

УДК: 539.375;539.4

ВИЗНАЧЕННЯ ЗАЛИШКОВОЇ ДОВГОВІЧНОСТІ ПЛАСТИНИ ЗІ СИСТЕМОЮ ТРІЩИН ЗА ДІЇ ДОВГОТРИВАЛОГО СТАТИЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ І КОРОЗИВНОГО СЕРЕДОВИЩА

О. Є. АНДРЕЙКІВ¹, І. Я. ДОЛІНСЬКА², Н. С. ЗВЯГІН¹, М. О. ЛЮБЧАК²

¹ Львівський національний університет ім. Івана Франка;

² Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів

З допомогою енергетичного підходу побудовано розрахункову модель для визначення періоду докритичного росту систем тріщин у металевих пластинах за дії довготривалого статичного розтягу і локальної електрохімічної корозії. Оцінено вплив корозивного середовища на залишкову довговічність пластини зі системою періодичних і двоперіодичних тріщин.

Ключові слова: математична модель, пластина, система тріщин, залишкова довговічність, корозивне середовище.

Using the energy approach, a calculation model was built to determine the period of subcritical growth of a system of cracks in metal plates that are subjected to long-term static tension and local electrochemical corrosion. The effect of corrosive environment on the residual life of a plate with a system of periodic and doubly periodic cracks was evaluated.

Keywords: mathematical model, plate, system of cracks, residual life, corrosive environment.

Вступ. Значна кількість інженерних конструкцій, машин та споруд тривалої експлуатації передчасно втрачають роботоздатність внаслідок зародження і поширення тріщин. Ситуація суттєво ускладнюється, коли поряд із тривалими навантаженнями діють агресивні середовища, особливо корозивні [1, 2], які зумовлюють ріст корозійно-механічних тріщин. Тоді для прогнозування роботоздатності елементів конструкцій необхідно застосовувати розрахункові методи для оцінювання комплексного впливу експлуатаційних чинників на міцність і довговічність елементів конструкцій, які б урахували механізми корозійного руйнування. На сьогодні відома [3–7] низка розрахункових моделей для дослідження росту корозійно-механічних тріщин у конструкційних матеріалах і визначення періоду їх докритичного росту. Більшість із відомих моделей описують розвиток одинарних тріщин [8–10]. Однак на практиці все частіше трапляються випадки поширення систем тріщин в елементах конструкцій, які експлуатують у корозивних середовищах [5]. З огляду на це, мета роботи – побудувати розрахункову модель (диференціальні рівняння з початковими і кінцевими умовами) для визначення залишкової довговічності пластини, послабленої системою тріщин, яка перебуває під дією агресивного корозивного середовища і довготривалого статичного навантаження. Для побудови розрахункової моделі застосовано раніше запропонований енергетичний підхід [10] для дослідження розвитку корозійно-механічних тріщин.

Формулювання математичної моделі. Для побудови диференціальних рівнянь розглянемо металеву пластину, в якій поширюється система m малих макроскопічних тріщин. На пластину діє тривале статичне навантаження і корозивне середовище, яке потрапляє у вершини тріщин. Вважають, що під час контакту корозивного середовища з поверхнею вершин тріщин відбувається анодне розчинення і водневе окиснення за електрохімічної корозії. За заданих експлуатаційних умов в пластині поширюватимуться корозійно-механічні тріщини. Вважаємо, що конфігурацію пластини та геометричне розміщення тріщин визначають лінійні параметри $a_1, \dots, a_k$, а геометричну конфігурацію кожної тріщини – параметри $b_1, \dots, b_m$. При цьому приймаємо, що для $a_q \rightarrow \infty$ ($q = 1, 2, \dots, k$) отримуємо необмежену пластину, яка послаблена однією тріщиною конфігурації b_j . Далі вибираємо у

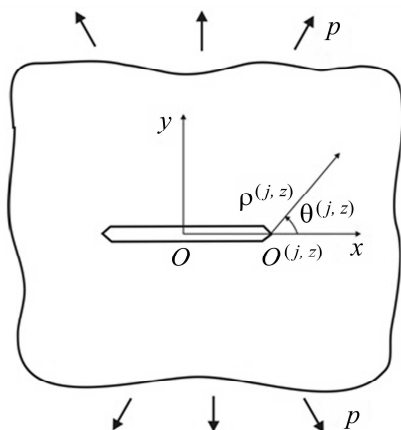


Рис. 1. Схема навантаження пластини з тріщиною.

Fig. 1. Loading mode of a plate with a crack.

z -ій вершині кожної тріщини $L^{(j)}$ локальну систему координат $O^{(j,z)}\rho^{(j,z)}\theta^{(j,z)}$ (рис. 1) і позначимо $\Delta l^{(j,z)}$ – приріст j -ої тріщини відповідно на її кінцях ($z = 1, 2$). Силове навантаження характеризується параметром p . Задача полягає у визначенні періоду докритичного росту однієї із тріщин $L^{(e)}$, тобто часу $t = t_*$, за який ця тріщина виросте до певного розміру $l^{(e)} = l_*^{(e)}$, критичного для цієї пластини, за якого вона зруйнується.

Для реалізації задачі зробимо узагальнення сформульованого раніше [10] енергетичного підходу для дослідження розвитку одинарних корозійно-механічних тріщин. Водночас застосуємо відому [5] гіпотезу, за якою корозійно-механічні тріщини поширюються в напрямку максимально можливих їх швидкостей. В результаті задачу звели до розв'язання системи диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned} \frac{dl^{(j,z)}}{dt} &= \frac{d(\Gamma^{(j,z)})}{dt} (\gamma_{CC} - \gamma_t^{(j,z)})^{-1}, \\ \frac{\partial}{\partial \theta^{(j,z)}} \left[\frac{d(\Gamma^{(j,z)})}{dt} (\gamma_{CC} - \gamma_t^{(j,z)})^{-1} \right]_{\theta^{(j,z)} = \theta_t^{(j,z)}} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

за початкової

$$t = 0, \quad l^{(j,z)}(0) = l_0^{(j,z)} \quad (2)$$

і кінцевої умов

$$t = t_*, \quad l^{(e,z)}(t_*) = l_*^{(e,z)}, \quad (j = 1, \dots, m; z = 1, 2). \quad (3)$$

Критичне значення довжини тріщини знаходимо з енергетичного критерію

$$\gamma_t^{(e,z)}(l_*^{(e,z)}) = \gamma_{CC}; \quad \max_j \left[\gamma_t^{(j,z)}(l_*^{(j,z)}) (\gamma_{CC})^{-1} \right] = \gamma_t^{(e,z)}(l_*^{(e,z)}) (\gamma_{CC})^{-1}. \quad (4)$$

Тут $\Gamma^{(j,z)}(t)$ – енергія руйнування пластини за елементарного стрибка вершини тріщини $l^{(j,z)}$, яка залежить від площі z -ої тріщини L_j , часу і корозивного середовища; $\gamma_t^{(j,z)}$ – питома робота пластичних деформацій в зоні передруйнування біля вершин тріщини L_j ; γ_{CC} – її критичне значення; $\theta_t^{(j,z)}$ – значення кутів $\theta^{(j,z)}$, які визначають напрямок поширення кінців L_j тріщини; $l_*^{(j,z)}$ – критичне підростання z -го кінця тріщини L_j за руйнування пластини.

Вважали, як і у праці [10], що швидкість анодного розчинення набагато менша від швидкості механічного росту тріщини за дії силового навантаження і відновлення водню. За такого формулювання, відповідно до результатів [10], невідомі величини в системі рівнянь (1) подамо так:

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma^{(j,z)}}{dt} &= -\alpha \left[\left(\delta_{l\theta}^{(j,z)} \sigma_{0f}^{(j,z)} + \delta_{\Pi\theta}^{(j,z)} \tau_{0f}^{(j,z)} \right) - \left(\delta_{scc\theta}^{(j,z)} \sigma_{0f}^{(j,z)} + \delta_{scc\theta}^{(j,z)} \tau_{0f}^{(j,z)} \right) \right], \\ \gamma_{CC} &= \delta_{CC} \sigma_{0f}, \quad \gamma_t^{(j,z)}(l) = \delta_t^{(j,z)} \sigma_t^{(j,z)} = \delta_{lt}^{(j,z)} \sigma_{0f}^{(j,z)} + \delta_{\Pi t}^{(j,z)} \tau_{0f}^{(j,z)}, \\ \gamma_{scc}^{(j,z)} &= \delta_{scc}^{(j,z)} \sigma_{0f}^{(j,z)}, \end{aligned} \quad (5)$$

де $\gamma_{scc}^{(j,z)}$ – питома робота пластичних деформацій у зоні передруйнування біля вершини z j -ої тріщини, яка не викликає її поширення; $\delta_t^{(j,z)}$ – розкриття в зоні передруйнування біля вершини z тріщини L_j ; $\delta_{l\theta}^{(j,z)}$, $\delta_{\Pi\theta}^{(j,z)}$ – проєкції розкриття $\delta_t^{(j,z)}$ на напрямні орти полярної системи координат $O^{(j,z)} \rho^{(j,z)} \theta^{(j,z)}$ (рис. 1); $\sigma_t^{(j,z)}$ – усереднені напруження в зоні передруйнування біля вершини z тріщини L_j ; $\sigma_{0f}^{(j,z)}$, $\tau_{0f}^{(j,z)}$ – відповідні їх проєкції; α – константа, яка залежить від середовища і її визначають з експерименту.

Перше рівняння системи (1) описує швидкість поширення тріщини, а друге – її напрямок. Рівняння (1) з умовами (2)–(4) – розрахункова модель для визначення залишкової довговічності пластини зі системою корозійно-механічних тріщин. Далі застосуємо цю модель для розв’язання конкретних задач про визначення залишкової довговічності пластини з періодичною та двоперіодичною системою тріщин.

Визначення залишкової довговічності пластини з періодичною системою корозійно-механічних тріщин. Нехай нескінченну пластину зі системою періодичних прямолінійних тріщин початкової довжини $2l_0$, розміщених вздовж однієї лінії, піддають розтягу у нескінченно віддалених точках рівномірно розподіленим зусиллям інтенсивності p (рис. 2). Водночас пластина перебуває під дією корозивного середовища. Задача полягає у визначенні часу $t = t_*$, за який в результаті дії навантаження і середовища тріщини підростуть до критичного розміру $l = l_*$ і пластина зруйнується. Вважаємо, що тріщини однакового розміру l , перебувають в однакових умовах дії напружено-деформованого стану і корозії, а зовнішні навантаження розтягу p прикладені так, що напружено-деформований

стан у пластині симетричний відносно розміщення тріщин. Тоді математична модель (1)–(3) набуде вигляду

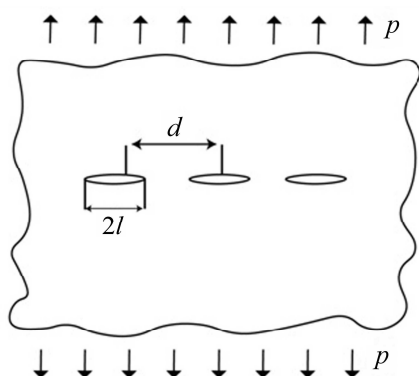


Рис. 2. Схема навантаження пластини з періодичною системою тріщин.

Fig. 2. Loading mode of a plate with a periodic system of cracks.

$$\frac{dl}{dt} = \alpha \frac{\delta_t - \delta_{scc}}{\delta_{CC} - \delta_t} \quad (6)$$

з початковою і кінцевою умовами

$$t = 0, \quad l(0) = l_0, \quad t = t_*, \quad l(t_*) = l_*, \quad \delta_t(l_*) = \delta_{CC}. \quad (7)$$

Розкриття δ_t з урахуванням міри регулярності і сингулярності напружень біля вершини малості тріщини шукаємо наближено за відомою формулою [11]

$$\delta_t = \frac{K_I^2}{\sigma_t E (1 - \lambda^2)}, \quad (8)$$

де E – модуль пружності; $\lambda = p/\sigma_t$; K_I – коефіцієнт інтенсивності напружень, який тут визначали за формулою [12]

$$K_I = p \sqrt{d \operatorname{tg}(\pi l / d)}. \quad (9)$$

Залишкову довговічність розрахуємо для пластини зі сталі 45ХН2МФА. Цей вибір пов'язаний з тим, що відомі [13] кінетичні діаграми росту корозійно-механічних тріщин як залежності швидкості поширення тріщини від коефіцієнта інтенсивності напружень. На основі формули (8) ці діаграми для сталі 45ХН2МФА (відпуск при 470 К) у дистильованій воді і водному розчині неорганічного інгібітора корозії Cu^{+2} перебудували в координатах швидкості поширення тріщини і розкриття у її вершині (рис. 3). Застосовуючи метод найменших квадратів, рівняння (6) і ці діаграми, знайшли характеристики матеріалу для згаданих вище середовищ: дистильована вода – $\alpha = 8,2 \cdot 10^{-8}$ м/с, $\delta_{CC} = 7,5 \cdot 10^{-6}$ м, $\delta_{scc} = 2,439 \cdot 10^{-7}$ м; Cu^{+2} – $\alpha = 4,7 \cdot 10^{-8}$ м/с, $\delta_{CC} = 7,5 \cdot 10^{-6}$ м, $\delta_{scc} = 2,439 \cdot 10^{-7}$ м. З урахуванням співвідношень (8), (9) рівняння (6) набуде вигляду

$$\frac{dl}{dt} = \alpha \frac{p^2 d \sigma_t^{-1} E^{-1} (1 - \lambda^2)^{-1} \operatorname{tg}(\pi l d^{-1}) - \delta_{scc}}{\delta_{CC} - p^2 d \sigma_t^{-1} E^{-1} (1 - \lambda^2)^{-1} \operatorname{tg}(\pi l d^{-1})}. \quad (10)$$

Проінтегрувавши його за умов (7) для вищенаведених характеристик матеріалу і параметрів: $p = 110$ МПа, $d = 0,1$ м, отримали співвідношення для визначення залишкової довговічності пластини:

$$t_* = \frac{1}{\alpha} \int_{l_0}^{0,035} \frac{7,5 \cdot 10^{-6} - 3,66 \cdot 10^{-6} \operatorname{tg}(31,4l)}{3,66 \cdot 10^{-6} \operatorname{tg}(31,4l) - 2,44 \cdot 10^{-7}} dl. \quad (11)$$

Тут критичний розмір тріщини l_* визначили з останньої рівності (7).

За співвідношенням (11) побудовано (рис. 4) залежності залишкової довговічності пластини від початкової довжини тріщини за дії дистильованої води (крива 2). Як бачимо, незначне збільшення початкової довжини тріщини призводить до різкого зниження ресурсу пластини. Для запобігання корозивному руйнуванню застосовують різні протикорозійні засоби. Зокрема, одними із ефективних

є інгібітори корозії, які зменшують швидкість її поширення, а отже, сповільнюють ріст тріщин. Варто було б встановити як дія інгібіторів впливає на кількісний показник залишкової довговічності елементів конструкцій. Застосовуючи співвідношення (11), розраховували залишкову довговічність пластини за дії неорганічного інгібітора корозії Cu^{+2} (крива 1). Наведені графічні залежності (рис. 4) показують ефективність інгібіторів корозії, оскільки їх застосування підвищило довговічність пластини на 40%.

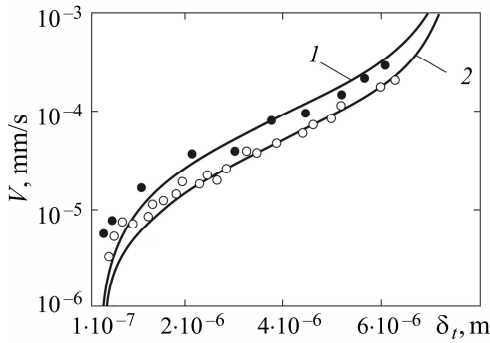


Рис. 3. Fig. 3.

Рис. 3. Кінетичні діаграми швидкості росту тріщини сталі 45ХН2МФА (відпуск 470 К) у дистильованій воді (1, ●) і водному розчині неорганічного інгібітора корозії Cu^{+2} (2, ○).

Fig. 3. Kinetic diagrams of the crack growth rate of 45XH2MFA steel (tempering 470 K) in distilled water (1, ●) and aqueous solutions with inorganic corrosion inhibitors Cu^{+2} (2, ○).

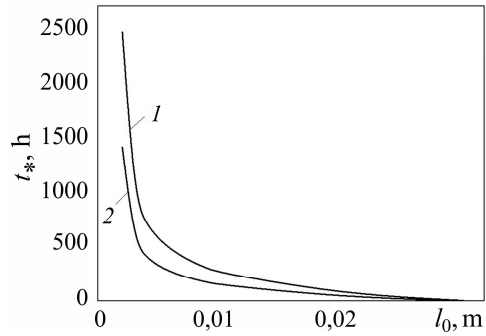


Рис. 4. Fig. 4.

Рис. 4. Залежність залишкової довговічності пластини від початкової довжини тріщини за дії інгібітора корозії Cu^{+2} (1) і дистильованої води (2).

Fig. 4. Dependence of the residual life of the plate on the initial length of the crack under action of Cu^{+2} corrosion inhibitor (curve 1) and distilled water (curve 2).

Довговічність пластини з двоперіодичною системою тріщин. Розглянемо нескінченну пластину, послаблену двоперіодичною системою прямолінійних тріщин довжини $2l_0$, центри яких розміщені у вузлах квадратної ґратки зі стороною d (рис. 5). Пластина контактує з корозивним середовищем і на нескінченності піддана довготривалому статичному розтягу. При цьому навантаження прикладені так, що напружено-деформований стан пластини симетричний відносно розміщення тріщин.

Щоб визначити залишкову довговічність пластини за цих умов, задачу зводять до розв'язання математичних співвідношень (6), (7). Проінтегрувавши рівняння (6) за умов (7), отримаємо:

$$t_* = \frac{1}{\alpha} \int_{l_0}^{l_*} \frac{\delta_{CC} - K_I^2 \sigma_t^{-1} E^{-1} (1 - \lambda^2)^{-1}}{K_I^2 \sigma_t^{-1} E^{-1} (1 - \lambda^2)^{-1} - \delta_{scc}} dl. \quad (12)$$

Коефіцієнт інтенсивності напружень знаходимо зі співвідношення [12]:

$$K_I = p\sqrt{\pi l} \left(1 + \frac{3\pi\lambda_1^2}{8\sqrt{3}} - 0,0337\pi^2\lambda_1^4 + 0,0583\pi^3\lambda_1^6 \right) + O(\lambda_1^8), \quad \lambda_1 = 2ld^{-1}. \quad (13)$$

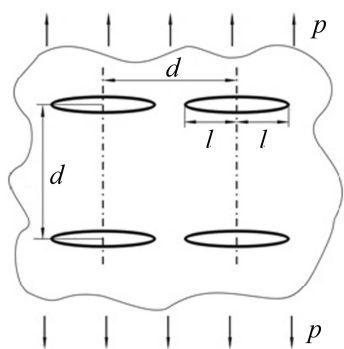


Рис. 5. Fig. 5.

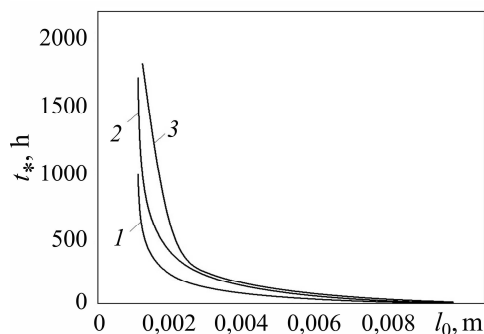


Рис. 6. Fig. 6.

Рис. 5. Схема навантаження пластини з двоперіодичною системою тріщин.

Fig. 5. Loading mode of a plate with a double-periodic system of cracks.

Рис. 6. Залежність залишкової довговічності пластини з двоперіодичною системою тріщин від їх початкової довжини за дії дистильованої води (1) та інгібітора корозії Cu^{+2} за $d = 0,03$ м (2) і $0,035$ м (3).

Fig. 6. Dependence of the residual life of the plate on the initial length of the crack under action of distilled water (1) and Cu^{+2} corrosion inhibitor at $d = 0.03$ m (2) and 0.035 m (3).

На основі співвідношення (12) отримано залежності залишкової довговічності пластини від початкової довжини тріщин (рис. 6) і параметра d (відстані між тріщинами) в умовах дистильованої води (крива 1) та інгібітора корозії (криві 2, 3) для $p = 150$ МПа. Отримані результати підтвердили ефективність застосування інгібіторів. Показано, що збільшення параметра d призводить до підвищення залишкової довговічності пластини.

ВИСНОВКИ

Побудовано розрахункову модель для визначення залишкової довговічності пластини зі системою тріщин під дією довготривалого статичного навантаження і корозивних середовищ. Модель застосовано для перевірки ефективності інгібіторів. Для пластини зі сталі 45ХН2МФА з періодичною та двоперіодичною системою тріщин встановлено, що завдяки неорганічному інгібітору Cu^{+2} її довговічність підвищилась на 40% порівняно з дистильованою водою.

1. Дмитрах І. М., Панасюк В. В. Вплив корозійних середовищ на локальне руйнування металів біля концентраторів напружень. – Львів: Фіз.-мех. ін-т ім. Г. В. Карпенка, 1999. – 340 с.
2. Arnoux P. Atomistic simulations of stress corrosion cracking // *Corr. Sci.* – 2010. – **52**. – P. 1247–1257. <https://doi.org/10.1016/j.corsci.2009.12.024>
3. Alqahtani M., Starr A., and Khan M. Experimental and theoretical aspects of crack assisted failures of metallic alloys in corrosive environments – A review // *Materials Today: Proc.* – 2022. – **66**, № 4. – P. 2530–2535. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2022.07.075>
4. Zhiying Chen, Yanwei Dai, and Yinghua Liu. Life prediction of corrosion-fatigue based on a new crack growth rate model with damage and the extended finite element method // *Eng. Fract. Mech.* – 2023. – **289**. – 109445. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2023.109445>
5. Mathematical modeling of fracture processes in plates with systems of cracks under the action of long-term loads, high temperatures, and corrosive media / O. Ye. Andreikiv, I. Ya. Dolins'ka, A. R. Lysyk, and N. B. Sas // *J. of Math. Sci.* – 2019. – **236**, № 2. – P. 212–223. <https://doi.org/10.1007/s10958-018-4107-3>

6. *The probabilistic life time prediction model of oil pipeline due to local corrosion crack* / Jun Hu, Tian Yangyang, Haipeng Teng, Lijun Yu, and Maosheng Zheng // *Theor. and Appl. Fract. Mech.* – 2014. – **70**. – P. 10–18. <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2014.04.002>
7. *Syrotyuk A. M. and Dmytrakh I. M. Methods for the Evaluation of Fracture and Strength of Pipeline Steels and Structures under the Action of Working Media. Part I. Influence of the Corrosion Factor* // *Materials Science.* – 2014. – **50**, № 3. – P. 324–3391. <https://doi.org/10.1007/s11003-014-9724-5>
8. *Influence of corrosive hydrogenating media on the residual service life of structural elements in the maneuvering mode of operation* / O. Ye. Andreikiv, V. R. Skal's'kyi, I. Ya. Dolins'ka, and A. R. Dzyubyk // *Materials Science.* – 2018. – **54**, № 1. – P. 61–68. <https://doi.org/10.1007/s11003-018-0158-3>
9. *Аналог задачі Гріффітса для поширення корозійно-механічних тріщин* / Н. Звягін, С. Настасяк, В. Колодій, Ю. Колодій // *Вісн. Львівськ. ун-ту. Сер. мех.-мат.* – 2021. – № 92. – С. 111–117. <http://dx.doi.org/10.30970/vmm.2021.92.111-117>
10. *Determination of the residual service life of a torsion bar under the influence of corrosive media* / O. E. Andreikiv, I. Ya. Dolinska, S. V. Nastasiak, and M. S. Shefer // *Materials Science.* – 2022. – **57**, № 5. – P. 633–639. <https://doi.org/10.1007/s11003-022-00589-8>
11. *Yadznak N. Generalization of the equivalent area method for the case of short fatigue cracks in a three-dimensional body* // *Вісн. Львівськ. ун-ту. Сер. мех.-мат.* – 2020. – № 89. – С. 134–141. <http://publications.lnu.edu.ua/bulletins/index.php/mmf/issue/view/464>
12. *Саврук М. П. Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами.* – К.: Наук. думка, 1988. – 620 с.
13. *Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пос. в 4-х т. / Под общ. ред. В. В. Панасюка. Т. 4: Усталость и циклическая трещиностойкость конструкционных материалов* / О. Н. Романив, С. Я. Ярема, Г. Н. Никифорчин, Н. А. Махутов, М. М. Стадник. – К.: Наук. думка, 1990. – 660 с.

Одержано 27.06.2023