

УДК 539.4

**МІКРОТРИЩИНА НА ПРОДОВЖЕННІ ЯДРА ДИСЛОКАЦІЇ**М. Г. СТАЩУК<sup>1,2</sup><sup>1</sup> Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів;<sup>2</sup> Національний університет "Львівська політехніка"

За розв'язком задачі теорії пружності для крайової дислокації з порожниною на її продовженні визначено напружено-деформований стан у твердому кристалічному тілі. Порожнину змодельовано мікротріщиною. Одержано співвідношення для розрахунку енергії тіла з такою мікротріщиною під тиском. Наведено геометричні параметри тріщиноподібної дислокаційної порожнини та довжини рівноважної й нерівноважної тріщини. Вказано критичний тиск, за якого стартує тріщина на продовженні дислокаційного дефекту. Також для такої тріщини розраховано коефіцієнти інтенсивності напружень.

**Ключові слова:** механіка руйнування, мікротріщина, внутрішній тиск, енергія деформування, поверхнева енергія, коефіцієнт інтенсивності напружень.

The stress-strain state in a solid crystalline body is determined by solving the problem of the theory of elasticity for an edge dislocation with a cavity on its extension. The cavity is modeled by a microcrack. The relation for the calculation of the energy of a body with such a microcrack under pressure is obtained. The geometrical parameters of the crack-like dislocation cavity and the values of the equilibrium and nonequilibrium crack lengths are given. The critical pressure at which the crack starts at the continuation of the dislocation defect is indicated. Stress intensity coefficients are also calculated for such a crack.

**Keywords:** fracture mechanics, microcrack, internal pressure, deformation energy, surface energy, stress intensity factor.

**Вступ.** Дослідження зародження руйнування матеріалів були та є актуальні. Важливі прогнози з позицій механіки руйнування. Прогнозування руйнування є ефективне на основі теоретичних засад теорії дислокацій. Хоча засади цієї теорії на сьогодні не є новими [1], однак інтенсивно оновлюються відповідними теоретичними основами [2–4]. Це підтверджено також застосуванням [5–7] дислокаційних підходів у багатьох інших дослідженнях, які необхідні у матеріалознавстві, механіці руйнування, теорії кристалів тощо. Дислокаційні механізми руйнування на сьогодні розвинуті у низці праць відомих вчених. Рух дислокацій, зазвичай, ініціює пластичне деформування матеріалів. Достатня кількість загальмованих дислокаційних площин, як відомо [8], призводить до пластичного деформування та утворення мікротріщин, які руйнують матеріали. Таке руйнування може бути часто очікуваним за наявності атомарного водню в матеріалі [9, 10]. Заповнення ним утворених мікротріщин супроводжується молізацією атомів водню з відповідним внутрішнім тиском. Тому вивчення впливу тиску водню в мікропорожнинах на їх поширення є актуальним. Це важливо як для розвитку водневих технологій, так і для розширення застосовності основ механіки руйнування.

**Основні рівняння.** Для розв'язання ряду задач механіки руйнування практичне значення має мікротріщина як складова крайової дислокації. Після її вивчення можна, наприклад, проаналізувати вплив водню на окрихнення матеріалу

за допомогою результату [11] стосовно енергії порожнистого ядра дислокації. Зауважимо, що спроба розгляду такого ядра у деякому наближенні наведена у працях [12–15]. Також досліджували таку тріщину з пластичними зонами [16].

Розглянемо в кристалічному тілі  $n$  вставлених атомних півплощин (екстраплощиною) з того ж матеріалу (рис. 1). Такого типу дефект кристалічного тіла вважають [12, 17–19] крайовою дислокацією. Вона викликає внутрішній напружено-деформований стан у кристалі, а також змінює його внутрішню енергію. Згідно з працями [12, 17, 18], край вставленої півплощини та утворена порожнина в його околі називається ядром, що змінює регулярну структуру кристала. Порожнину на продовженні вставленої екстраплощини вважаємо тріщиною довжини  $l$  (рис. 1).

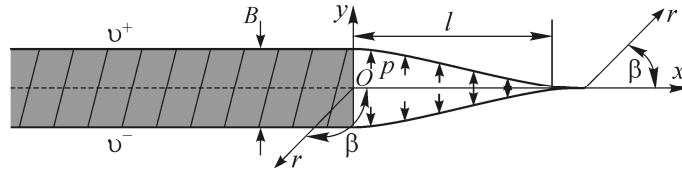


Рис. 1. Схема мікротріщини з внутрішнім тиском перед дислокацією.

Fig. 1. Scheme of a microcrack with internal pressure in front of the dislocation.

В одній з вершин цієї тріщини, де закінчується атомна вставка, стрибок переміщень рівний вектору Бюргерса  $\vec{B} = n\vec{b}$  [12, 17–19], де  $|\vec{b}| = b$  – відстань між атомними площинами. У другій вершині, де закінчується регулярність структури кристала, береги тріщини змикаються. Приймаємо, що в мікротріщині заданий внутрішній тиск  $p$ . Потрібно встановити вплив внутрішнього тиску в порожнині на напруження в кристалічному тілі з таким дефектом та оцінити міцність матеріалу тіла. Форма поверхні мікротріщини та напруження у кристалі з дислокацією, компоненти вектора переміщень, об'єм порожнини ядра та енергія матеріалу з таким дефектом уже відомі [11, 20]. Визначальним було встановити критичне значення довжини мікротріщини, що передує дислокаційній півплощині. На цій основі виявили перехід рівноважної мікротріщини до нестійкої за дії зніщюваних дислокацією навантажень у пружному тілі. Отримані результати є важливими для вивчення поведінки наводнених матеріалів. Першочергово для цього необхідно встановити напружено-деформований стан тіла з мікротріщиною з внутрішнім тиском  $p$  перед дислокацією.

Зв'яжемо дислокаційний тріщиноподібний дефект з прямокутною системою координат  $xOy$ . Вісь  $Ox$  сумістимо з віссю його симетрії, а центр  $O$  – з кінцевим атомом вставленої атомної півплощини товщини  $B$ .

Вважаємо, що уздовж дефекту, де вставлена атомна півплощина, тобто на промені  $x \in (-\infty, 0]$  задані переміщення  $v^+ = -v^- = B/2$ , відповідно на верхньому (+) і нижньому (-) берегах. Ці переміщення обумовлені внутрішніми напруженнями, створеними вставленою півплощиною. На берегах тріщини задаємо внутрішній тиск  $p$ .

Напружено-деформований стан тіла з дислокацією та мікротріщиною на її продовженні визначаємо за співвідношеннями [21]:

$$\sigma_x + \sigma_y = 2[\Phi(z) + \overline{\Phi(z)}], \quad \sigma_y - i\tau_{xy} = \Phi(z) + \Omega(\bar{z}) + (z - \bar{z})\overline{\Phi'(z)}, \quad (1)$$

$$2\mu(u' + iv') = \chi\Phi(z) - \Omega(\bar{z}) - (z - \bar{z})\overline{\Phi'(z)}, \quad (2)$$

де  $z = x + iy$ ,  $i^2 = -1$ ;  $u$  та  $v$  – компоненти переміщень,  $u' = \partial u / \partial x$ ,  $v' = \partial v / \partial x$ ;  $\chi = 3 - 4\nu$  – для плоскої деформації;  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона;  $\mu$  – модуль зсуву.

На основі результатів праці [11] комплексні потенціали для розглядуваного дефекту запишемо так:

$$\Phi(z) = \Omega(z) = \frac{\mu B}{4\pi(1-\nu)} \frac{1}{\sqrt{z}\sqrt{z-l}} + \frac{p}{2} \left( \frac{2z-l}{2\sqrt{z}\sqrt{z-l}} - 1 \right). \quad (3)$$

Довжину  $l$  тріщини визначаємо з відомого балансового рівняння [22, 23]

$$\frac{\partial U}{\partial l} + \frac{\partial F}{\partial l} = 0, \quad (4)$$

де  $U$  – пружна енергія деформування кристалічного тіла з тріщиною під внутрішнім тиском та дислокацією, а  $F$  – робота, яка затрачається на утворення вільних поверхонь мікротріщини.

Пружну енергію деформування  $U$ , яка входить у рівняння (4), знаходимо на основі відомої теореми Клапейрона [24], згідно з якою, робота деформації (пружна енергія деформування) за відсутності об'ємних сил рівна половині роботи  $A$  викликаних дислокацією сил на зніційованих ними переміщеннях

$$U = \frac{1}{2} A = \frac{1}{2} \iint_S t_i u_i ds = - \int_{-\infty}^l \sigma_y^+(x, 0) v^+(x, 0) dx, \quad (5)$$

де  $t_i$  – поверхневі сили;  $u_i$  – компоненти переміщень.

У формулі (5) вираз розподілу напружень  $\sigma_y(x, 0)$  на берегах вставленої атомної півплощини, згідно зі співвідношеннями (1)–(3), такий:

$$\sigma_y(x, 0) = \sigma(x) = - \frac{\mu B}{2\pi(1-\nu)} \frac{1}{\sqrt{(x-l)x}} - p \left( 1 + \frac{2x-l}{2\sqrt{x(x-l)}} \right), \text{ коли } x \in (-\infty, 0]. \quad (6)$$

За формулою (2), виглядом потенціалів (3) та з врахуванням того, що  $v(0, 0) = 0,5B$ , переміщення берега мікротріщини

$$v(x, 0) = v(x) = \frac{B}{2\pi} \arccos \frac{2x-l}{l} + p \frac{1-\nu}{\mu} \sqrt{x(l-x)}. \quad (7)$$

Скориставшись рівностями (6) та (7), вираз (5) перепишемо у вигляді

$$U = - \int_{-R}^{-r} \left[ - \frac{\mu B}{2\pi(1-\nu)} \frac{1}{\sqrt{x(x-l)}} - p \left( 1 + \frac{2x-l}{2\sqrt{x(x-l)}} \right) \right] \frac{B}{2} dx - \int_0^l p \left[ \frac{B}{2\pi} \arccos \frac{2x-l}{l} + p \frac{(1-\nu)}{\mu} \sqrt{x(l-x)} \right] dx, \quad (8)$$

де  $r$  та  $R$  – межі інтегрування, необхідні для обчислення інтегралів, які входять у цей вираз. Проінтегрувавши співвідношення (8), отримаємо:

$$U = \frac{\mu B^2}{4\pi(1-\nu)} \lim_{r \rightarrow 0} \ln \frac{l/2 + r - \sqrt{r^2 + lr}}{l/2 + R - \sqrt{R^2 + lR}} - \frac{Bp}{2} \left( \sqrt{R(R+l)} - R \right) - \frac{Bpl}{4} - \frac{(1-\nu)\pi}{8\mu} p^2 l^2. \quad (9)$$

Для остаточного підрахунку енергії тіла з дислокаційною тріщиною приймаємо, що  $l$  – фіксована величина та в першому доданку спрямовуємо  $r \rightarrow 0$ , а в другому  $R \rightarrow \infty$ . Вважаючи  $r \ll l$  і  $R \gg l$  та розкладаючи підлогарифмічні функції у виразі (9) в ряди Тейлора, одержуємо [11]:

$$U \approx \frac{\mu B^2}{4\pi(1-\nu)} \ln\left(\frac{4R}{l}\right) - \frac{Bpl}{2} - \frac{\pi(1-\nu)}{8\mu} p^2 l^2. \quad (10)$$

Формула (10) узагальнює відповідну пружну енергію деформування тіла із класичною дислокацією. При  $p = 0$  звідти одержуємо відому формулу [18, 19] для енергії тіла з крайовою дислокацією.

Роботу, яка входить у вираз (4), затрачену на утворення вільних поверхонь дислокаційної тріщини за надлишкової півбезмежної вставки в кристалічному тілі (рис. 1), обчислюємо за формулою [22, 23]

$$F = 2\gamma l, \quad (11)$$

де  $\gamma$  – питома поверхнева енергія.

Підставивши вирази (10) та (11) у балансове рівняння (4), одержуємо рівняння для визначення довжини мікротріщини  $l$ :

$$-\frac{\mu B^2}{4\pi(1-\nu)l} - \frac{Bp}{2} - \frac{(1-\nu)\pi}{4\mu} p^2 l + 2\gamma = 0. \quad (12)$$

Розв'язавши його, одержуємо два співвідношення для визначення довжин тріщини:

$$l_{\text{eq}} = \frac{\pi\mu}{\pi^2 p^2 (1-\nu)} \left( 4\gamma - Bp - 2\sqrt{4\gamma^2 - 2Bp\gamma} \right),$$

$$l_{\text{cr}} = \frac{\pi\mu}{\pi^2 p^2 (1-\nu)} \left( 4\gamma - Bp + 2\sqrt{4\gamma^2 - 2Bp\gamma} \right). \quad (13)$$

Перше співвідношення відповідає значенню рівноважної довжини тріщини, а друге – нерівноважної.

Зауважимо, що за відсутності тиску в такій тріщині її довжину визначають зі співвідношення (12) при  $p = 0$  [20]:

$$l_{\text{eq}} = \frac{\mu B^2}{8\pi(1-\nu)\gamma} = \frac{EB^2}{16\pi(1-\nu^2)\gamma}.$$

За критерій спонтанного поширення мікротріщини приймемо умову виконання рівності

$$l_{\text{eq}} = l_{\text{cr}}, \quad (14)$$

яка реалізується, якщо  $4\gamma^2 - 2Bp\gamma = 0$ .

Отже, значення критичного тиску

$$p_{\text{cr}} = 2\gamma/B, \quad (15)$$

яке у цьому частковому випадку збігається з його відповідним у дослідженнях Котрелла [25].

**Коефіцієнти інтенсивності напружень.** У механіці руйнування одним із важливих параметрів є коефіцієнт інтенсивності напружень. Вирази для коефіцієнтів інтенсивності напружень одержуємо на основі комплексних потенціалів  $\Phi(z)$ ,  $\Omega(z)$ . Запишемо їх для двох варіантів навантаження тіла з дислокаційною порожниною:

I – дислокація (з мікротріщиною без тиску)

$$\Phi_d(z) = \Omega_d(z) = \frac{\mu B}{4\pi(1-\nu)} \frac{1}{\sqrt{z}\sqrt{z-l}};$$

II – мікротріщина під тиском (без дислокації)

$$\Phi_p(z) = \Omega_p(z) = \frac{p}{2} \left( \frac{2z-l}{2\sqrt{z}\sqrt{z-l}} - 1 \right).$$

Суперпозиція цих випадків призводить до комплексних потенціалів напружено-деформованого стану для мікротріщини з внутрішнім тиском перед дислокацією:

$$\begin{aligned} \Phi(z) &= \Phi_d(z) + \Phi_p(z) = \Omega(z) = \Omega_d(z) + \Omega_p(z) = \\ &= \frac{p}{4} \left( \frac{2z-l}{\sqrt{z}\sqrt{z-l}} \right) + \frac{\mu B}{4\pi(1-\nu)} \frac{1}{\sqrt{z}\sqrt{z-l}} - \frac{p}{2}. \end{aligned}$$

Якщо у правій вершині тріщини (рис. 1) перейти до полярної системи координат за схемою  $z = z_1 + l$ ,  $z_1 = re^{i\beta}$ , то при  $z_1/l \ll 1$  потенціали  $\Phi_1(z_1) = \Phi(z_1 + l)$ ,  $\Omega_1(z_1) = \Omega(z_1 + l)$  стануть такими:

$$\Phi_1(z_1) = \Omega_1(z_1) = \frac{K_I^l}{2\sqrt{r}} e^{-i\frac{\beta}{2}} + O(r^0) = \frac{K_I^l}{2\sqrt{r}} \left( \cos \frac{\beta}{2} - i \sin \frac{\beta}{2} \right) + O(r^0),$$

де  $O(r^0)$  обмежена величина, а коефіцієнт інтенсивності напружень у правій вершині тріщини

$$K_I^l = \frac{p\sqrt{l}}{2} + \frac{\mu B}{2\pi(1-\nu)\sqrt{l}}. \quad (16)$$

Аналогічно для лівої (рис. 1) вершини тріщини ( $z = z_1 = re^{i\beta}$ )

$$\Phi_1(z_1) = \Omega_1(z_1) = \frac{K_I^0}{2\sqrt{r}} e^{-i\frac{\beta}{2}} + O(r^0) = \frac{K_I^0}{2\sqrt{r}} e^{-i\frac{\beta}{2}} \left( \cos \frac{\beta}{2} - i \sin \frac{\beta}{2} \right) + O(r^0), \quad (17)$$

де

$$K_I^0 = \frac{p\sqrt{l}}{2} - \frac{\mu B}{2\pi(1-\nu)\sqrt{l}}. \quad (18)$$

Порівнюючи формули (16) та (18), бачимо, що для мікротріщини без внутрішнього тиску коефіцієнти інтенсивності є протилежні за знаком. Це узгоджується з результатами праці [5] в цьому частковому випадку.

З фізичного погляду значення  $\sigma(x)$  у точці  $x=0$  має бути обмеженим, так як проаналізовано в працях [26, 27]. Це також впливає зі співвідношення (17). Отже, функція  $\sigma(x)$  у точці  $x=0$  повинна мати особливість іншого порядку, ніж  $1/\sqrt{r}$ . Тому приймаємо, що  $K_I^0 = 0$ . За цієї умови

$$p = \frac{\mu B}{\pi(1-\nu)l}. \quad (19)$$

Використовуючи формулу (15), одержуємо зв'язок між величиною  $B$  та довжиною  $l$  мікротріщини, тобто

$$B = \sqrt{\frac{2\pi(1-\nu)\gamma l}{\mu}}. \quad (20)$$

Внівши  $p_{cr} = 2\gamma/B$  у формулу (16), можемо записати, що

$$K_I^I = \frac{\gamma\sqrt{l}}{B} + \frac{\mu B}{2\pi(1-\nu)\sqrt{l}}. \quad (21)$$

Оскільки права вершина тріщини фактично відповідає за руйнування, то після підставлення виразу (20) у (21) отримаємо формулу для визначення  $K_I^I$  за константами матеріалу

$$K_I^I = \sqrt{\frac{2\mu\gamma}{\pi(1-\nu)}}, \quad (22)$$

або через модуль Юнга  $E$ :

$$K_I^I = \sqrt{\frac{E\gamma}{\pi(1-\nu^2)}}. \quad (23)$$

**Числові результати.** На основі формул (10) та (11) виконали числові розрахунки повної енергії тіла з тріщиною з тиском перед дислокацією. Графічні залежності повної енергії тіла  $F + U$  з мікротріщиною перед дислокацією від довжини  $l$  для  $p = 0$ ,  $p < p_{cr}$ ,  $p = p_{cr}$  та  $p > p_{cr}$  зображено на рис. 2. Розрахунки енергії  $F + U$  відповідають циліндричному тілу одиничної товщини з радіусом  $R = 10^{-7}$  м. Вихідні розрахункові значення [28]:  $E = 2 \cdot 10^{11}$  Па,  $\gamma = 0,01Ea = 0,6$  Дж/м<sup>2</sup>,  $\nu = 0,3$ ; параметр ґратки  $b = 3 \cdot 10^{-10}$  м, модуль вектора Бюргерса  $B = 3b$ .

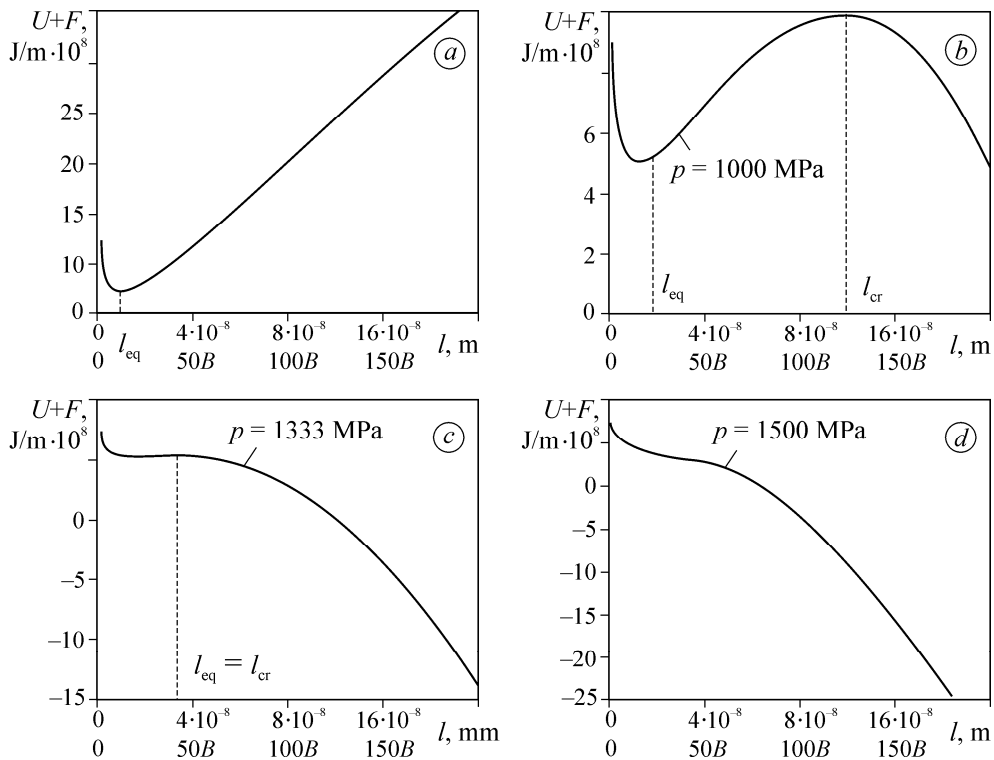


Рис. 2. Залежність енергії тіла  $F + U$ , коли  $p = 0$  (a),  $p < p_{cr}$  (b),  $p = p_{cr}$  (c) та  $p > p_{cr}$  (d).

Fig. 2. Dependence of the energy of the solid  $F + U$  when  $p = 0$  (a),  $p < p_{cr}$  (b),  $p = p_{cr}$  (c) and  $p > p_{cr}$  (d).

Як видно з рис. 2, мікротріщина  $p < p_{cr}$  має як рівноважну, так і критичну довжини. Аналогічного характеру криві в схематичному зображенні подані раніше [29]. Як бачимо (рис. 2a), дислокація не спричинить руйнування при  $p = 0$ . Внутрішній тиск у ядрі дислокації змінює форму енергії тіла з мікротріщиною (рис. 2b). Критичний тиск  $p_{cr}$  призводить до такої форми енергії тіла з мікротріщиною, яка руйнує матеріал (рис. 2c). Крива на рис. 2d відповідає реальному спонтанному руйнуванню тіла.

За формулою (15) розрахований критичний тиск для різних значень вектора Бюргерса (див. таблицю).

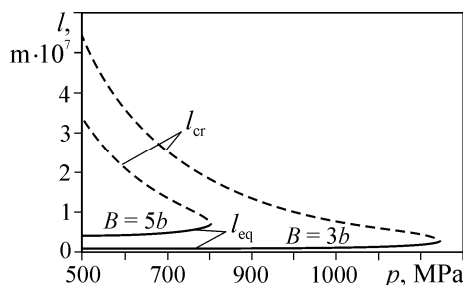
#### Числові розрахунки критичного тиску залежно від модуля вектора Бюргерса

$B, m$	$b = 3 \cdot 10^{-10}$	$2b = 6 \cdot 10^{-10}$	$3b = 9 \cdot 10^{-10}$	$5b = 15 \cdot 10^{-10}$	$10b = 30 \cdot 10^{-10}$
$p_{cr}, MPa$	4000	2000	1333	800	400
$l_{eq} = l_{cr}, m$	$0,26 \cdot 10^{-8}$	$1,05 \cdot 10^{-8}$	$2,36 \cdot 10^{-8}$	$6,56 \cdot 10^{-8}$	$26,23 \cdot 10^{-8}$

За формулами (13) обчислено довжини  $l_{eq}$  та  $l_{cr}$  залежно від внутрішнього тиску (рис. 3). Приймали, що модуль вектора Бюргерса  $B = 3b$  та  $5b$ .

Рис. 3. Залежність рівноважної  $l_{eq}$  та критичної  $l_{cr}$  довжин мікротріщини від внутрішнього тиску  $p$ .

Fig. 3. Dependence of equilibrium  $l_{eq}$  and critical  $l_{cr}$  lengths of microcrack on the internal pressure  $p$ .

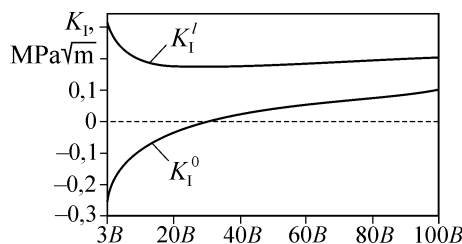


З таблиці та рис. 3 бачимо, що з ростом модуля вектора Бюргерса критичний тиск знижується. Однак критична довжина мікротріщини є більша для вищих значень модуля вектора Бюргерса.

Зміна  $K_I^l$  та  $K_I^0$ , згідно з виразами (16) та (18), подана на рис. 4. В розрахунках задавали модуль вектора Бюргерса  $B = 3b$  та внутрішній тиск  $p = 1000$  МПа.

Рис. 4. Залежність  $K_I^l$  та  $K_I^0$  від довжини мікротріщини  $l$ .

Fig. 4. Dependence of  $K_I^l$  and  $K_I^0$  on the length of the microcrack  $l$ .



На основі рис. 4 можемо стверджувати, що зі збільшенням довжини мікротріщини стискаючі напруження, обумовлені дислокацією, зникають.

#### ВИСНОВКИ

Розглянувши мікротріщину перед дислокацією як об'єкт досліджень, встановили зв'язок механіки руйнування із теорією дислокацій. На цій основі оцінили пружну енергію тіла з такою тріщиною. В результаті визначили критичний тиск у тріщині за вектором Бюргерса та поверхневою енергією тіла. Розраховано критичний тиск руйнування у тілі з мікротріщиною за критерієм рівності рівноважної довжини тріщини критичній. Виявили зв'язок вектора Бюргерса з коефіцієнтом інтенсивності напружень.

1. *Теодосиу К.* Упругие модели дефектов в кристаллах. – М.: Мир, 1985. – 352 с.
2. *Evaluation of the concentration of hydrogen in the process zone near the crack tip / Ya. L. Ivanyts'kyi, O. V. Hembara, O. D. Smiyan, and M. Kowalik // Materials Science.* – 2011. – **46**, № 6. – P. 769–774.
3. *Effects of hydrogen influence on strained steel 1020 / B. Mytsyk, Ya. Ivanytsky, O. Hembara, Ya. Kost, S. Shtayura, and O. Sakharuk // Int. J. of Hydrogen Energy.* – 2020. – **45**, № 16. – P. 10199–10208. <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2020.02.004>.
4. *Ivas'kevych L. M.* Influence of temperature and cyclic loading on hydrogen embrittlement of nickel refractory alloys // *Materials Science.* – 2011. – **47**, № 1. – P. 76–81.
5. *Fan M., Yi D. K., and Xiao Z. M.* Fracture analysis for a sub-interface Zener–Stroh crack in a bi-material plate under small-scale yielding condition // *Theoret. and Appl. Fract. Mech.* – 2015. – **76**. – P. 60–66.
6. *Стацук Н. Г.* Задачи механики упругих тел с трещиноподобными дефектами. – К.: Наук. думка, 1993. – 358 с.
7. *Zhuang J. and Xiao Z.* Generalized Irwin plastic zone correction of a sub-interface Zener–Stroh crack in a coating-substrate system // *Int. J. of Mech. Sci.* – 2015. – **94–95**. – P. 123–130.
8. *Stroh A. N.* The formulation of cracks as a result of plastic flow // *Proc. R. Soc. London.* – 1954. – **A223**. – P. 404–414.
9. *Андрейків О. Є., Гембара Н. Т.* Моделювання впливу водню на пластичне деформування металів // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2021. – **57**, № 6. – С. 23–29.
10. *Effect of hydrogen concentration on fatigue crack growth behaviour in pipeline steel / I. M. Dmytrakh, R. L. Leshchak, A. M. Syrotyuk, and R. A. Barna // Int. J. of Hydrogen Energy.* – 2017. – **42**, № 9. – P. 6401–6408.
11. *Stashchuk M. H. and Dorosh M. I.* Energy of deformation of an elastic body containing a microcrack under pressure // *Materials Science.* – 2016. – **52**, № 3. – P. 339–348.
12. *Фридель Ж.* Дислокации. – М.: Наука, 1964. – 294 с.
13. *Fan H.* Interfacial Zener–Stroh crack // *J. Appl. Mech.* – 1994. – **61**. – P. 829–834.
14. *Fan H. and Xiao Z. M.* A Zener–Stroh crack near an interface // *Int J. Solids Struct.* – 1997. – **34**. – P. 2829–2842.
15. *Chen Y. Z.* Multiple Zener–Stroh crack problem in an infinite plate // *Acta Mech.* – 2004. – **170**. – P. 11–23.
16. *Hoh H. J., Xiao Z. M., and Luo J.* On the fracture behavior of a Zener–Stroh crack with plastic zone correction in three-phase cylindrical composite material // *Mech. of Mater.* – 2012. – **45**. – P. 1–9.
17. *Eshelby J. D., Seitz F, and Turnbull D.* The Continuum Theory of Lattice Defects // *Solid State Physics.* – New York: Academic Press, 1954. – **3**. – P. 79–144.
18. *Коттрелл А.* Теория дислокаций. – М.: Мир, 1964. – 96 с.
19. *Хирт Дж., Лоте И.* Теория дислокаций. – М.: Атомиздат, 1972. – 600 с.
20. *Stashchuk M. H. and Dorosh M. I.* Evaluation of the potential energy and geometric sizes of a dislocation crack // *Materials Science.* – 2015. – **51**, № 1. – P. 88–95.
21. *Мусхелишвили Н. И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 708 с.
22. *Griffith A. A.* The phenomenon of rupture and flow in solids // *Phil. Trans. Roy. Soc.* – 1920. – **A 221**. – P. 163–198.
23. *Griffith A. A.* The theory of rupture // *Proc. First Int. Congr. Appl. Mech., Delft.* – 1924. – P. 55–63.
24. *Тимошенко С. П., Гудьер Дж.* Теория упругости. – М.: Наука, 1979. – 560 с.
25. *Cottrell A. H.* Theory of brittle fracture in steel and similar metals // *Trans. Metal. Soc. AIME.* – 1958. – **212**. – P. 192–203.
26. *Gupta G. D. and Erdogan F.* The problem of edge cracks in an infinite strip // *Trans. ASME.* – 1974. – **E41**. – P. 1001–1006.
27. *Саврук М. П.* Двумерные задачи упругости для тел с трещинами. – К.: Наук. думка, 1981. – 324 с.
28. *Владимиров В. И.* Физическая природа разрушения металлов. – М.: Metallurgia, 1984. – 280 с.
29. *Weertman J. R.* Zener–Stroh crack, Zener–Hollomon parameter, and other topics // *J. of Applied Physics.* – 1986. – **60**. – P. 1877–1887.

Одержано 22.11.2021