

УДК 539.3

РОЗПОДІЛ НАПРУЖЕНЬ БІЛЯ ГОСТРИХ ТА ЗАКРУГЛЕНИХ КУТОВИХ ВИРІЗІВ В АНІЗОТРОПНОМУ ТІЛІ ЗА АНТИПЛОСКОЇ ДЕФОРМАЦІЇ

М. П. САВРУК, Л. Й. ОНИШКО, О. І. КВАСНЮК

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів

Методом сингулярних інтегральних рівнянь розв'язано антиплоску задачу теорії пружності для пружного анізотропного тіла з гострим та закругленим кутовими вирізами. Отримано асимптотичну залежність між коефіцієнтами інтенсивності та концентрації напружень у гострій та закругленій вершинах довільно орієнтованого кутового вирізу. На цій основі розроблено єдиний підхід до визначення напружень біля гострих та закруглених кутових вирізів в ортотропних та анізотропних тілах за антиплоскої деформації.

Ключові слова: механіка руйнування, анізотропія, коефіцієнт інтенсивності напружень, кутовий виріз, антиплоска деформація, метод сингулярних інтегральних рівнянь.

Using the singular integral equations method the antiplane elastic problem for elastic anisotropic body with sharp and rounded angular notches is solved. The asymptotic dependence between the stress intensity factor and stress concentration in the sharp and rounded tips of arbitrarily oriented angular notch is obtained. On this basis the unified approach of stress determination near sharp and rounded angular notches in orthotropic and anisotropic bodies under antiplane deformation is developed.

Keywords: fracture mechanics, anisotropy, stress intensity factor, V-notch, antiplane deformation, singular integral equation method.

Вступ. Сучасні високоміцні композитні матеріали широко використовують у різних галузях промисловості. Їх можна моделювати однорідними анізотропними середовищами. Постає питання розрахунку напружено-деформованого стану анізотропних тіл з різними концентраторами напружень, зокрема, з вирізами та отворами з гострими та закругленими (дугами малої кривини) вершинами. Розроблений єдиний підхід до визначення напружень біля гострих та закруглених кутових вирізів в ізотропних та ортотропних тілах [1–5] застосовано до відповідних задач для анізотропних матеріалів. Цей метод дає змогу знаходити коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН) у вершині гострого вирізу через напруження у вершинах відповідних закруглених кутових вирізів, які можна отримати різними методами, зокрема методом сингулярних інтегральних рівнянь (СІР). Нижче встановлено зв'язок між коефіцієнтами інтенсивності та концентрації напружень для довільно орієнтованих гострих та закруглених кутових вирізів для анізотропних та ортотропних тіл за поздовжнього зсуву (ІІІ тип деформування). Зауважимо, що дослідженню двовимірних задач теорії пружності для клинових систем та кутових вирізів у тілі присвячена низка публікацій [6–16].

Розв'язок антиплоскої задачі теорії пружності на власні значення для анізотропного клина. Розглянемо антиплоску задачу на власні значення для анізотропного пружного клина, що займає область $S = \{(r, \theta); r \geq 0, -\alpha \leq \theta \leq \alpha\}$,

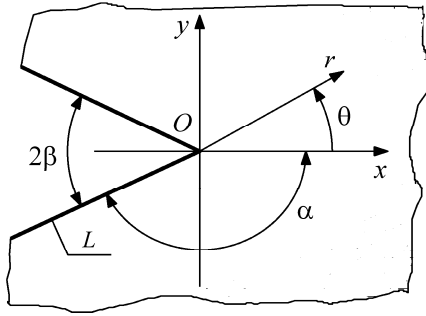


Рис. 1. Пружний анізотропний клин з кутом розхилу 2α .

Fig. 1. Elastic anisotropic wedge with an opening angle 2α .

де r, θ – полярні координати з полюсом у вершині клина і полярною віссю вздовж його бісектриси (рис. 1).

На гранях клина L відсутні дотичні напруження:

$$\tau_{\theta z} = 0, \quad \theta = \pm\alpha. \quad (1)$$

Потенціал напружень шукатимемо у вигляді функції комплексного аргументу $z_3 = x + \mu_3 y$ [1, 17]

$$\Phi_3^0(z_3) = A_3 z_3^{-\lambda}, \quad (2)$$

де

$$\mu_3 = \hat{\gamma}_3 + i\gamma_3, \quad \hat{\gamma}_3 = a_{45}/a_{55}, \quad \gamma_3 = a_0/a_{55},$$

$$a_0 = \sqrt{a_{44}a_{55} - a_{45}^2} > 0. \quad (3)$$

Тут $A_3 = A_1 + iA_2$ – комплексна стала; λ – дійсна величина, а параметри a_{44}, a_{45}, a_{55} – пружні характеристики анізотропного матеріалу [4, 17, 18].

Запишемо комплексну змінну z_3 у полярній системі координат

$$z_3 = \sqrt{\alpha_0^2 + \beta_0^2} e^{i\beta_3(\theta)}, \quad (4)$$

$$\text{де} \quad \alpha_0 = r(\cos\theta + \hat{\gamma}_3 \sin\theta), \quad \beta_0 = r\gamma_3 \sin\theta, \quad (5)$$

а кут $\beta_3(\theta)$ (аргумент числа $z_3 = \alpha_0 + i\beta_0$) задовольняє рівняння

$$\text{tg}\beta_3(\theta) = \gamma_3 \text{tg}\theta / (1 + \hat{\gamma}_3 \text{tg}\theta). \quad (6)$$

За допомогою виразів (4), (5) функцію напружень (2) запишемо у вигляді

$$\Phi_3^0(z_3) = A_3 r^{-\lambda} \Delta_1^{-\lambda/2} [\cos(\lambda\beta_3(\theta)) - i \sin(\lambda\beta_3(\theta))]. \quad (7)$$

За відомими співвідношеннями [3, 19] та поданням (7) компоненти напружень $\tau_{rz}, \tau_{\theta z}$ можна записати у вигляді

$$\tau_{rz} = r^{-\lambda} \Delta_1^{-\lambda/2} [A_1 \Gamma_3(\theta) + A_2 \Gamma_4(\theta)], \quad \tau_{\theta z} = r^{-\lambda} \Delta_1^{-\lambda/2} [A_1 \Gamma_1(\theta) + A_2 \Gamma_2(\theta)], \quad (8)$$

де

$$\begin{aligned} \Gamma_1(\theta) &= H_1(\theta) \cos\chi + \gamma_3 \sin\theta \sin\chi, & \Gamma_2(\theta) &= H_1(\theta) \sin\chi - \gamma_3 \sin\theta \cos\chi, \\ \Gamma_3(\theta) &= H_2(\theta) \cos\chi - \gamma_3 \cos\theta \sin\chi, & \Gamma_4(\theta) &= H_2(\theta) \sin\chi + \gamma_3 \cos\theta \cos\chi, \\ \chi &= \lambda\beta_3(\theta), & \Delta_1 &= \cos^2\theta + ((\hat{\gamma}_3)^2 + \gamma_3^2) \sin^2\theta + \hat{\gamma}_3 \sin 2\theta, \\ H_1(\theta) &= \cos\theta + \hat{\gamma}_3 \sin\theta, & H_2(\theta) &= \sin\theta - \hat{\gamma}_3 \cos\theta. \end{aligned} \quad (9)$$

З крайових умов (1) та виразів (8) отримаємо однорідну систему лінійних алгебричних рівнянь для визначення невідомих констант A_1, A_2

$$\begin{cases} A_1 \Gamma_1(\alpha) + A_2 \Gamma_2(\alpha) = 0, \\ A_1 \Gamma_1(-\alpha) + A_2 \Gamma_2(-\alpha) = 0, \end{cases} \quad (10)$$

яка має ненульовий розв'язок лише за умови рівності нулю її визначника. Звідси приходимо до характеристичного рівняння для власних значень крайової задачі

$$\sin(\delta - \lambda\psi) = 0, \quad (11)$$

де $\delta = \arccos(a / \sqrt{a^2 + b^2})$, $a = \cos^2\alpha - ((\hat{\gamma}_3)^2 + \gamma_3^2) \sin^2\alpha$, $b = \gamma_3 \sin 2\alpha$,

$$\psi = \beta_3(\alpha) - \beta_3(-\alpha) = \arctg \frac{2\gamma_3 \text{tg}\alpha}{1 - \text{tg}^2\alpha(\gamma_3^2 + (\hat{\gamma}_3)^2)}. \quad (12)$$

Рівняння (11) добре узгоджується з відомими результатами [6–8]. Воно має один дійсний корінь λ_{III} у діапазоні $\pi/2 < \alpha < \pi$ ($\alpha = \pi - \beta$)

$$\lambda_{III} = (\delta - \pi) / \psi, \quad (13)$$

який визначає порядок особливості поля напружень поздовжнього зсуву у вершині анізотропного клина. Поклавши параметр $\hat{\gamma}_3 = 0$, зі співвідношень (11), (12) отримаємо відомі результати для ортотропного клина [5].

Розподіл напружень та переміщень біля кутового вирізу за поздовжнього зсуву. Зі співвідношення (8) знайдемо напруження $\tau_{\theta z}$ на бісектрисі анізотропного клина ($\theta = 0$)

$$\tau_{\theta z}(r, 0) = A_1 r^{-\lambda_{III}}. \quad (14)$$

Скориставшись означенням КІН у вершині клина за антиплоскої деформації [3]

$$\tilde{K}_{III}^V = \lim_{r \rightarrow 0} \left[(2\pi r)^{\lambda_{III}} \tau_{\theta z}(r, 0) \right], \quad (15)$$

одержимо

$$A_1 = \tilde{K}_{III}^V (2\pi)^{\lambda_{III}}. \quad (16)$$

З першого (або другого) рівняння системи (10) знайдемо сталу A_2

$$A_2 = -k(\alpha) \tilde{K}_{III}^V / (2\pi)^{\lambda_{III}}, \quad k(\alpha) = \Gamma_1(\alpha) / \Gamma_2(\alpha). \quad (17)$$

Тепер потенціал $\Phi_3^0(z_3)$ (7) можна подати у вигляді

$$\Phi_3^0(z_3) = \tilde{K}_{III}^V (1 - ik(\alpha)) / (2\pi z_3)^{\lambda_{III}}, \quad (18)$$

а сингулярні напруження і відповідні переміщення в околі вершини анізотропного клина за антиплоскої деформації

$$\tau_{\theta z} = \tilde{K}_{III}^V [\Gamma_1(\theta) - k(\alpha)\Gamma_2(\theta)] / (2\pi r \Delta_1^{1/2})^{\lambda_{III}}, \quad (19)$$

$$\tau_{rz} = \tilde{K}_{III}^V [\Gamma_3(\theta) - k(\alpha)\Gamma_4(\theta)] / (2\pi r \Delta_1^{1/2})^{\lambda_{III}},$$

$$w(x, y) = \frac{a_0 \tilde{K}_{III}^V \Delta_1^{(1-\lambda_{III})/2}}{(1-\lambda_{III})(2\pi r)^{(\lambda_{III}-1)}} (\sin((1-\lambda_{III})\beta_3) - k(\alpha) \cos((1-\lambda_{III})\beta_3)). \quad (20)$$

Поклавши у формулах (19), (20) $\hat{\gamma}_3 = 0$, отримаємо напруження та переміщення в ортотропному клині [5].

Напівнескінченний закруглений кутовий виріз у пружній анізотропній площині. Розглянемо анізотропну пластину із закругленим кутовим вирізом L^* (схема на рис. 2а), який складається з прямолінійних ділянок, паралельних до граней клина L (рис. 1) та дуги кола радіуса ρ з кутом розхилу 2β ($0 \leq \beta < \pi/2$). Вважатимемо, що на нескінченності заданий асимптотичний розподіл напружень, який описано комплексним потенціалом $\Phi_3^0(z_3)$ для клина (18), а на контурі вирізу відсутнє навантаження. Сформульовану крайову задачу розв'язуватимемо методом суперпозиції [5]

$$\tilde{\Phi}_3(z_3) = \Phi_3^0(z_3) + \Phi_3(z_3), \quad (21)$$

де потенціал $\Phi_3(z_3)$ описує збурений напружений стан, викликаний заокругленням кутового вирізу.

Для знаходження комплексного потенціалу $\Phi_3(z_3)$ необхідно розв'язати крайову задачу для анізотропної площини із закругленим кутовим вирізом з нульовими напруженнями на нескінченності та крайовою умовою на його контурі

$$\tau_{nz} = -\operatorname{Re}[\Phi_3(t_3) dt_3 / ds] = \operatorname{Re}[\Phi_3^0(t_3) dt_3 / ds] = \tau(t), \quad t_3 \in L_3. \quad (22)$$

Контур L_3 у площині z_3 відповідає контуру L^* у площині $z = x + iy$ (s – дуга абсциса точки $t = x + iy \in L^*$). За допомогою відомої залежності [4]

$$t_3 = [(1 - i\mu_3)t + (1 + i\mu_3)\bar{t}] / 2 \quad (23)$$

запишемо праву частину крайової умови (22) так:

$$\tau(t) = \operatorname{Re} \left\{ \tilde{K}_{\text{III}}^{\text{V}} (2\pi t_3)^{-\lambda_{\text{III}}} (1 - ik(\alpha)) [(1 - i\mu_3)dt / ds + (1 + i\mu_3)d\bar{t} / ds] \right\} / 2. \quad (24)$$

Відомим підходом [3, 20, 21] збурений напружений стан отримано з розв'язку задачі про гладкий криволінійний розріз вздовж контуру L^* (див. схему на рис. 2а) в анізотропній площині за спрямування її довжини до нескінченності. Береги розрізу завантажені самозрівноваженими зусиллями

$$\tau_{nz}^+ = \tau_{nz}^- = \tau(t), \quad t \in L^*, \quad (25)$$

де верхні індекси позначають граничні значення на гладкому контурі відповідних напружень при підході до нього зліва (+) або справа (–).

Задачу розв'язуватимемо методом сингулярних інтегральних рівнянь [3–5]. Комплексний потенціал $\Phi_3(z_3)$ шукаємо в інтегральній формі

$$\Phi_3(z_3) = \frac{1}{\pi} \int_{L_3} \frac{\phi_3'(t_3) dt_3}{t_3 - z_3}, \quad (26)$$

де густину $\phi_3'(t_3)$ виражають через стрибок переміщень за переходу через контур L . Тепер з крайової умови (25) отримуємо сингулярне інтегральне рівняння

$$\frac{1}{\pi} \int_{L_3} K(t_3, t_3') \phi_3'(t_3) dt_3 = -\tau(t_3'), \quad t_3' \in L_3, \quad (27)$$

де

$$K(t_3, t_3') = \operatorname{Re} \left[\frac{1}{t_3 - t_3'} \frac{dt_3'}{ds'} \right], \quad \tau(t_3') = -\operatorname{Re} \left[\frac{\tilde{K}_{\text{III}}^{\text{V}} (1 - ik(\alpha)) dt_3'}{(2\pi t_3')^{\lambda_{\text{III}}}} \frac{dt_3'}{ds'} \right]. \quad (28)$$

Рівняння (27) має єдиний розв'язок за виконання додаткової умови

$$\int_{L_3} \phi_3'(t_3) dt_3 = 0. \quad (29)$$

Запишемо параметричне рівняння контуру розрізу L^* у вигляді

$$t = \rho\omega(\xi) = \rho e^{i\xi\alpha} \begin{cases} -1 / \sin(\xi\alpha - \beta), & -1 \leq \xi < -\xi_B, \\ 1, & -\xi_B \leq \xi \leq \xi_B, \\ -1 / \sin(\xi\alpha + \beta), & \xi_B < \xi \leq 1, \end{cases} \quad t \in L, \quad -1 \leq \xi \leq 1, \quad (30)$$

де ρ – радіус кривини у вершині вирізу; $\xi_B = (\pi - 2\beta) / [2(\pi - \beta)]$ – кутова координата θ точки закругленого контуру, в якій дуга кола переходить у прямолінійну ділянку [3].

У допоміжній площині z_3 параметричне рівняння розрізу L_3 має вигляд

$$t_3 = \rho\omega_3(\xi), \quad t_3 \in L_3. \quad (31)$$

Запишемо рівняння (27) та додаткову умову (29) у безрозмірному вигляді:

$$\begin{cases} \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 M(\xi, \eta) \phi_3'(\xi) d\xi = \tau(\eta), & -1 \leq \eta \leq 1, \\ \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \phi_3'(\xi) d\xi = 0, \end{cases} \quad (32)$$

$$M(\xi, \eta) = \rho \tilde{K}(\rho \omega_3(\xi), \rho \omega_3(\eta)), \quad t'_3 = \rho \omega_3(\eta),$$

$$\phi'_3(\xi) = \frac{(2\pi\rho)^{\lambda_{III}}}{\tilde{K}_{III}^V} \phi'_3(\rho \omega_3(\xi)) \omega'_3(\xi), \quad \tau(\eta) = \frac{(2\pi\rho)^{\lambda_{III}}}{\tilde{K}_{III}^V} \tau(\rho \omega_3(\eta)).$$

Невідому дійсну функцію $\phi'_3(\xi)$ шукаємо в класі функцій, що мають особливість на кінцях інтервалу інтегрування:

$$\phi'_3(\xi) = u_3(\xi) / \sqrt{1 - \xi^2}. \quad (33)$$

Застосувавши до сингулярних інтегралів (32) квадратурні формули [3], прийдемо до системи лінійних алгебричних рівнянь

$$\begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n u_3(\xi_k) \operatorname{Re}\{\omega'_3(\xi_k) / [\omega_3(\xi_k) - \omega_3(\eta_m)]\} = -\operatorname{Re}[\omega'_3(\eta_m)], \\ \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n u_3(\xi_k) = 0, \end{cases} \quad (34)$$

Тут

$$\xi_k = \cos(\pi(2k-1)/4n), \quad k=1, \dots, 2n; \quad \eta_m = \cos(\pi m/2n), \quad m=1, \dots, (2n-1). \quad (35)$$

Дотичні напруження τ_{sz}^* на закругленому контурі отримаємо зі співвідношення [4]

$$\tau_{sz}^* = \operatorname{Re} \left\{ \frac{\tilde{\Phi}_3^-(t_3)}{2i} \left[(1 - i\mu_3) \frac{dt}{ds} - (1 + i\mu_3) \frac{d\bar{t}}{ds} \right] \right\}, \quad t \in L^*, \quad t_3 \in L_3; \quad \frac{dt}{ds} = \frac{\omega'(t)}{|\omega'(t)|}. \quad (36)$$

Визначивши за формулами Сохотського–Племеля [3] граничне значення потенціалу $\tilde{\Phi}_3^-(t_3)$, знайдемо

$$\tau_{sz}^* = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \frac{K_{III}^V}{(2\pi\rho)^{\lambda_{III}}} \left[\frac{i(1 - ik(\alpha))}{(\omega_3(\xi))^{\lambda_{III}}} + \frac{u_3(\eta) / \sqrt{1 - \eta^2}}{\omega'_3(\eta)} - \frac{1}{\pi i} \int_{L_3} \frac{u_3(\xi) / \sqrt{1 - \xi^2} d\xi}{\omega_3(\xi) - \omega_3(\eta)} \right] \Gamma(\eta_m) \right\},$$

де $\Gamma(\eta_m) = [(1 - i\mu_3)\omega'(\eta_m) - (1 + i\mu_3)\omega'(\eta_m)] / |\omega'(\eta_m)|$.

Застосувавши тут відповідні квадратурні формули [3], одержимо

$$\tau_{sz}^*(\eta_m) = K_{III}^V R_{III}(\eta_m) (2\pi\rho)^{-\lambda_{III}}, \quad (37)$$

де

$$R_{III}(\eta_m) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \left[-\frac{i(1 - ik(\alpha))}{(\omega_3(\eta_m))^{\lambda_{III}}} - \frac{u_3(\eta_m)}{\sqrt{1 - \eta_m^2} \omega'_3(\eta_m)} + \frac{1}{ni} \sum_{k=1}^n \frac{u_3(\xi_k)}{\omega_3(\xi_k) - \omega_3(\eta_m)} \right] \Gamma(\eta_m) \right\} \quad (38)$$

– відносне напруження на контурі вирізу за поздовжнього зсуву.

Довільно орієнтований закруглений кутовий виріз у пружній ортотропній площині. Нехай ортотропна площина послаблена кутовим закругленим вирізом, вісь симетрії якого (вісь Ox) розташована під кутом φ до осі ортотропії матеріалу Ox' (схема на рис. 2а). Сталі ортотропного матеріалу $a'_{44} = 1/G_{23}$, $a'_{45} = 0$, $a'_{55} = 1/G_{13}$, які записані через модулі зсуву G_{13} , G_{23} , відповідають пружним характеристикам анізотропного матеріалу ($a_{45} \neq 0$) [17]

$$\begin{aligned}
a_{44} &= a_{44}' \cos^2 \varphi - 2a_{45}' \sin \varphi \cos \varphi + a_{55}' \sin^2 \varphi, \\
a_{55} &= a_{44}' \sin^2 \varphi + 2a_{45}' \sin \varphi \cos \varphi + a_{55}' \cos^2 \varphi, \\
a_{45} &= (a_{44}' - a_{55}') \sin \varphi \cos \varphi + a_{45}' (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi).
\end{aligned}$$

За цими співвідношеннями та формулами (3) характеристики, які описують анізотропію матеріалу $\hat{\gamma}_3, \gamma_3$, запишемо через відносну технічну сталу ортотропного матеріалу γ_3^0 :

$$\hat{\gamma}_3 = \frac{((\gamma_3^0)^2 - 1) \sin 2\varphi}{2((\gamma_3^0)^2 \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi)}, \quad \gamma_3 = \frac{\gamma_3^0}{(\gamma_3^0)^2 \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi}, \quad \gamma_3^0 = \sqrt{G_{13} / G_{23}}. \quad (39)$$

Для дослідження залежності кута φ від розподілу відносних напружень $R_{III}(\theta)$ в околі вершин кутових закруглених вирізів використаємо формули (38), одержані за загальної анізотропії.

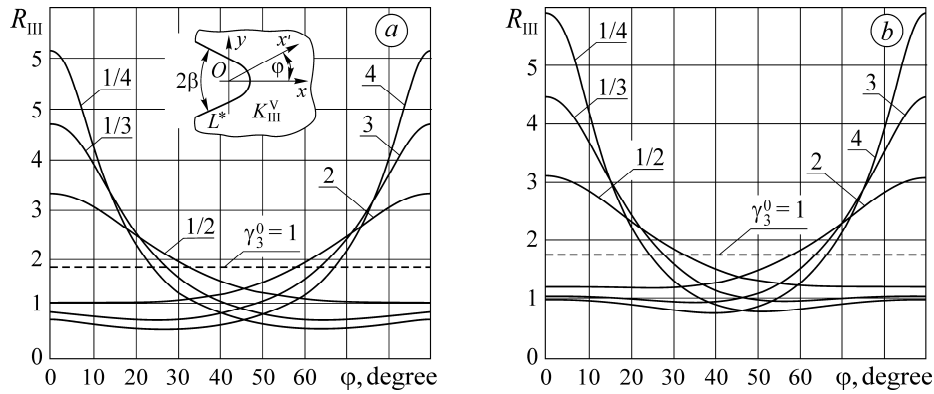


Рис. 2. Залежність коефіцієнта R_{III} для кутових закруглених вирізів $2\beta = 30^\circ$ (a) та $2\beta = 90^\circ$ (b) від кута φ за різних параметрів γ_3^0 .

Fig. 2. Dependence of factor R_{III} for rounded V-notches $2\beta = 30^\circ$ (a) and $2\beta = 90^\circ$ (b) on angle φ for different parameters γ_3^0 .

За співвідношеннями (38), (39) обчислили коефіцієнти впливу закруглення кутового вирізу на напруження в його вершині $R_{III} = R_{III}(0)$ для різних кутів φ та розхилу вирізу 2β (рис. 2) за різних значень γ_3^0 . Максимальні значення коефіцієнтів R_{III} спостерігаємо для $\varphi = 0^\circ$, коли параметр $\gamma_3^0 < 1$, та при $\varphi = 90^\circ$, коли $\gamma_3^0 > 1$. Штриховою лінією показано результати для ізотропного випадку.

Порівняно (рис. 3) розподіли відносних напружень $R_{III}(\theta)$ вздовж контурів кутових вирізів для низки параметрів анізотропії $\hat{\gamma}_3, \gamma_3$. У симетричних випадках $\varphi = 0^\circ$ та $\varphi = 90^\circ$ (штрихові лінії) отримані результати збігаються з відомими [5]. Максимальні значення відносних напружень суттєво залежать від кутів орієнтації волокон φ . Їх значення може збільшуватись або зменшуватись залежно від параметра γ_3^0 та кутів розхилу вирізів 2β .

Такі дослідження можна використати для оптимального вибору пружних властивостей матеріалу за наявності вирізів різної орієнтації. Отримані результати дають змогу знаходити КІН у вершинах гострих вирізів, знаючи відносні напруження $R_{III}(\theta)$ у вершинах відповідних закруглених кутових вирізів.

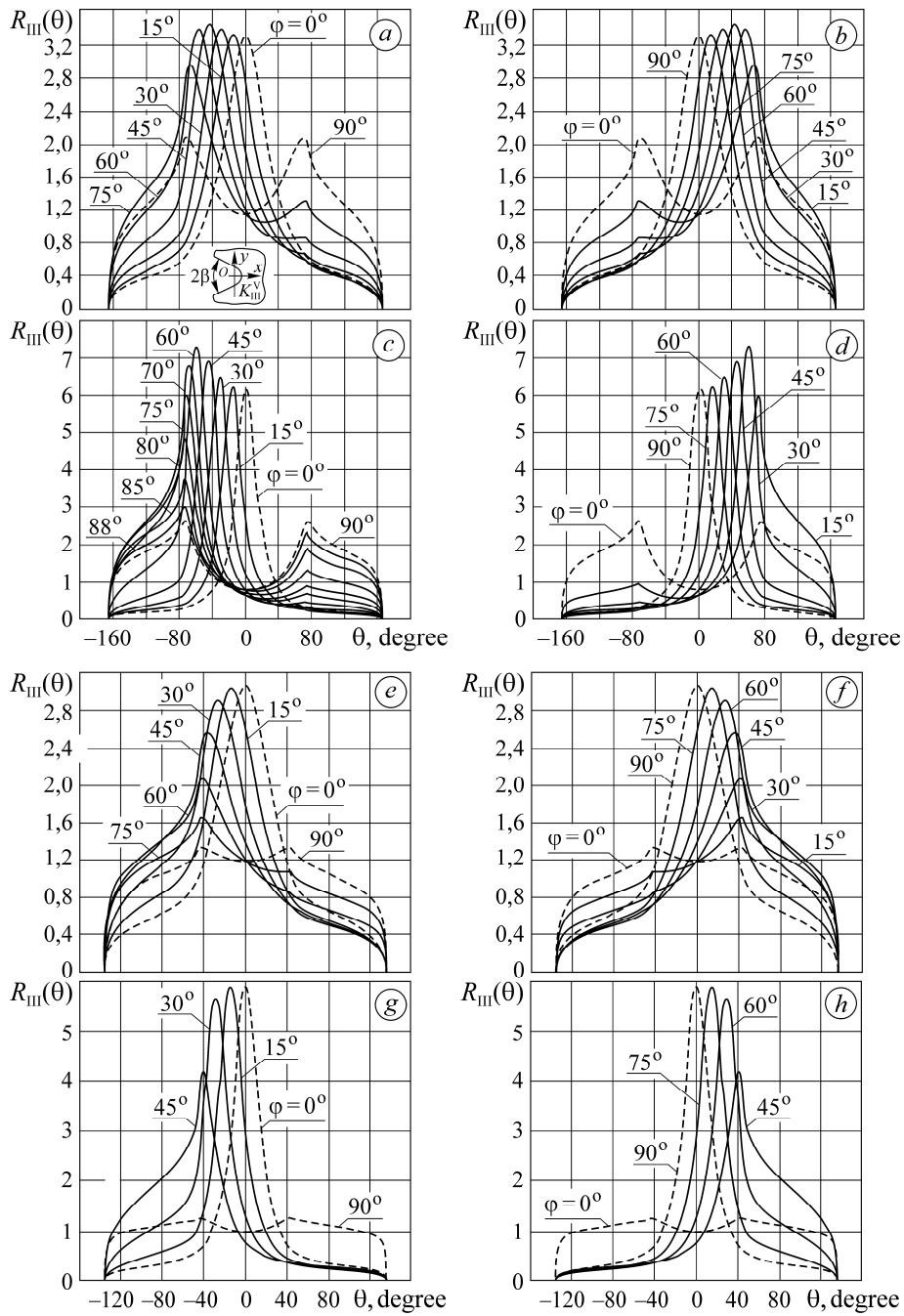


Рис. 3. Розподіл відносного напруження $R_{III}(\theta)$ вздовж контуру кутового закругленого вирізу для кута розхилу $2\beta = 30^\circ$ (a-d) та $2\beta = 90^\circ$ (e-h) за різних кутів φ та параметрів $\gamma_3^0 = 1/2$ (a, e); $\gamma_3^0 = 2$ (b, f); $\gamma_3^0 = 1/4$ (c, g) та $\gamma_3^0 = 4$ (d, h).

Fig. 3. Distribution of relative stress $R_{III}(\theta)$ along the contour of rounded V-notch for opening angle $2\beta = 30^\circ$ (a-d) and $2\beta = 90^\circ$ (e-h) at different angles φ and parameters $\gamma_3^0 = 1/2$ (a, e); $\gamma_3^0 = 2$ (b, f); $\gamma_3^0 = 1/4$ (c, g) and $\gamma_3^0 = 4$ (d, h).

ВИСНОВКИ

Поширено раніше розроблений єдиний підхід до розв'язування антиплоских задач теорії пружності для ізотропних тіл з гострими та закругленими кутовими

вирізами на анізотропні тіла. Розглянуто антиплоску задачу на власні значення для анізотропного клина. Методом сингулярних інтегральних рівнянь побудовано розв'язок антиплоскої задачі теорії пружності для анізотропної площини з напівнескінченим кутовим закругленим вирізом, на основі якого знайдено залежності між коефіцієнтами інтенсивності та концентрації напружень у гострій та закругленій вершинах кутового вирізу. Їх можна використовувати для знаходження КІН у вершинах гострих вирізів на основі розв'язків для відповідних закруглених концентраторів напружень. Досліджено розподіл відносних напружень біля вершин вирізів, осі яких довільно орієнтовані до напрямків ортотропії матеріалу. Результати досліджень можна використати для оптимального вибору розташування вирізів (під кутом до осей ортотропії) в елементах конструкцій, які виготовлені з армованих композитів.

1. *Savruk M. P. and Kazberuk A.* A unified approach to problems of stress concentration near V-shaped notches with sharp and rounded tip // *Int. Appl. Mech.* – 2007. – **43**, № 2. – P. 182–197.
2. *Savruk M. P., Kazberuk A., and Tarasiuk G.* Distribution of stresses over the contour of a rounded V-shaped notch under antiplane deformation // *Materials Science.* – 2012. – **47**, № 6. – P. 7–14.
3. *Саврук М. П., Казберук А.* Концентрація напружень у твердих тілах з вирізами // *Механіка руйнування та міцність матеріалів: Довідн. посіб.* / За заг. ред. В. В. Панасюка. – Львів: СПОЛОМ, 2012. – **14**. – 384 с.
4. *Savruk M. P. and Kazberuk A.* Stress Concentration at Notches. – Cham: Springer, 2017. – 516 p.
5. *Savruk M. P., Onyshko L. Y., and Kvasnyuk O. I.* Distribution of stresses near angular notches on an orthotropic elastic plane under conditions of antiplane deformation // *Materials Science.* – 2019. – **55**, № 3. – P. 299–310.
6. *Chien-Ching Ma and Bao-Luh Hour.* Analysis of dissimilar anisotropic wedges subjected to antiplane shear deformation // *Int. J. Solids Struct.* – 1989. – **25**, № 11. – P. 1295–1309.
7. *Chuan-I Lie and Ching-Hwei Chue.* Disappearance conditions of stress singularities for anisotropic bimaterial half-plane wedges under antiplane shear // *J. Appl. Mech.* – 2007. – **74**. – P. 1–7.
8. *Chuan-I Liu and Ching-Hwei Chue.* On the stress singularity of dissimilar anisotropic wedges and junctions in antiplane shear // *Compos. Struct.* – 2006. – **73**. – P. 432–442.
9. *Ma C. C. and Hour B. L.* Analysis of dissimilar anisotropic wedges subjected to antiplane shear deformation // *Int. J. Solids Struct.* – 1989. – **25**. – P. 1295–1309.
10. *Bogy D. B.* The plane solution for anisotropic elastic wedges under normal and shear loading // *J. Appl. Mech.* – 1972. – **39**. – P. 1103–1109.
11. *Chue C. H. and Liu C. I.* Stress singularities in a bimaterial anisotropic wedge with arbitrary fiber orientation // *Compos. Struct.* – 2002. – **58**. – P. 129–137.
12. *Xie M. and Chaudhuri R. A.* Three-dimensional asymptotic stress field at the front of a bimaterial wedge of symmetric geometry under antiplane shear loading // *Compos. Struct.* – 2001. – **54**. – P. 509–514.
13. *Blinowski A. and Rogaczewski J.* On the order of singularity at V-shaped notches in anisotropic bodies // *Arch. Mech.* – 2000. – **52**, № 6. – P. 1001–1010.
14. *Кухарчук Ю., Сулим Г., Шевчук С.* Пружна рівновага двовимірних тіл з кутовими точками та тонкими включеннями // *Машинознавство.* – 1997. – № 1. – С. 14–20.
15. *Сулим Г., Махоркин Н.* Асимптотическое распределение полей напряжений, перемещений и потенциальной энергии деформации в окрестности угловой точки многоклинового упругого тела // *Acta Mech. Autom.* – 2007. – **1**, № 2. – С. 55–60.
16. *Махоркін М. І., Сулим Г. Т.* Розподіл потенціальної енергії деформації в околі вістря довільної клинової системи за поздовжнього зсуву // *Прикл. пробл. механіки і математики.* – 2005. – № 3. – С. 62–69.
17. *Лехницький С. Г.* Теория упругости анизотропного тела. – М.: Наука, 1977. – 415 с.
18. *Ting T. C. T.* Anisotropic Elasticity. Theory and Applications. – Oxford: Oxford University Press., 1996. – 588 p.
19. *Си Г., Либовиц Г.* Математическая теория хрупкого разрушения // *Разрушение: в 7 т.* / Под ред. Г. Либовица. – М.: Мир, 1975. – **2**. – С. 83–203.
20. *Фильштинский Л. А.* Продольный сдвиг в анизотропной среде с разрезами // *Изв. АН СССР. МТТ.* – 1978. – № 4. – С. 68–72.
21. *Фильштинский Л. А.* Упругое равновесие плоской анизотропной среды, ослабленной произвольными криволинейными трещинами. Предельный переход к изотропной среде // *Изв. АН СССР. МТТ.* – 1976. – № 5. – С. 7–16.

Одержано 21.04.2022