *Schmauder S. and Meyer M.* Correlation Between Dundurs' Parameters and Elastic Constants // *Z. Metallkunde.* – 1992. – **83**. – P. 524–527.
10. *Габдулхаев Б. Г.* Прямые методы решения сингулярных интегральных уравнений первого рода. – Казань: Изд. Казанск. ун-та, 1994. – 288 с.
11. *ASM specialty handbook: nickel, cobalt, and their alloys / Ed. J. R. Davies.* – Materials Park, OH: ASM International, 2000. – 442 p.
12. *Engineering properties of steel / Ed. Ph. D. Harvey.* – Metals Park, OH: American Society for Metals, 1982. – 620 p.

Одержано 21.12.2020