

УДК 539.3:534.1

РОЗРАХУНКОВЕ ВИЗНАЧЕННЯ ЕФЕКТИВНИХ ХАРАКТЕРИСТИК РОЗСИЮВАННЯ ЕНЕРГІЇ В ШАРУВАТИХ КОМПОЗИТАХ

О. Л. ДЕРКАЧ, А. П. ЗІНЬКОВСЬКИЙ, К. В. САВЧЕНКО, Є. О. ОНИЩЕНКО

Інститут проблем міцності імені Г. С. Писаренка НАН України, Київ

Подано аналітичні співвідношення, отримані на основі системи гіпотез Фойгта–Рейсса, та уточнену модель (на основі енергетичного методу) для визначення ефективних характеристик розсіювання енергії в шаруватих композитах, що дало змогу отримати їх достовірні значення. Розроблена на основі енергетичного методу модель базується на скінченноелементному моделюванні представницького елемента об'єму композита та прирівнюванні енергії його циклічного деформування до енергії квазі-однорідного об'єму матеріалу. Порівняно розрахункові залежності відносного розсіювання енергії від об'ємної частки вуглецевих та скляних волокон в епоксидній матриці з відомими експериментальними результатами.

Ключові слова: *розсіювання енергії, композитний матеріал, представницький елемент об'єму, ефективні модулі, метод скінченних елементів.*

Analytical relations, based on the Voigt–Reiss hypotheses system and the energy method for determining the effective characteristics of energy dissipation in layered composites, are presented. According to the results of numerical studies, it is shown that the combined use of Voigt–Reiss hypotheses allows obtaining their reliable values. The developed model for the energy method is based on the finite element modelling of the representative volume element of the layered composite and equating its cyclic deformation energy to the energy of the quasi-homogeneous material volume. Obtained dependences of the specific damping capacity on the volume fraction of the carbon and glass fibres in the epoxy matrix are compared with the known experimental data to confirm their reliability.

Keywords: *energy dissipation, composite material, representative volume element, effective moduli, finite element method.*

Вступ. Одним із ефективних способів забезпечення вібраційної надійності конструктивних елементів машин, які експлуатують за динамічних навантажень (зокрема, гібридні насосні штанги нафтодобувних колон [1]), є використання матеріалів з високою здатністю розсіювати енергію. Насамперед це композитні матеріали (КМ), які за оптимального вибору параметрів структури мають високі дисипативні властивості [2–4]. Серед відомих структур найпростішою є шарувата або армована паралельними пластинчастими включеннями. Причому жорсткі несучі прошарки з гетерогенною структурою забезпечують міцність КМ, а податливі – необхідне розсіювання енергії за його циклічного деформування.

Характеристики розсіювання енергії є вихідними даними для аналізу коливань неконсервативних механічних систем, зокрема, під час аналізу їх пасивного та активного демпфування [5]. Крім того, їх можна використовувати для обґрунтування вібродіагностичного критерію пошкодженості конструктивних елементів з КМ за втратами енергії внаслідок тертя під час контактування берегів мікротріщин чи появи розшарувань у композиті [6].

Свідченням достовірності створюваних моделей КМ є їх узгодженість з експериментальними результатами щодо розсіювання енергії в матеріалах [3, 7]. Але

Контактна особа: А. П. ЗІНЬКОВСЬКИЙ, e-mail: zinkovskii@ipp.kiev.ua

дані, отримані на зразках, характеризують усереднене значення розсіювання енергії, що перешкоджає його аналізу в окремих компонентах КМ та точно враховувати розподіл напружень і деформацій в об'ємі. Звідси виникає потреба в розрахунковому аналізі і прогнозуванні характеристик розсіювання енергії. Для цього використовують концепцію так званих ефективних модулів пружності [8], які для в'язкопружних матеріалів є комплексними величинами [9–12]. Їх визначають наближеними методами (на основі гіпотез однорідності напружень і деформацій в гетерогенному матеріалі) [10, 13] та уточненими, зокрема енергетичним [11, 14, 15]. Згідно з цим методом, ефективні модулі пружності визначають за рівності енергії деформацій представницького і еквівалентного квазіоднорідного елементів об'єму. Проте внаслідок залежності характеристик розсіювання енергії в полімерних КМ від частоти їх циклічного деформування, наближені методи ефективніші (через економію обчислювальних ресурсів). Найпростішими для побудови моделей КМ є гіпотези Фойгта і Рейсса [8, 16], згідно з якими, деформації і напруження в об'ємі вважають сталими. Послідовне їх застосування дає змогу знайти відповідно верхні та нижні межі значень ефективних модулів пружності КМ, а сумісне – встановити їх точні значення для шаруватої структури [17]. Однак методи визначення точних значень ефективних характеристик розсіювання енергії шаруватих КМ є малодосліджені.

Мета роботи – розробити моделі розсіювання енергії в шаруватому КМ на основі комбінації гіпотез Фойгта і Рейсса та обґрунтувати їх достовірність енергетичним методом за допомогою скінченноелементної (СЕ) моделі представницького елемента об'єму КМ.

Методи визначення ефективних характеристик розсіювання енергії в шаруватих композитах. Задачу вирішено з використанням системи гіпотез Фойгта–Рейсса та енергетичного методу шляхом скінченноелементного моделювання представницького елемента об'єму (ПЕО) композита з прирівнюванням енергії його циклічного деформування, визначеної за характерних граничних умов, з енергією умовного квазіоднорідного об'єму КМ.

Основні положення методу, який базується на системі гіпотез Фойгта–Рейсса. Розглянемо композит, який складається із ідеально з'єднаних паралельних шарів в'язкопружного матеріалу. Співвідношення між напруженнями і деформаціями для k -го шару подамо у частотних зображеннях Фур'є, що для в'язкопружних матеріалів із довільною залежністю комплексних модулів від частоти ω циклічного деформування має чітке фізичне обґрунтування [9, 10]:

$$\hat{\sigma}_{ij}^{(k)}(\omega) = \hat{C}_{ijmn}^{(k)}(\omega) \hat{\epsilon}_{mn}^{(k)}(\omega) \quad (i, j = 1, 2, 3; m, n = 1, 2, 3), \quad (1)$$

де $\hat{C}_{ijmn}^{(k)}(\omega) = \hat{C}_{ijmn}'^{(k)}(\omega) + i\hat{C}_{ijmn}''^{(k)}(\omega)$ – тензор комплексних частотно-залежних модулів пружності k -го шару композита, який визначають за допомогою його дійсної $\hat{C}_{ijmn}'^{(k)}$ та уявної $\hat{C}_{ijmn}''^{(k)}$ частин; $i = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця.

В основу методу визначення ефективних характеристик матеріалів покладено принцип макроскопічної гомогенності [8]. Згідно з ним, в гетерогенному середовищі періодичної структури можна виділити елемент об'єму V (рис. 1), який належить до прямокутної системи координат $x_1x_2x_3$ [17]. Його характеристики в середньому визначають властивості неоднорідного матеріалу. Для шаруватих КМ умови однорідності деформацій і напружень формулюють на основі гіпотез Фойгта і Рейсса, відповідно. Однак за використання гіпотези Фойгта напруження не задовольняють умову рівноваги, а деформації за гіпотезою Рейсса – умови неперервності. Покажемо, що комбінація обох гіпотез для шаруватого КМ дає можливість одержати систему рівнянь для визначення точних значень ефективних

комплексних модулів пружності. Залежності для середніх за об'ємом компонентів тензора зображень Фур'є для напружень $\langle \hat{\sigma}_{ij} \rangle$ та деформацій $\langle \hat{\epsilon}_{mn} \rangle$ подамо так:

$$\begin{aligned} \langle \hat{\sigma}_r \rangle &= \sum_k v_k \hat{\sigma}_r^{(k)}, & \langle \hat{\epsilon}_s \rangle &= \sum_k v_k \hat{\epsilon}_s^{(k)}; \\ \langle \hat{\epsilon}_r \rangle &= \hat{\epsilon}_r^{(k)}, & \langle \hat{\sigma}_s \rangle &= \hat{\sigma}_s^{(k)} \quad (r=11,33,12; s=13,23,33), \end{aligned} \quad (2)$$

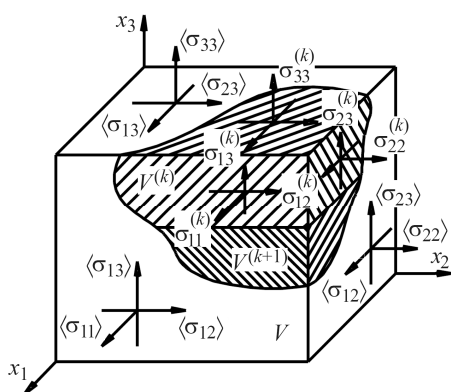


Рис. 1. Елемент об'єму шаруватого композита.

Fig. 1. Volume element of the layered composite.

компоненти якого визначали за заданими комплексними пружними сталими (1) для k -го шару композита і кожного значення частоти ω циклічного деформування КМ за формулами

$$\begin{aligned} \hat{C}_{rr} &= \sum_k v_k \left(\hat{C}_{rr}^{(k)} - \hat{C}_{rs}^{(k)} \hat{C}_{ss}^{(k)-1} \hat{C}_{sr}^{(k)} \right) + \hat{C}_{rs} \hat{C}_{ss} \hat{C}_{sr}, \\ \hat{C}_{rs} &= \sum_k v_k \hat{C}_{rs}^{(k)} \hat{C}_{ss}^{(k)-1} / \sum_k v_k \hat{C}_{ss}^{(k)-1}, & \hat{C}_{ss} &= 1 / \sum_k v_k \hat{C}_{ss}^{(k)-1} \end{aligned} \quad (4)$$

($r=11,33,12; s=13,23,33$).

Енергетичний метод визначення ефективних характеристик. Щоб перевірити достовірність аналітичних співвідношень (4), ефективні комплексні модулі шаруватого КМ визначали також енергетичним методом. Для цього в КМ з регулярною структурою виділено ПЕО (рис. 2). Його усереднені характеристики за типових граничних умов під час роботи в елементі конструкції відповідають таким для всього КМ [8]. Для такого елемента розв'язано крайові задачі, кількість яких збігається з числом незалежних компонентів тензора комплексних модулів пружності матеріалу. Їх отримано через прирівнювання усередненої за об'ємом енергій циклічного деформування ПЕО \hat{W}_{ijmn} і умовного квазіоднорідного елемента об'єму матеріалу $\hat{W}_{ijmn}^{(0)}$. Покажемо, що визначені таким методом характеристики розсіювання енергії в ПЕО із достатньою точністю описують дисипативні властивості всього КМ.

Як і для моделі на основі системи гіпотез Фойгта-Рейсса, розглянемо двокомпонентний шаруватий композит. Припустимо, що елемент об'єму армувального елемента (V_f) розташовано між двома шарами матеріалу матриці (V_m). При цьому ПЕО має вигляд прямокутного паралелепіпеда зі сторонами l_1 , l_2 та l_3

де $v_k = V^{(k)} / V$ – об'ємна частка k -го шару в КМ. Тут і далі компоненти тензора комплексних модулів пружності, а також частотні зображення Фур'є тензорів напружень і деформацій записано без аргумента ω .

Для розв'язування системи рівнянь (2) застосуємо принцип пружно-в'язкопружної відповідності [8] і одержимо співвідношення між середніми за об'ємом значеннями частотних зображень тензорів напружень і деформацій:

$$\langle \hat{\sigma}_{ij} \rangle = \hat{C}_{ijmn} \langle \hat{\epsilon}_{mn} \rangle, \quad (3)$$

де $\hat{C}_{ijmn} = C'_{ijmn} + iC''_{ijmn}$ – тензор ефективних комплексних модулів пружності,

вздовж осей x_1 , x_2 та x_3 відповідно (рис. 2). Під час розрахункових досліджень розміри l_2 і l_3 прийняли одиничними, а l_1 – значно меншим, що дало змогу скоротити обсяги обчислень.

Комплексне значення потенційної енергії $\hat{W}_{ijmn}^{(0)}$ циклічної деформації умовного квазіоднорідного елемента об'єму матеріалу визначили у частотному просторі інтегральних перетворень Фур'є за формулою, до якої входять шукані компоненти тензора ефективних комплексних модулів \hat{C}_{ijmn} :

$$\hat{W}_{ijmn}^{(0)} = \frac{1}{2} \hat{C}_{ijmn} \langle \hat{\epsilon}_{ij} \rangle \overline{\langle \hat{\epsilon}_{mn} \rangle}, \quad (5)$$

де $\langle \hat{\epsilon}_{ij} \rangle$ і $\overline{\langle \hat{\epsilon}_{mn} \rangle}$ – частотне зображення Фур'є тензора деформацій квазіоднорідного елемента об'єму та його комплексне спряження, відповідно.

Для визначення комплексних значень потенційної енергії $\hat{W}_{ijmn}^{(0)}$ ($i = j$; $m = n$; $ij = mn$)

за деформації квазіоднорідного елемента об'єму вздовж його осей x_1 , x_2 та x_3 відповідні вектори тензора деформацій мають вигляд

$$\begin{aligned} \langle \hat{\epsilon}_{11} \rangle &= \{u_0/l_1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0\}^T; \quad \langle \hat{\epsilon}_{22} \rangle = \{0 \ u_0/l_2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0\}^T; \\ \langle \hat{\epsilon}_{33} \rangle &= \{0 \ 0 \ u_0/l_3 \ 0 \ 0 \ 0\}^T, \end{aligned} \quad (6)$$

для $\hat{W}_{ijmn}^{(0)}$ ($i = j$; $m = n$; $ij \neq mn$) за двовісного циклічного деформування композита вектори у виразі (5) такі:

$$\langle \hat{\epsilon}_{23} \rangle = \langle \hat{\epsilon}_{22} \rangle + \langle \hat{\epsilon}_{33} \rangle; \quad \langle \hat{\epsilon}_{13} \rangle = \langle \hat{\epsilon}_{11} \rangle + \langle \hat{\epsilon}_{33} \rangle; \quad \langle \hat{\epsilon}_{12} \rangle = \langle \hat{\epsilon}_{11} \rangle + \langle \hat{\epsilon}_{22} \rangle, \quad (7)$$

а за циклічних деформацій зсуву ($i \neq j$; $m \neq n$; $ij = mn$) –

$$\begin{aligned} \langle \hat{\epsilon}_{23} \rangle &= \{0 \ 0 \ 0 \ 2u_0(1/l_2 + 1/l_3) \ 0 \ 0\}^T; \quad \langle \hat{\epsilon}_{13} \rangle = \{0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2u_0(1/l_1 + 1/l_3) \ 0\}^T; \\ \langle \hat{\epsilon}_{12} \rangle &= \{0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2u_0(1/l_1 + 1/l_2)\}^T, \end{aligned} \quad (8)$$

де u_0 – амплітуда переміщень за циклічного деформування елемента об'єму композита; \top – знак транспонування.

Для розв'язання крайових задач (табл. 1) циклічного деформування ПЕО побудували його СЕ модель. Вона складається з N підобластей – 8-вузлових скінченних елементів (e) у формі паралелепіпедів об'ємом V_e кожний. За результатом розв'язку сформульованих крайових задач для відповідних граничних умов (табл. 1) обчислили комплексні значення потенційної енергії деформації скінченних елементів $\hat{W}_{ijmn}^{(e)}$. За сумою їх середніх значень за об'ємами елементів визначили усереднене комплексне значення потенційної енергії деформації ПЕО:

$$\hat{W}_{ijmn} = \frac{1}{N} \sum_{e=1}^N \frac{1}{V_e} \hat{W}_{ijmn}^{(e)}. \quad (9)$$

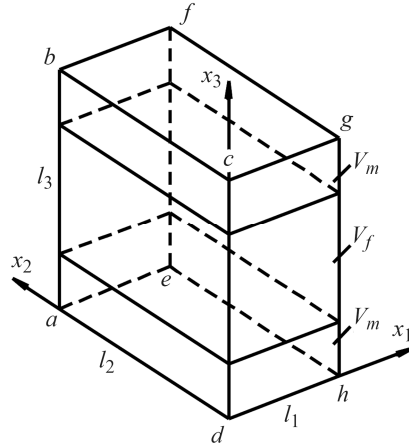


Рис. 2. Представницький елемент об'єму шаруватого композита.

Fig. 2. Representative volume element of the layered composite.

Таблиця 1. Граничні умови для визначення комплексних значень потенційної енергії \hat{W}_{ijmn} циклічного деформування представницького елемента об'єму КМ

Тип деформації	\hat{W}_{ijmn}	Поверхня представницького елемента об'єму (рис. 2)					
		<i>abcd</i>	<i>efgh</i>	<i>dcgh</i>	<i>abfe</i>	<i>aehd</i>	<i>bfgc</i>
Одноісний розтяг-стиск	\hat{W}_{1111}	$u_1 = 0$	$u_1 = u_0$	$u_2 = 0$	$u_2 = 0$	$u_3 = 0$	$u_3 = 0$
	\hat{W}_{2222}	$u_1 = 0$	$u_1 = 0$	$u_2 = 0$	$u_2 = u_0$	$u_3 = 0$	$u_3 = 0$
	\hat{W}_{3333}	$u_1 = 0$	$u_1 = 0$	$u_2 = 0$	$u_2 = 0$	$u_3 = 0$	$u_3 = u_0$
Двоісний розтяг-стиск	\hat{W}_{1122}	$u_1 = 0$	$u_1 = u_0$	$u_2 = 0$	$u_2 = u_0$	$u_3 = 0$	$u_3 = 0$
	\hat{W}_{1133}	$u_1 = 0$	$u_1 = u_0$	$u_2 = 0$	$u_2 = 0$	$u_3 = 0$	$u_3 = u_0$
	\hat{W}_{2233}	$u_1 = 0$	$u_1 = 0$	$u_2 = 0$	$u_2 = u_0$	$u_3 = 0$	$u_3 = u_0$
Зсув	\hat{W}_{2323}	$u_1 = 0$	$u_1 = 0$	$u_3 = -u_0$	$u_3 = u_0$	$u_2 = -u_0$	$u_2 = u_0$
	\hat{W}_{1313}	$u_3 = -u_0$	$u_3 = u_0$	$u_2 = 0$	$u_2 = 0$	$u_1 = -u_0$	$u_1 = u_0$
	\hat{W}_{1212}	$u_2 = -u_0$	$u_2 = u_0$	$u_1 = -u_0$	$u_1 = u_0$	$u_3 = 0$	$u_3 = 0$

Примітка: u_1 , u_2 та u_3 – переміщення поверхні ПЕО вздовж осей x_1 , x_2 та x_3 , відповідно; u_0 – амплітуда переміщень за циклічного деформування елемента об'єму.

Умова рівності комплексних значень потенційної енергії деформації квазіоднорідного (5) і представницького (9) елементів об'єму КМ має вигляд

$$\frac{1}{N} \sum_{e=1}^N \frac{1}{2V_e} \{ \hat{U}_{ij} \}_e^T [\hat{K}]_e \overline{ \{ \hat{U}_{mn} \}_e } = \frac{1}{2} \hat{C}_{ijmn} \langle \hat{\epsilon}_{ij} \rangle \overline{ \langle \hat{\epsilon}_{mn} \rangle }, \quad (10)$$

де $\{ \hat{U}_{ij} \}_e$ і $\overline{ \{ \hat{U}_{mn} \}_e }$ – частотні зображення Фур'є та комплексне спряження векторів переміщень скінченного елемента, визначених у результаті розв'язання відповідної крайової задачі однорідного циклічного деформування ПЕО (табл. 1); $[\hat{K}]_e$ – комплексна матриця жорсткості скінченного елемента. Слід відзначити, що накопичену потенційну енергію за цикл деформацій ПЕО визначають дійсною частиною комплексної енергії (9), а розсіяну – уявною.

Після обчислення всіх необхідних значень (табл. 1) комплексної енергії деформації ПЕО (9), які в рівнянні (10) записують у лівій частині, відповідні компоненти тензора ефективних комплексних модулів пружності квазіоднорідного матеріалу визначали з його правої частини та з урахуванням (6)–(8):

$$\begin{aligned} \hat{C}_{1111} &= 2\hat{W}_{1111}l_1^2/u_0^2; \quad \hat{C}_{2222} = 2\hat{W}_{2222}l_2^2/u_0^2; \quad \hat{C}_{3333} = 2\hat{W}_{3333}l_3^2/u_0^2; \\ \hat{C}_{1122} &= \hat{W}_{1122}l_1l_2/u_0^2 - \hat{C}_{1111}l_2/2l_1 - \hat{C}_{2222}l_1/2l_2; \\ \hat{C}_{1133} &= \hat{W}_{1133}l_1l_3/u_0^2 - \hat{C}_{1111}l_3/2l_1 - \hat{C}_{3333}l_1/2l_3; \\ \hat{C}_{2233} &= \hat{W}_{2233}l_2l_3/u_0^2 - \hat{C}_{2222}l_3/2l_2 - \hat{C}_{3333}l_2/2l_3; \\ \hat{C}_{2323} &= \hat{W}_{2323}l_2^2l_3^2/2(l_2+l_3)^2u_0^2; \quad \hat{C}_{1313} = \hat{W}_{1313}l_1^2l_3^2/2(l_1+l_3)^2u_0^2; \\ \hat{C}_{1212} &= \hat{W}_{1212}l_1^2l_2^2/2(l_1+l_2)^2u_0^2. \end{aligned} \quad (11)$$

Результати розрахунків та їх порівняння. Незалежно від природи втрати енергії за характеристику дисипативних властивостей прийняли відносно розсіювання енергії (ВРЕ) ψ – відношення розсіяної енергії ΔW за цикл усталених коливань до амплітудного значення потенційної енергії W пружної системи [7]. Оскільки КМ властива анізотропія дисипативних властивостей, то виникає потреба визначати компоненти тензора ВРЕ ($\psi_{ijmn} = \Delta W_{ijmn}/W_{ijmn}$). Для в'язкопружного матеріалу їх визначали за дійсною та уявною частинами відповідних компонентів тензора комплексних ефективних модулів пружності (4) та (11):

$$\psi_{ijmn} = 2\pi \frac{C''_{ijmn}}{C'_{ijmn}}. \quad (12)$$

Щоб підтвердити достовірність розроблених моделей КМ, порівняли розрахункові залежності компонентів тензора ВРЕ (12) від об'ємної частки v_f армувальних компонентів (вуглець та скло) з відомими експериментальними результатами для полімерних КМ [2, 18–20]. На рис. 3 подані розрахункові залежності, одержані на основі системи гіпотез Фойгта–Рейсса (суцільні лінії) і енергетичного методу (штрихові), та експериментальні результати ефективних значень ВРЕ в скло- та вуглепластиках за різної об'ємної частки волокон в епоксидній матриці за їх циклічного деформування вздовж осей x_1 (a, b) і x_2 (c) та двовісного розтягу–стиску у напрямку осей x_1 і x_2 (d). У розрахункових дослідженнях (рис. 3b–d) розглядали композит з паралельними до площини x_1x_3 шарами. Для реалізації алгоритму енергетичного методу визначення характеристик розсіювання енергії в КМ на основі методу скінченних елементів (МСЕ) розробили відповідне програмне забезпечення. Одержані на основі системи гіпотез Фойгта–Рейсса і енергетичного методу залежності компонентів тензора ВРЕ від об'ємної частки армувальних елементів у вугле-склопластиках збіглися і добре узгодилися з результатами експерименту (рис. 3).

Слід зазначити, що за числового аналізу за допомогою МСЕ збіжність визначених ефективних комплексних модулів композита залежить від об'ємної частки (v_f) шару. Так, для значень $0,1 < v_f < 0,9$ збіжність забезпечують за кроку сітки $h = 0,05$, тоді як для інших значень v_f – при $h = 0,025$.

Відповідно до сформульованої задачі, з використанням аналітичних залежностей (4) та енергетичного методу на основі розробленої СЕ моделі ПЕО шару-

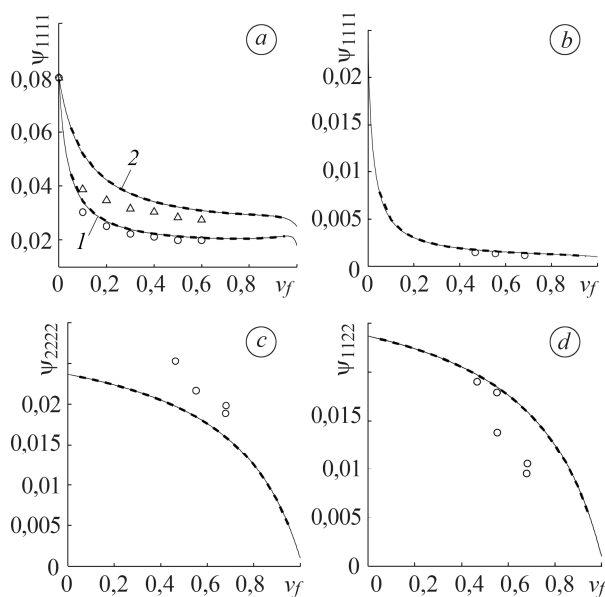


Рис. 3. Залежності відносного розсіювання енергії від об'ємної частки армувальних елементів в епоксидній матриці: розрахункові залежності, одержані на основі системи гіпотез Фойгта–Рейсса (суцільні лінії) і енергетичним методом (штрихові). \circ , \triangle – результати експериментальних досліджень [19] (a) і [20] (b–d) для вугле- (1) та склопластику (2) відповідно.

Fig. 3. Dependences of the specific energy dissipation on the volume fraction of reinforced elements in the epoxy matrix: Voigt–Reiss hypotheses system (solid lines) and energy method (dashed lines). \circ , \triangle – experimental data from [19] (a) and [20] (b–d) for carbon (1) and glass (2) reinforced plastics respectively.

ватого КМ (див. рис. 2) виконано комплекс обчислювальних експериментів з визначення компонентів тензора ефективного ВРЕ в двокомпонентному композиті, виготовленого із жорстких шарів вуглецю, паралельних площині x_1x_3 , і податливої епоксидної матриці. Їх пружні та дисипативні властивості наведено в табл. 2 [20].

Таблиця 2. Значення пружних та дисипативних характеристик матеріалів шаруватого КМ

Матеріал шару	Модулі пружності та зсуву матеріалу вздовж осей x_1, x_2			Коефіцієнт Пуассона		Компоненти тензора ВРЕ	
	E_{11}	E_{22}	G_{12}	μ_{12}	μ_{23}	Ψ_{1111}, Ψ_{2222}	Ψ_{1122}, Ψ_{2233}
	ГПа						
Вуглець	225,0	15,64	38,03	0,229	0,490	0,00101	0,00101
Епоксидна матриця	3,197	3,197	1,186	0,347	0,347	0,02368	0,02637

З отриманих розрахункових залежностей ефективних значень ВРЕ від об'ємної частки v_f шарів вуглецю очевидна добра узгодженість результатів, обчислених за системою гіпотез Фойгта–Рейсса (суцільні лінії) та енергетичним методом (штрихові) за допомогою формул (4) і (11) відповідно (рис. 4). Це означає, що отримані аналітичні співвідношення (4) точно визначають ефективні характеристики розсіювання енергії в шаруватих композитах з паралельним розташуванням пластинчатих включень.

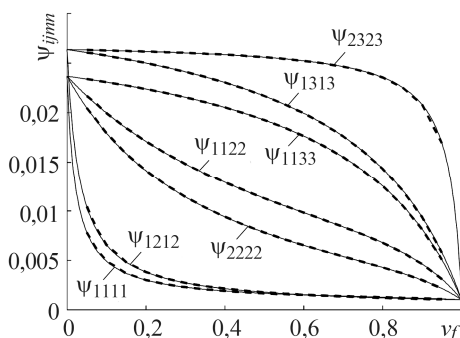


Рис. 4. Залежності компонентів тензора відносного розсіювання енергії в шаруватому композиті від об'ємної частки вуглецю в епоксидній матриці, одержані на основі системи гіпотез Фойгта–Рейсса (суцільні лінії) та енергетичним методом (штрихові).

Fig. 4. Dependences of tensor components of specific energy dissipation of the layered composite on carbon volume fraction in the epoxy matrix, obtained by using Voigt–Reuss hypotheses system (solid lines) and energy method (dashed lines).

ВИСНОВКИ

Подано аналітичні співвідношення, отримані на основі системи гіпотез Фойгта–Рейсса, і уточнену модель (на основі енергетичного методу) для визначення ефективних характеристик розсіювання енергії в шаруватих композитах. За результатами розрахункових досліджень показано, що комбіноване використання гіпотез Фойгта і Рейсса дає змогу отримати їх достовірні значення. Водночас енергетичний метод є універсальніший і його можна використати для визначення ефективних характеристик розсіювання енергії в композитах зі складною структурою, зокрема одно- і двоспрямованих волокнистих композитах та композитах з просторовим армуванням.

Робота виконана в межах наукового проєкту 05/01-2021(3) “Розробка методики визначення впливу параметрів пошкодження на модальні характеристики

композитних стержневих елементів шаруватої структури” за грантом НАН України для дослідницьких лабораторій/груп молодих вчених НАН України у 2021–2022 рр.

1. *Закономірності* росту тріщин втоми в гібридних насосних штангах / Б. В. Копей, Г. В. Кречковська, В. П. Нісонський, Б. М. Бакун // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2021. – **57**, № 4. – С. 104-110.
2. *Zinoviev P. A. and Ermakov Y. N.* Energy dissipation in composite materials. – Lancaster, PA: Technomic Publ. Company, Inc., 1994. – 246 p.
3. *Yakovlev A. P.* Damping properties of a composite with unidirectional continuous fibers // Strength of Mat. – 1973. – **5**, № 2. – P. 195–200.
4. *Determination of energy dissipation in layered beams under vibratory loads / B. M. Diveev, I. S. Kohut, I. B. Butyter, and H. T. Cherchyk // Materials Science. – 2017. – 52, № 6. – P. 786–794.*
5. *Derkach O. L., Zinkovskyi A. P., and Savchenko O. V.* Active damping of nonstationary vibrations of a three-layer electro-viscoelastic composite plate // Strength of Mat. – 2020. – **52**. – P. 876-888.
6. *Kohut I. S.* Influence of structural defects on the structural damping of unidirectionally reinforced fibrous composites // Materials Science. – 2013. – **48**, № 4. – P. 464–473.
7. *Pisarenko G. S., Jakowlew A. P., Matwiejew W. W.* Własności tłumienia drgań materiałów konstrukcyjnych: Poradnik. – Warszawa: Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 1976. – 284 s.
8. *Christensen R. M.* Mechanics of composite materials. – Mineola, N. Y.: Dover Publ., Inc., 2005. – 345 p.
9. *Brinson L. C., and Knauss W. G.* Finite element analysis of multiphase viscoelastic solids // J. of Appl. Mech. – 1992. – **59**. – P. 730–737.
10. *Dubenets V. G., and Yakovenko O. O.* Determination of effective damping characteristics of fiber-reinforced viscoelastic composites // Strength of Mat. – 2009. – **41**. – P. 436–443.
11. *Дубенець В. Г., Горбатко О. О., Деркач О. Л.* Чисельний аналіз ефективних характеристик нанокомпозитних матеріалів // Вісник Чернігівськ. держ. техн. ун-ту. Серія: Технічні науки. – 2012. – **55**, № 1. – С. 46–58.
12. *Савченко О. В., Деркач О. Л., Юценко С. М.* Визначення ефективних динамічних характеристик електров'язкопружних композиційних матеріалів // Технічні науки та технології. – 2015. – **1**, № 1. – С. 14–24.
13. *Bednarczyk B. A., Aboudi J., and Arnold S. M.* Enhanced composite damping through engineered interface // Int. J. of Solids and Struct. – 2016. – **92–93**. – P. 91–104.
14. *Numerical modelling of damping properties of laminated composites / R. Rikards, A. Chate, A. K. Bledzki, and V. Kushnevsky // Mech. of Composite Mat. – 1994. – 30, № 3. – P. 256–266.*
15. *Chandra R., Singh S. P., and Gupta K.* A study of damping in fiber-reinforced composites // J. of Sound and Vibration. – 2003. – **262**. – P. 475–496.
16. *Dubenets V. G.* Modeling of imperfectly elastic properties of composite materials // Strength of Mat. – 1988. – **20**. – P. 1641–1648.
17. *Khoroshun L. P.* Relationships between stresses and deformations in lamellar media // Sov. Appl. Mech. – 1966. – **2**, № 2. – P. 9–11.
18. *Hanselka H.* Ein Beitrag zur Charakterisierung des Dämpfungsverhaltens polymerer Faserverbundwerkstoffe. Dissertation. – Braunschweig: Technische Universität Clausthal, 1992. – 111 p.
19. *Wright G. C.* The dynamic properties of glass and carbon fibre reinforced plastic beams // J. of Sound and Vibration. – 1972. – **21**, № 2. – P. 205–212.
20. *Kaliske M. and Rothert H.* Damping characterization of unidirectional fibre reinforced polymer composites // Composite Eng. – 1995. – **5**, № 5. – P. 551–567.

Одержано 14.06.2021