

УДК 624.012.36

МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ПЕРЕВІРКА ЖОРСТКОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОНСТРУКЦІЙ З ОДНОНАПРЯМЛЕНИМИ ПОРОЖНИНАМИ

*І. В. МЕЛЬНИК¹, М. Г. СТАЩУК^{1,2}, М. В. ГОГОЛЬ¹,
Т. В. ПРИСТАВСЬКИЙ¹, Г. В. ІВАСИК¹, В. П. ПАРТУТА¹*

¹ Національний університет "Львівська політехніка";

² Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів

Подано методику розрахунку жорсткості монолітних залізобетонних конструкцій з порожнинами, розташованими в одному напрямку. За результатами теоретичного (числового) моделювання з використанням теорії оболонок і методу скінченних елементів отримано значення циліндричних жорсткостей порожнистих перекриттів, які є різними в обох напрямках і меншими порівняно зі суцільними плитами. Одержано понижувальні коефіцієнти циліндричних жорсткостей c_x , c_y залежно від геометричних параметрів порожнин. Розраховано прогини порожнистого перекриття значних розмірів у плані, на якому здійснювали експериментальні дослідження, з врахуванням коефіцієнтів c_x , c_y . Отримані теоретичні значення прогинів дають задовільну збіжність з експериментальними.

Ключові слова: залізобетонні плоскі порожнисті плити, розрахунок жорсткості, теоретичні та експериментальні значення прогинів.

The methodology for calculating the rigidity of monolithic reinforced concrete structures with cavities, located in one direction, is presented. According to the results of theoretical (numerical) modeling using the theory of shells and the finite element method, the values of cylindrical rigidity of hollow floors were obtained, which are different in both directions and smaller compared to solid slabs. The decreasing coefficients of cylindrical rigidity c_x , c_y depending on the geometric parameters of the cavities were determined. Deflections of the hollow floor of significant dimensions, in the plan on which the experimental studies were carried out, were calculated, taking into account the c_x , c_y coefficients. The obtained theoretical values of the deflections give a more satisfactory convergence with the experimental values of the deflections.

Keywords: reinforced concrete flat hollow slabs, rigidity calculation, theoretical and experimental values of deflections.

Вступ. У будівництві все ширше використовують монолітні плоскі залізобетонні перекриття, особливо в спорудах цивільного призначення (житло, офіси тощо). Спостерігаємо також тенденцію до збільшення прольотів таких перекриттів і використання їх у торгівельних і виставкових комплексах, паркінгах тощо. Все частіше застосовують монолітні залізобетонні плити у фундаментах, прогонних будовах мостів та інших спорудах.

Для суттєвого зменшення ваги плоских монолітних залізобетонних перекриттів та інших плитних конструкцій доцільно використовувати ефективні вставки як окремі вироби з відносно легких і дешевих матеріалів в середній частині перерізу і залишати у плиті після її бетонування [1]. Міцність і жорсткість таких вставок є на порядки меншою від бетону, тому можна вважати, що простір,

який вони займають, є порожнистим. Певною мірою конструкція таких порожнистих плит є подібною до конструкції поліетиленових труб зі стільниковою стінкою [2].

В практиці проєктування і будівництва використовують плитні монолітні перекриття і фундаменти як з дво-, так і з однонапрямленим розташуванням порожниноутворювальних вставок.

Методика розрахунку плит з двонапрямленим розташуванням порожниноутворювальних вставок розроблена раніше [2, 3]. Нижче подано методику розрахунку жорсткості плитних конструкцій з однонапрямленими порожнинами, яку експериментально перевірили. За її основу прийнято теорію тонких пластин, яку використовували як базову для розрахунку різних типів плитних конструкцій.

Пропозиції щодо розрахунку плитних залізобетонних конструкцій. Для аналізу плитних залізобетонів різних конструктивних систем використовують метод розрахунку тонких пружних пластин, прогин яких є співмірним з їх товщиною [3, 4]. Основою цього методу є диференціальні рівняння, які описують зігнуту поверхню пластини, та залежності між моментами і деформаціями з використанням у них циліндричної жорсткості:

$$\left. \begin{aligned} D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) &= q(x, y); \quad M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right); \\ M_y &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right); \quad M_{xy} = -D(1-\nu) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2}; \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \end{aligned} \right\}. \quad (1)$$

Тут D – циліндрична жорсткість пластини (плити); $w = w(x, y)$ – функції прогинів (вертикальних переміщень) плити; $q(x, y)$ – функції інтенсивності розподіленого у плиті навантаження; M_x, M_y, M_{xy} – моменти в площинах xOz, yOz і відповідний крутний момент у розглянутому перерізі (точці); E – модуль пружності пластини (плити); h – товщина плити; ν – коефіцієнт Пуассона.

Розв’язок диференціальних рівнянь (1) можна отримати підбором спеціальних функцій, які задовольняють крайові умови за контуром пластини. Здебільшого це тригонометричні функції, які дають можливість визначити момент і прогини для пластин правильної (симетричної) форми в плані – квадратні, прямокутні, круглі тощо.

Розроблені також методи розрахунку безбалкових перекриттів з використанням тригонометричних рядів. Перекриття розглядали як плиту, завантажену зверху рівномірно розподіленим навантаженням, яке зрівноважують опорними реакціями знизу в межах площі капітелей колон. Функцію зміни навантаження і реакцій розклали в подвійний тригонометричний ряд, що суттєво ускладнило обчислення. За такого підходу використати цей метод на практиці вкрай важко [5].

Для опису напружено-деформованого стану міжколонних плит залізобетонного перекриття [6] рівняння (1) подано у вигляді подвійних тригонометричних рядів. За умови $L_1 = L_2 = L$:

$$W(x, y) = \frac{16q_0(L-2a)^4}{\pi^6 D} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{a}}{mn(m^2 + n^2)^2}, \quad (2)$$

де m, n – цілі непарні числа (1, 3, 5, ...); L – відстань між осями колон; a – розмір консольної частини плити; $q(x, y) = q_0$ – рівномірно розподілене навантаження.

Для розрахунку диска перекриття зі збірних залізобетонних плит розроблено технічну теорію напівмоментної конструктивно-ортотропної плити [7]. Внаслідок незначного впливу поперечної згинної жорсткості, циліндричну жорсткість у напрямку Oy прийнято нульовою. За такої умови вихідне диференціальне рівняння згину спрощуємо:

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} = q, \quad (3)$$

де $w = 2(D_{yx} + D_{xy}) + v_x D_{yx} + v_y D_{xy}$ (v_x, D_y, D_{xy}, D_{yx} – жорсткості на згин і кручення для головних напрямів пружності; v_x, v_y – коефіцієнти Пуассона за розтягу в напрямках O_x, O_y).

Для розрахунку балки (смуги) залізобетонного фундаменту, який лежить на пружній основі, здебільшого використовують диференціальне рівняння четвертого порядку пружної лінії конструкції [8]:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + P_x = \Psi_x, \quad (4)$$

де EI – жорсткість конструкції; $y(x)$ – вертикальне переміщення центральної осі конструкції; $P(x)$ – розподілена реакція від основи; $\Psi(x)$ – задане активне навантаження.

Для розрахунку мостів з повздовжніми і поперечними балками розглянуто [9] прогінну будову як тонку ортотропну пластину, пружна поверхня якої описана таким диференціальним рівнянням:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\theta \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + s \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = \frac{q(x, y)}{D_1}, \quad (5)$$

де θ – відносна жорсткість кручення; $s = D_2 / D_1$ – відносна жорсткість згину; D_1, D_2 – жорсткості згину в головному Ox і поперечному Oy напрямках.

Методика розрахунку жорсткості плит з однонаправленими порожнинами. На прикладі перекриття розглянемо особливості методики розрахунку жорсткості конструкцій з однонаправленими вставками квадратного і прямокутного перерізів, які найчастіше використовують і у будівництві [1].

Інтегрувальною величиною деформацій є вертикальні переміщення (прогини) плит перекриттів. Оскільки лінійні розміри перекриттів у плані є на порядок більшими від товщини перекриття $h / l < 10$, для розробки методики розрахунку використана теорія згину пластин [3–5]. Пластину розглядаємо в системі координат xOy (рис. 1). Згідно з теорією, поданою раніше [4], вихідна система рівнянь рівноваги конструкційно-ортотропної пластини, яка моделює залізобетонну плиту з однонаправленими порожнинами, така:

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} - \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q = 0, \quad \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial M_y}{\partial y} + Q_y = 0, \quad \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} - \frac{\partial M_x}{\partial x} - Q_x = 0, \quad (6)$$

де q – інтенсивність зовнішнього навантаження в напрямку Oz ; M_x, M_y – згинальні та $M_{xy} = -M_{yx}$ – крутні моменти; Q_x, Q_y – перерізувальні зусилля.

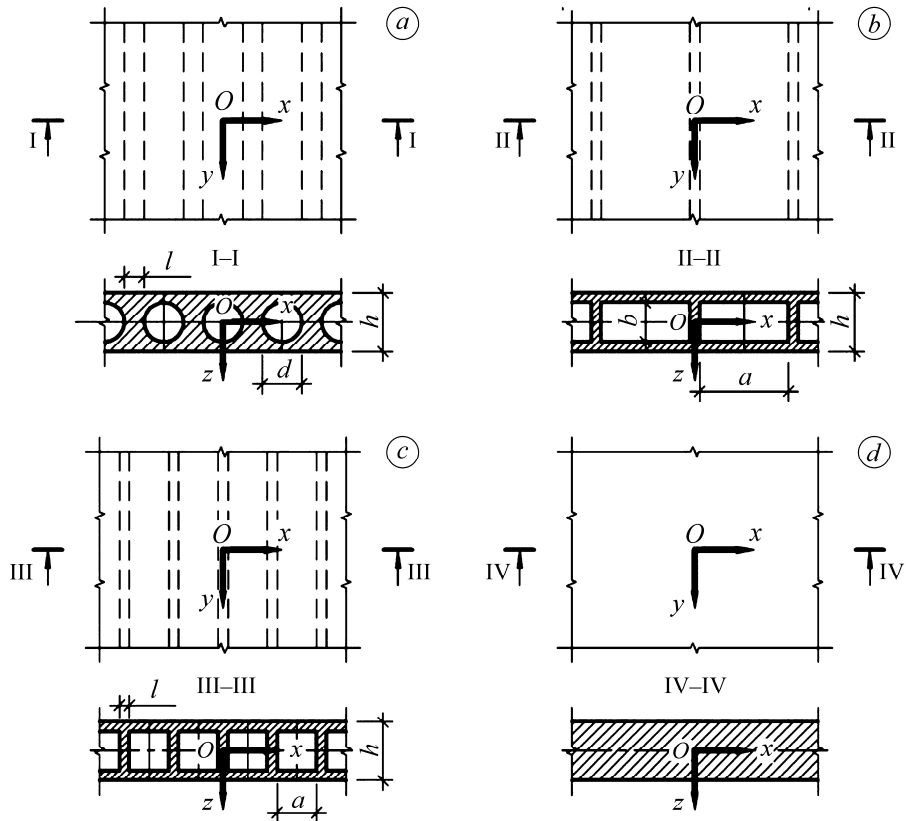


Рис. 1. Фактичні (а-с) і розрахунковий (d) перерізи монолітного перекриття з квадратними порожнинами.

Fig. 1. Actual (a-c) and estimated (d) cross-sections of a monolithic floor with square cavities.

Компоненти деформацій середньої поверхні плити та напруження зсуву τ виражають через прогин w так:

$$\chi_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \quad \chi_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \quad \tau = -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}. \quad (7)$$

Рівняння стану, які зв'язують моменти M_x , M_y та M_{yx} з кривизною середньої поверхні, та τ плити, записуємо у вигляді

$$M_x(x, y) = D_x^* \chi_x(x, y) + D_y^* \chi_y(x, y); \quad M_y(x, y) = D_y^* \chi_y(x, y) + D_x^* \chi_x(x, y);$$

$$M_{xy}(x, y) = 2D_{xy}^* \tau(x, y); \quad M_{yx}(x, y) = -2D_{yx}^* \tau(x, y). \quad (8)$$

Тут D_x^* , D_y^* , $D_x'^*$, $D_y'^*$, D_{xy}^* , D_{yx}^* – перехідні циліндричні жорсткості на згин та кручення у відповідних напрямках. Їх можна подати так:

$$D_x^* = c_x \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}; \quad D_y^* = c_y \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}; \quad D_x'^* = \nu c_x' \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)};$$

$$D_y'^* = \nu c_y' \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}; \quad D_{xy}^* = c_{xy} \frac{Gh^3}{12}; \quad D_{yx}^* = c_{yx} \frac{Gh^3}{12}, \quad (9)$$

де h – товщина перекриття; $c_x, c_y, c'_x, c'_y, c_{xy}$ та c_{yx} – коефіцієнти, які залежать від конструкційної особливості залізобетонного перекриття. Значення цих коефіцієнтів характеризують зменшення циліндричних жорсткостей порівняно з такими ж величинами для суцільної залізобетонної плити товщиною h .

Використовуючи метод скінченних елементів [10], залежно від прикладеного навантаження встановили прогини w порожнистого перекриття, на основі яких розраховуємо кривизни серединної поверхні $\chi_x, \chi_y, \chi_{xy}$. Відтак зі співвідношень (8), маючи задані моменти M_x, M_y, M_{xy} , а також встановлені кривизни $\chi_x, \chi_y, \chi_{xy}$, визначимо відповідні циліндричні жорсткості (10). Для таких елементів виконуються співвідношення

$$\begin{aligned} D_x^* \chi_x^{(A)} + D_y^* \chi_y^{(A)} &= M_x; \quad D_y^* \chi_y^{(A)} + D_x^* \chi_x^{(A)} = 0; \\ D_x^* \chi_x^{(B)} + D_y^* \chi_y^{(B)} &= 0; \quad D_y^* \chi_y^{(B)} + D_x^* \chi_x^{(B)} = M_y; \quad 2D_{xy}^* \chi_{xy}^{(C)} = M_{xy}, \end{aligned} \quad (10)$$

які утворюють систему лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення невідомих жорсткостей. Тут індекс A відповідає прикладеному згинальному моменту M_x (рис. 2a), B – згинальному моменту M_y (рис. 2b) та C – крутному моменту M_{xy} (рис. 2c), що показано на прикладі перекриття з квадратними вставками.

З отриманих результатів для прогинів w серединної поверхні залізобетонного пластинчастого елемента визначені відповідні кривизни $\chi_x^{(A)}, \chi_y^{(A)}, \chi_x^{(B)}, \chi_y^{(B)}$ та $\chi_{xy}^{(C)}$, які входять у систему рівнянь (10). Розв'язуючи її, отримали циліндричні та крутні жорсткості залізобетонного перекриття з порожнинами квадратної форми заданих розмірів.

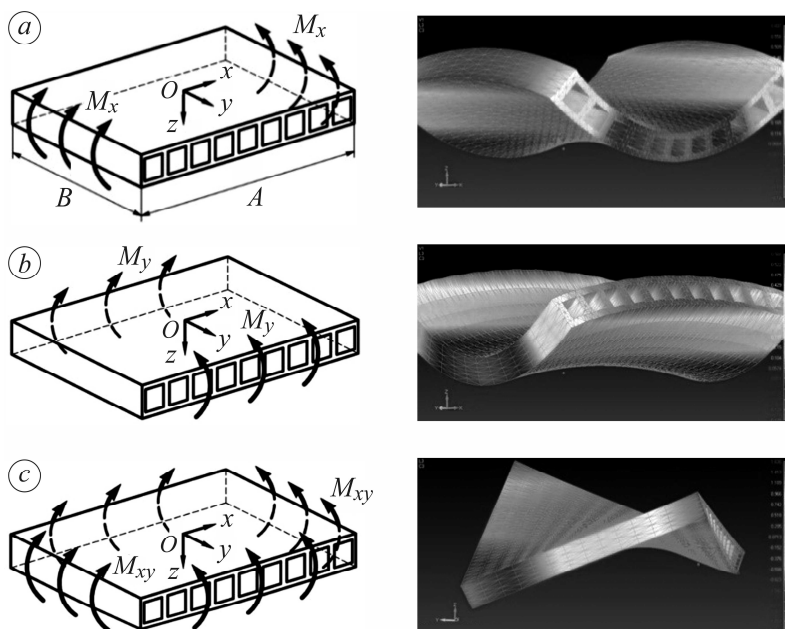


Рис. 2. Схема навантаження та деформування залізобетонного перекриття з квадратними порожнинами: а – моментом M_x ; б – M_y ; в – M_{xy} .

Fig. 2. Scheme of loading and deformation of a reinforced concrete floor with square cavities: а – moment M_x ; б – M_y ; в – M_{xy} .

Змінюючи геометричні розміри порожнин квадратної форми, на основі запропонованого алгоритму встановили циліндричні жорсткості D_x^* , D_y^* для відповідних залізобетонних перекриттів та коефіцієнти c_x і c_y . Застосовуючи вищенаведений підхід, промодельовали роботу фрагментів монолітних перекриттів з квадратними і прямокутними порожнинами з різними геометричними параметрами поперечних перерізів.

Ці параметри прийняті в діапазоні, прив'язаному до розмірів перекриттів та інших плитних конструкцій, які можуть використовувати на практиці. Результати моделювання отримали у вигляді комп'ютерної програми (алгоритму), що дає змогу, задаючи геометричні параметри плит з вставками, одержати відповідні коефіцієнти c_x , c_y . Їх виводять на дисплей у графічному вигляді з одночасним поданням числових значень c_x , c_y .

Натурні випробування монолітного плоского перекриття. Натурні випробування здійснювали на перекритті значних розмірів у плані під час реконструкції будівлі у Львівській обл. (загальна конструктивна схема подана на рис. 3).

Загальна висота перерізу перекриття ($h = 260$ mm) прийнята насамперед з умов жорсткості. У середній частині перекриття вставки з пінополістиролу розмірами перерізу 160×160 mm розташовані в поперечному напрямку з відстанню між ними в плані 70 mm. У результаті у цьому напрямку отримали часторебристу конструкцію, в якій по чергово розташовані вертикальні ребра і вставки (рис. 3, переріз А-А).

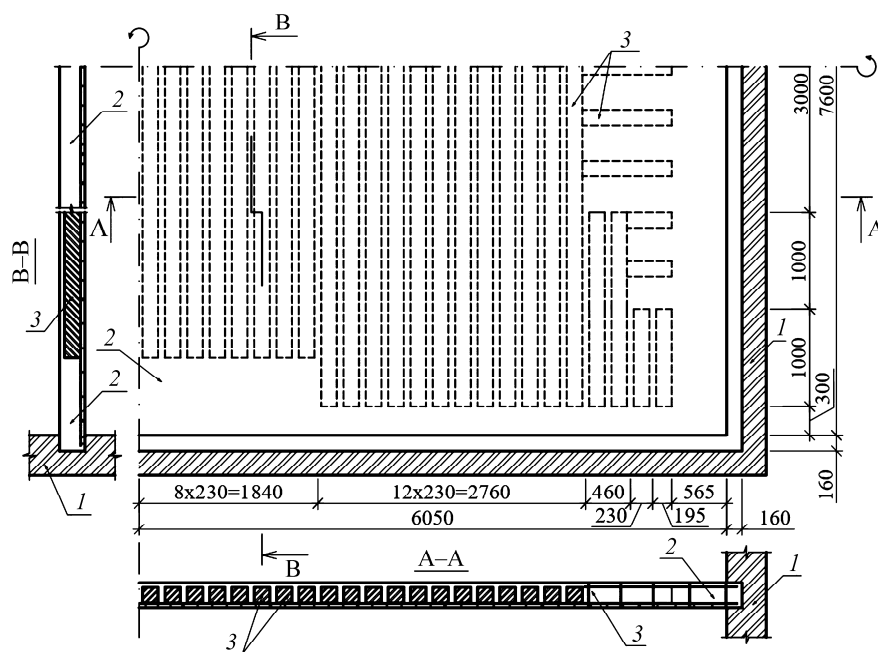


Рис. 3. Фрагмент чверті загальної конструкції перекриття з вставками:
1 – муровані стіни; 2 – монолітний залізобетон; 3 – вставки.

Fig. 3. Fragment of a quarter of the general structure of the floor with inserts:
1 – brick walls; 2 – monolithic reinforced concrete; 3 – inserts.

Розташування вставок і армування прийняте з урахуванням статичного розрахунку перекриття. У поздовжньому напрямку конструкція перекриття, на відміну від поперечного, є неоднорідною (переріз В-В). Армування нижньої зони – стрижні $\varnothing 12$ мм класу А500С з кроком 200 мм. Бетон класу С30/25.

Випробовували з використанням попередньо зважених цеглин і піску. Вантажі розкладали вручну у кількох смугах, розташованих переважно у середній частині прольоту для створення більшого згинального моменту. Це забезпечило доступ до приладів для вимірювання деформацій.

Навантажували перекриття поетапно з доведенням до максимального рівня $v = 3,4 \text{ kN/m}^2$, що на 13% перевищує характеристичне навантаження, прийняте для розрахунку і проєктування плит. Розвантажуючи, створювали можливе несиметричне і нерівномірне розподілене навантаження на перекриття для перевірки його впливу на зміну жорсткості у різних перерізах перекриття.

Згідно зі завданням замовника, перекриття розраховане на проєктне характеристичне навантаження 3 kN/m^2 . На основі цього визначали випробувальне навантаження. Його прикладали поетапно, рівномірно розподіляючи вантажі на зазначеній вище площі. Довантаження на кожному етапі $\sim 0,3 \dots 0,5 \text{ kN/m}^2$. Під час завантаження стежили за загальною поведінкою перекриття, показами приладів тощо. Жодних характерних ознак (зокрема стрімкого наростання деформацій, прогинів) не виявили, у т.ч. за досягнення рівня $3,4 \text{ kN/m}^2$, що майже відповідало розрахунковому корисному навантаженню. Загальне навантаження при цьому з урахуванням власної ваги перекриття становило $8,6 \text{ kN/m}^2$.

Деформативність. Епюри прогинів у серединних перерізах коротшого і довшого прольотів за поетапного навантаження подано на рис. 4.

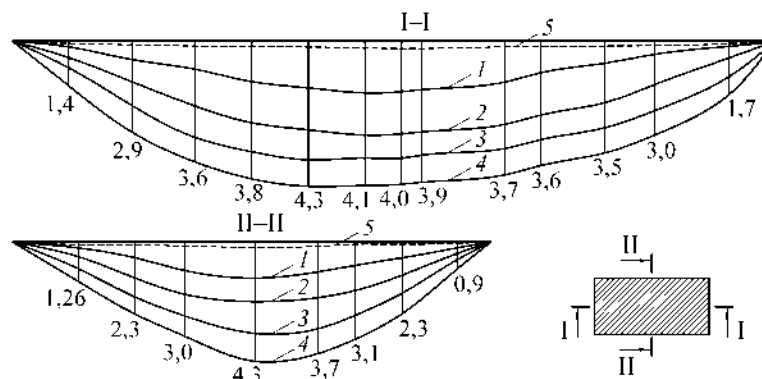


Рис. 4. Епюри експериментальних прогинів перекриття:
1 – $v = 1,5 \text{ kN/m}^2$; 2 – 2,1; 3 – 2,8; 4 – $3,4 \text{ kN/m}^2$; 5 – після розвантаження.

Fig. 4. Plots of experimental floor deflections:
1 – $v = 1.5 \text{ kN/m}^2$; 2 – 2.1; 3 – 2.8; 4 – 3.4 kN/m^2 ; 5 – after unloading.

Найбільші прогини зафіксовані у середній частині плити. За максимального навантаження $3,4 \text{ kN/m}^2$ вони становили 4,3 мм або $1/1617$ і $1/2574$ відносно короткого і довгого прольотів плити, що свідчило про її значну жорсткість. Під час розвантаження перекриття за кожною з п'яти несиметричних схем не виявили істотного впливу на зміну особливостей прогинів, що підтвердило суттєву жорсткість перекриття в обидвох напрямках і його значну крутку жорсткість.

На рис. 5 подано порівняльні графіки експериментальних і теоретичних значень прогинів посередині натурного перекриття.

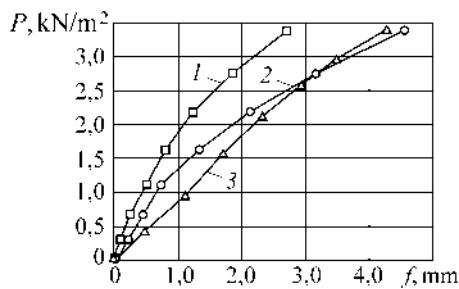


Рис. 5. Прогини перекриття за зміни навантаження: 1, 2 – без та з врахуванням коефіцієнтів c_x , c_y відповідно; 3 – експериментальні значення.

Fig. 5. Deflections of the floor and compliance of loads to their change: 1, 2 – without and with account of coefficients c_x , c_y , respectively; 3 – experimental values.

Теоретичні значення прогинів отримали за результатами розрахунку у програмному комплексі ЛІРА, моделюючи роботу плити з використанням пластинчастих елементів КС 241, з врахуванням фізичної нелінійності. Розраховували двома варіантами – без та з врахуванням коефіцієнтів c_x , c_y . Врахування в розрахунках цих коефіцієнтів дало задовільну збіжність з експериментальними значеннями прогинів.

ВИСНОВКИ

З позицій рівнянь теорії пружності запропонували методику визначення жорсткостей на згин в обох напрямках, моделюючи залізобетонне перекриття з трубчастими вставками ортотропною пластиною. За результатами числового моделювання з використанням методу скінченних елементів отримано зменшені циліндричні жорсткості монолітних залізобетонних перекриттів з трубчастими вставками квадратної, прямокутної та круглої форм зі змінними геометричними параметрами, які найчастіше використовують, зокрема в монолітних перекриттях. Подано конструкцію і прогини натурного перекриття з однонаправленими порожнинами, на якому здійснювали експериментальні дослідження. Теоретичні значення прогинів, обчислені з врахуванням понижувальних коефіцієнтів циліндричної жорсткості, дають задовільну збіжність з експериментальними значеннями прогинів.

1. Мельник І. В., Сорохтей В. М., Приставський Т. В. Плоскі залізобетонні плитні конструкції з ефективними вставками. – Львів: Вид-во Львів. політехніки, 2018. – 272 с.
2. Stashchuk M. G. and Dorosh M. I. Estimation of the stress state of polymeric pipe structures with hollow (cellular) structure of the wall // J. of Math. Sci. – 2014. – **198**, № 2. – P. 181–191. <https://doi.org/10.1007/s10958-014-1782-6>
3. Timoshenko S. and Woinowsky-Krieger S. Theory of Plates and Shells. – McGraw-Hill, 1959. – 580 p. <https://bayanbox.ir/view/1449796995868305459/theory-of-plates-and-shells-Timoshenko-small-size.pdf>
4. Демчина Б. Г., Рутковська І. З., Вознюк Л. І. Особливості розрахунку багатоповових плит перекриття на ПК “ЛІРА” // Сучасне промислове та цивільне будівництво. – 2009. – 5, № 4. – С. 179–185.
5. Mel'nyk I. V. Analysis of the stiffnesses of reinforced-concrete plane monolithic floors with tubular inserts // Materials Science. – 2014. – **50**, № 4. – P. 564–570. <https://doi.org/10.1007/s11003-015-9754-7>
6. Нижник О. В. Безбалкові та часторебристі сталезалізобетонні перекриття: дис. д-ра техн. наук. – Полтава, 2012. – 452 с.
7. Семченков А. С. Пространственно-деформирующиеся железобетонные диски перекрытий многоэтажных зданий. Экспериментальные исследования, практические методы расчета и проектирование: дис. д-ра техн. наук. – Москва, 1991. – 703 с.
8. Симвулиди И. А. Расчет инженерных конструкций на упругом основании. – М.: Высш. школа, 1973. – 431 с.
9. Приклади розрахунку та проектування балкових прогонових будов залізобетонних мостів: навч. пос. / О. Ф. Яременко, В. Г. Кваша, Н. О. Яременко, І. О. Твардовський, О. М. Чучмай, О. О. Яременко. – Одеса: Астропринт, 2011. – 312 с.
10. Рычков С. П. MSC.visual nastran для Windows. – М.: НТ Пресс, 2004. – 552 с.

Одержано 12.05.2022