

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ, МЕТОДИКА ТА РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКУ ЗУСИЛЬ У СТЯЖНИХ ПРИЗМАХ ОСЕРДЯ СТАТОРА ТУРБОГЕНЕРАТОРА ЗА НАЯВНОСТІ ДЕФЕКТІВ НА ОСНОВІ МЕТОДУ ТРЬОХ МОМЕНТІВ

О.І. Титко, чл.-кор. НАН України, В.А. Мистецький, інж.

Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна

Розроблено методика та отримано результати дослідження впливу пошкодження однієї або декількох стяжних призм статора турбогенератора на зміну напружено-деформованого стану інших стяжних призм на основі методу трьох моментів. Бібл. 6, рис. 9, табл. 4.

Ключові слова: стяжна призма, статор, турбогенератор, нероздільна багатопрогінна балка, фіктивна сила, сили реакцій опори, метод трьох моментів.

Для розробки ефективного способу контролю зусиль затягування шихтованого осердя статора потужних турбогенераторів (ТГ), які здійснюються за допомогою декількох десятків стяжних призм, необхідно знати розподіл зусиль у кожній призмі (шпильці) при ослабленні однієї чи декількох з них. Для розв'язання задачі про перерозподіл механічних навантажень після руйнування однієї або декількох шпильок використовуємо класичний у механіці метод, оснований на рівняннях трьох моментів [1, 3–6].

Нерозрізними багатопролітними балками називають статично невизначені балки, що спираються більш ніж на дві опори. У таких балках більш раціонально розподіляються згинаючі моменти у порівнянні з розрізними балками. Всі опори таких балок мають сприймати як позитивні, так і негативні опорні реакції. Ступінь статичної невизначеності нерозрізної балки дорівнює кількості проміжних опор [6].

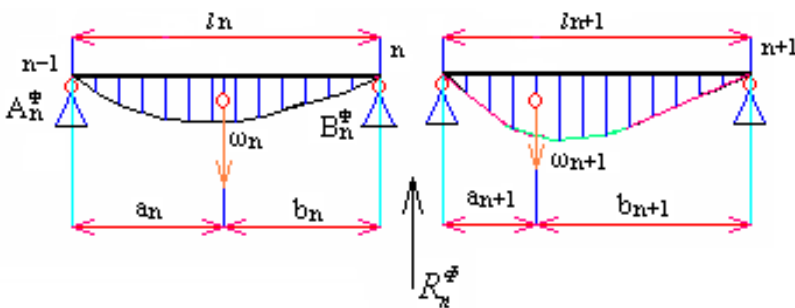


Рис. 1

Рівняння трьох моментів.

При застосуванні методу трьох моментів вводяться такі обмеження: всі опори нерозрізної балки лежать на одній прямій; балка має постійну жорсткість по всій довжині; опори балки абсолютно тверді тіла і неподатливі у вертикальному напрямку.

Для балки, що має постійну жорсткість за довжиною, рівняння

трьох моментів має вигляд [6]

$$M_{n-1}l_n + 2M_n(l_n + l_{n+1}) + M_{n+1}l_{n+1} = -6R_n^\phi, \quad (1)$$

де M_{n-1} , M_n і M_{n+1} – моменти на опорах $n-1$, n і $n+1$; l_n та l_{n+1} – довжина лівого і правого прольотів (рис. 1); R_n^ϕ – фіктивні сили. Права частина рівняння має вигляд

$$R_n^\phi = B_n^\phi + A_{n+1}^\phi = \frac{\omega_n a_n}{l_n} + \frac{\omega_{n+1} b_{n+1}}{l_{n+1}}, \quad (2)$$

де ω_n і ω_{n+1} – площі епюр згинаючих моментів від заданих навантажень відповідно в лівому і правому прольотах, що розглядаються як прості балки на двох шарнірних опорах; a_n і b_n – відстані від центру ваги навантаженої площі ω відповідно до лівої і правої опор. Рівняння трьох моментів складається стільки разів, скільки невідомих опорних моментів. Опори рекомендується нумерувати зліва направо так, щоб номер 1 мала опора, над якою діє перший статично невизначений опорний момент [3, 5, 6].

Таблиця 1

Схема балки і навантаження	$A\Phi$	$B\Phi$
	$A\Phi = \frac{Ql^2}{16}$	$B\Phi = \frac{Ql^2}{16}$
	$A\Phi = \frac{ql^3}{24}$	$B\Phi = \frac{ql^3}{24}$

У табл. 1 наведено формули для розрахунку фіктивних сил при рівномірному навантаженні q і з зосередженою силою Q [3, 5, 6], які мають місце при моделюванні механічних процесів у стяжних призмах статора ТГ.

Застосуємо метод трьох моментів для розв'язання задачі визначення зусиль, що діють на шпильки стяжних призм статора ТГ, у тому числі, коли має місце пошкодження однієї або декількох шпильок.

Нехай існує N призм. Спресоване залізо статора чинить тиск на нажимну плиту, яку утримує N гайок, закріплених на шпильках. Вважатимемо гайки, вкручені на шпильки, опорами. Тіло нажимної плити, що має форму кільця, у цьому випадку моделюємо балкою. Адекватне моделювання забезпечується відповідністю відстаней між опорами і шпильками, розміщеними по колу плити [1].

Будемо вважати навантаження на ділянки плити, затиснуті між шпильками, рівномірним і рівним $q=Q/l$, де Q – сила затягування на одну шпильку, l – відстань між шпильками. При великих значеннях N , близько 30-50, що має місце в ТГ, розрахункові величини l_i для бездефектної машини не будуть суттєво відрізнятися від відстаней між шпильками. За наявності обривів така відмінність буде більш помітною. Розрахункова схема для N шпильок статора ТГ показана на рис. 2.

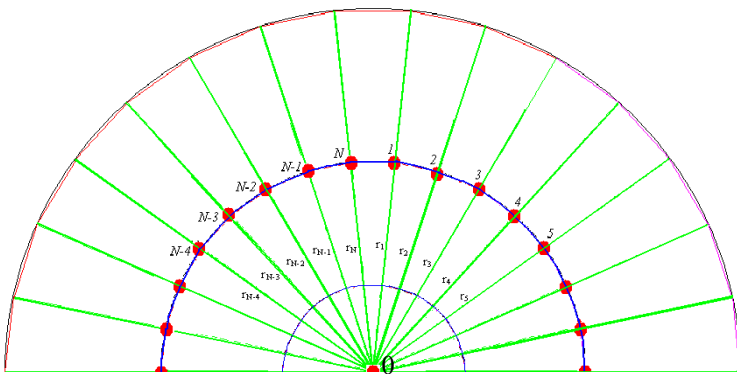


Рис. 2

Розглянемо ситуацію до пошкодження стяжних призм. На рис. 3 показано розподіл сил q між опорами та сил Q , які діють на гайки шпильок.

Схему після пошкодження однієї шпильки зображено на рис. 4.

Оскільки для більшості шпильок праві частини рівнянь стосовно моментів рівні, систему рівнянь для моментів доцільно привести до системи рівнянь для різниць моментів, коли має місце пошкодження шпильок. Схему для різниць моментів у призмах до і після пошкодження стяжної призми зображено на рис. 5, де $q_2=q_1-q$, $q_2 = q_1 - q = \frac{Q}{l_1} - \frac{Q}{a} = \frac{Q}{a\sqrt{3}} - \frac{Q}{a}$.

Схему після пошкодження однієї шпильки зображено на рис. 4.

Оскільки для більшості шпильок праві частини рівнянь стосовно моментів рівні, систему рівнянь для моментів доцільно привести до системи рівнянь для різниць моментів, коли має місце пошкодження шпильок. Схему для різниць моментів у призмах до і після пошкодження стяжної призми зображено на рис. 5, де $q_2=q_1-q$, $q_2 = q_1 - q = \frac{Q}{l_1} - \frac{Q}{a} = \frac{Q}{a\sqrt{3}} - \frac{Q}{a}$.

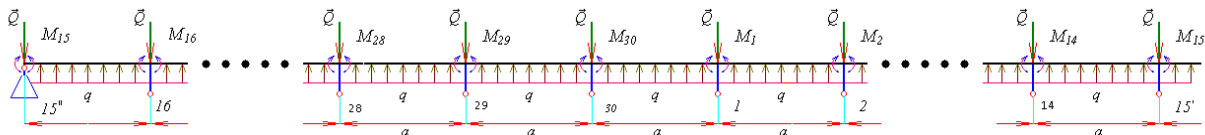


Рис. 3

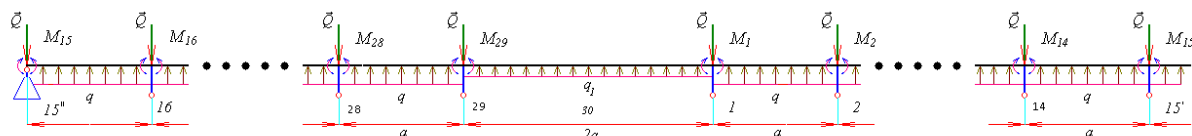


Рис. 4

Ця система має такий вигляд:

$$\begin{aligned}
 \Delta M_{N-1} \cdot 2a + 2 \cdot \Delta M_1 \cdot (2a + a) + \Delta M_2 \cdot a &= -6R_1^\Phi; \\
 \Delta M_1 \cdot a + 2 \cdot \Delta M_2 (a + a) + \Delta M_3 \cdot a &= 0; \\
 \Delta M_2 \cdot a + 2 \cdot \Delta M_3 (a + a) + \Delta M_4 \cdot a &= 0; \\
 \Delta M_3 \cdot a + 2 \cdot \Delta M_4 \cdot 2a + \Delta M_5 \cdot a &= 0; \\
 &\dots\dots \\
 \Delta M_{N-2} \cdot a + 2 \cdot \Delta M_{N-1} \cdot (2a + a) + \Delta M_1 \cdot 2a &= -6R_{N-1}^\Phi.
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

Якщо ввести нові безрозмірні невідомі $m_i = -\Delta M_i a / (6R_1^\Phi)$ для простоти розрахунку в програмі Matlab, можна отримати таку систему рівнянь:

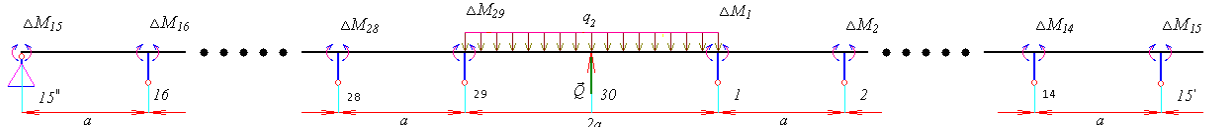


Рис. 5

$$\begin{aligned}
 2m_{N-1} + 6m_1 + m_2 &= 1; \\
 m_1 + 4m_2 + m_3 &= 0; \\
 m_2 + 4m_3 + m_4 &= 0; \\
 m_3 + 4m_4 + m_5 &= 0; \\
 &\dots\dots \\
 m_{N-2} + 6m_{N-1} + 2m_1 &= 1.
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

При цьому $M_i = -6m_i \cdot R_1^\Phi / a$, $l_1 = 2r \cdot \sin(2\pi / N)$ і $a = l_2 = l_3 = \dots = l_{N-1} = 2r \cdot \sin(\pi / N)$ та $l_1 = 2a \cdot \cos(\frac{\pi}{N})$ для будь-якого вписаного багатокутника в коло, r – радіус розміщення стяжних призм (рис. 2).

Реакції на опори визначаються за виразом $R_n = \frac{M_{n-1} - M_n}{l_n} + \frac{M_{n+1} - M_n}{l_{n+1}} + B_n^0 + A_{n+1}^0$,

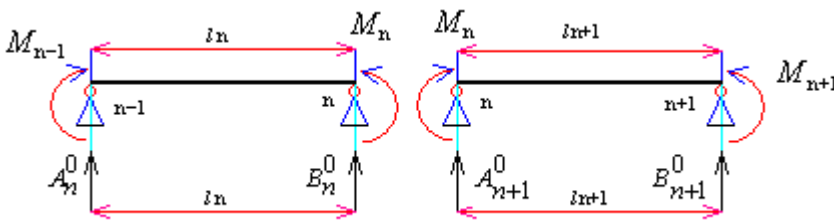


Рис. 6

де B_n^0 , A_{n+1}^0 – сили, які діють на опори балок. Складова B_n^0 – реакція від прольоту правої опори лівої балки, A_{n+1}^0 – лівої опори правої балки (рис. 6).

При пошкодженні однієї шпильки (у нашому випадку 30-ї) B_n^0 та A_{n+1}^0 розглядаються за схемою, яку показано на рис 7.

Оскільки лише на прольоті l_1 існують навантаження, то тільки складові сил A_1 і B_1 не дорівнюють нулю.

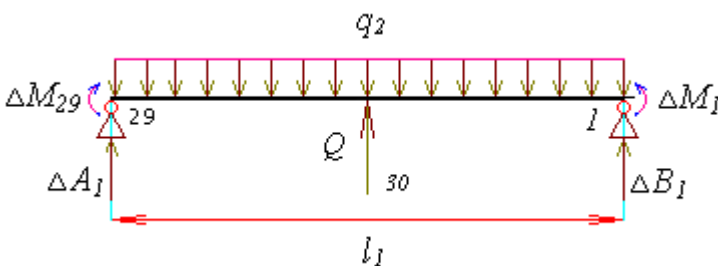
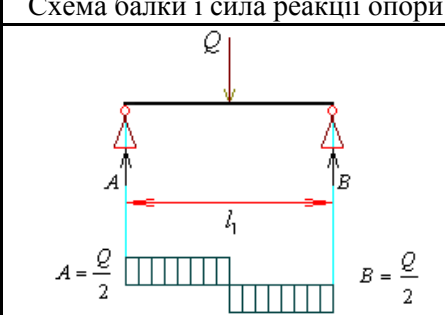
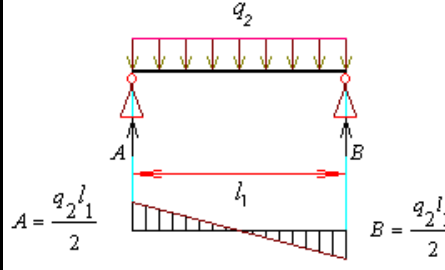


Рис. 7

Таблиця 2

Схема балки і сила реакції опори	A	B
	$A = \frac{Q}{2}$	$B = \frac{Q}{2}$
	$A = \frac{q_2 l_1}{2}$	$B = \frac{q_2 l_1}{2}$

Використовуючи табл. 2 [6], знайдемо вирази для ΔA_1 і ΔB_1 :

$$\Delta A_1 = \Delta B_1 = \frac{|q_2| l_1}{2} - \frac{Q}{2}.$$

Тоді вирази для різниць реакцій на шпильках матимуть такий вигляд:

$$\Delta R_1 = \frac{\Delta M_2 - \Delta M_1}{a} - \frac{Q}{2} + \frac{|q_2| \cdot l_1}{2}, \quad n=1;$$

$$\Delta R_n = \frac{\Delta M_{n-1} - \Delta M_n}{l_n} + \frac{\Delta M_n - \Delta M_{n+1}}{l_{n+1}},$$

$$n=2, 3, \dots, N-2;$$

$$\Delta R_{N-1} = \Delta R_1 = \frac{\Delta M_2 - \Delta M_1}{a} - \frac{Q}{2} + \frac{|q_2| \cdot l_1}{2},$$

$$n=N-1.$$

(5)

Отже, вирази ΔR_n дають змогу

визначити розподіл зусиль у шпильках при поломці однієї з них.

Таблиця 3

i	m_i	M_i	$\Delta R_i/Q$	F_i/P
1	0,1293	0,06534478	-0,08836	0,030388
2	-0,0347	-0,0175365	0,105118	0,036837
3	0,0093	0,00469997	-0,0282	0,032393
4	-0,0025	-0,0012634	0,007581	0,033586
5	0,0007	0,00035376	-0,00207	0,033264
6	-0,0002	-0,0001011	0,000556	0,033352
7	0	0	-0,0001	0,03333
8	0	0	0	0,033333
9	0	0	0	0,033333
10	0	0	0	0,033333
11	0	0	0	0,033333
12	0	0	0	0,033333
13	0	0	0	0,033333
14	0	0	0	0,033333
15	0	0	0	0,033333
16	0	0	0	0,033333
17	0	0	0	0,033333
18	0	0	0	0,033333
19	0	0	0	0,033333
20	0	0	0	0,033333
21	0	0	0	0,033333
22	0	0	0	0,033333
23	0	0	-0,0001	0,03333
24	-0,0002	-0,0001	0,000556	0,033352
25	0,0007	0,000354	-0,00207	0,033264
26	-0,0025	-0,00126	0,007581	0,033586
27	0,0093	0,0047	-0,0282	0,032393
28	-0,0347	-0,01754	0,105118	0,036837
29	0,1293	0,065345	-0,08836	0,030388

у цій моделі [2].

За допомогою програми Matlab розрахуємо розподіл зусиль на $N=30$ шпильок статора турбогенератора типу ТГВ-300, коли 30-та шпилька обривається. У табл. 3 наведено розрахункові значення змін зусиль в шпильках $\Delta R_i/Q$, F_i/P , де величина F_i/P – це відношення зусиль в i -й шпильці до сумарних значень на всі шпильки. Слід зазначити, що для бездефектної машини $F_i/P = 0,03333$.

Очевидно, що в призмах при пошкодженні однієї шпильки відбувається перерозподіл зусиль на інші шпильки. Видно, що зміни в зусиллях, які можна контролювати, відбуваються на трьох-п'яти шпильках, які межують з дефектною шпилькою. Отже, якщо встановлювати датчики через сім-одинадцять призм, можна контролювати механічний стан всіх призм. Цей результат має практичне значення. Він значно спрощує моніторинг за станом пресування осердя статора ТГ.

Проведемо дослідження адекватності розробленої моделі та достовірності результатів розрахунку. Для цього розглянемо фізичну модель статора ТГ і знайдемо вирази для конкретного значення кількості призм

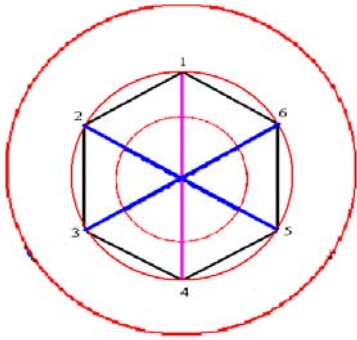


Рис. 8

Розглянемо варіант фізичної моделі ТГ, де шихтований магнітопровід стягується шістьма шпильками. Схему для такого випадку представлено на рис. 8. Наведемо вирази для зусиль на шпильках фізичної моделі статора ТГ.

Припустимо, що гайка відкручується на шостій шпильці. Тоді на ділянці плити 1-6-5 діє розподілене зусилля $q=Q/a$ (рис. 8, 9), де $Q=P/6$, і сила зосереджена у точці 6. Сила Q спрямована у зворотному напрямку.

Складемо відносно точок 4, 5, 1, 2, 3 рівняння трьох моментів. Відносно точки 4 рівняння для різниці моментів запишуться так:

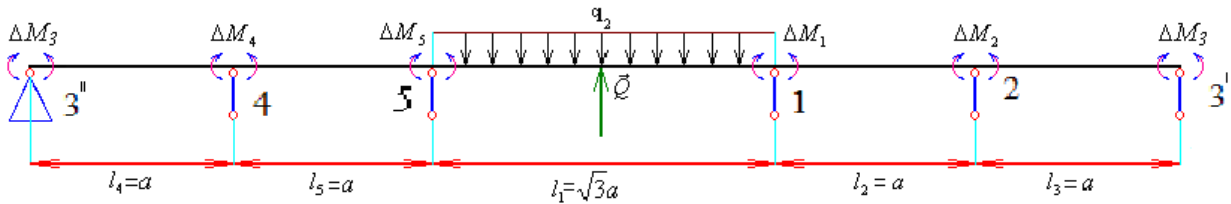


Рис. 9

$$\Delta M_3 l_4 + 2 \cdot \Delta M_4 (l_4 + l_5) + \Delta M_5 \cdot l_5 = -6 \Delta R_4^\phi. \quad (6)$$

Оскільки на прольоті балок l_4 і l_5 діють рівні сили у вигляді реакції затиснутого заліза, то $\Delta B_4^\phi = 0$ й $\Delta A_5^\phi = 0$. Тоді рівняння (6) для різниці моментів набуде вигляду

$$\Delta M_3 l_4 + 2 \Delta M_4 (l_4 + l_5) + \Delta M_5 \cdot l_5 = 0. \quad (7)$$

Аналогічно запишемо рівняння для 2-ї точки:

$$\Delta M_3 \cdot l_3 + 2 \Delta M_2 (l_2 + l_3) + \Delta M_1 \cdot l_2 = 0. \quad (8)$$

Рівняння відносно точки 5 буде наступним:

$$\Delta M_4 \cdot l_5 + 2 \Delta M_5 (l_5 + l_1) + \Delta M_1 \cdot l_1 = -6 R_5^\phi. \quad (9)$$

Оскільки на проліт балки l_1 діє зосереджена сила \bar{Q} , що знаходиться на середині балки (рис. 5), то фіктивна сила (табл. 1) має вид

$$A_1^\phi = -\frac{Q l_1^2}{16} + \frac{|q_2| l_1^3}{24} = -\frac{3 a^2 Q}{16} + \frac{\left| \frac{Q}{\sqrt{3} a} - \frac{Q}{a} \right| (\sqrt{3} a)^3}{24} = -\frac{Q \cdot a^2 \cdot (5 - 2\sqrt{3})}{16}, \text{ а } B_2^\phi = 0.$$

Тоді рівняння (9) має вигляд

$$\Delta M_4 \cdot l_5 + 2 \cdot \Delta M_5 (l_5 + l_1) + \Delta M_1 \cdot l_1 = 6 \cdot \frac{Q \cdot a^2 \cdot (5 - 2\sqrt{3})}{16}. \quad (10)$$

Аналогічно запишемо рівняння для 1-ї точки, де $B_1^\phi \neq 0$, $A_2^\phi = 0$:

$$\Delta M_5 \cdot l_1 + 2 \cdot \Delta M_1 (l_1 + l_2) + \Delta M_2 \cdot l_2 = 6 \cdot \frac{Q \cdot a^2 \cdot (5 - 2\sqrt{3})}{16}. \quad (11)$$

Відносно точки 3 рівняння для різниці моментів запишуться таким чином:

$$\Delta M_3 l_4 + 2 \cdot \Delta M_4 (l_4 + l_5) + \Delta M_5 \cdot l_5 = -6 \Delta R_4^\phi. \quad (12)$$

Оскільки на прольоті балок l_3 і l_4 діють рівні сили у вигляді реакції затиснутого заліза, то $\Delta B_3^\phi = 0$ й $\Delta A_4^\phi = 0$. Тоді рівняння (12) для різниці моментів набуває вигляду

$$\Delta M_2 l_3 + 2 \cdot \Delta M_3 (l_3 + l_4) + \Delta M_4 \cdot l_4 = 0. \quad (13)$$

Враховуючи, що $l_4=l_5=l_2=l_3=a$, $l_1=\sqrt{3}a$, а також об'єднавши чотири рівняння (7), (8), (10), (11), (13) у систему, отримуємо

Таблиця 4

Метод трьох моментів			Експеримент		
<i>i</i>	F_i/P	$\Delta R_i/Q$	<i>i</i>	F_i/P	$\Delta R_i/Q$
1	0,206855	0,24113	1	0,2	0,2
2	0,142853	-0,14288	2	0,141667	-0,15
3	0,178573	0,07144	3	0,171667	0,03
4	0,142853	-0,14288	4	0,141667	-0,15
5	0,206855	0,24113	5	0,2	0,2

$$\Delta M_3 a + 2\Delta M_4 \cdot 2a + \Delta M_5 \cdot a = 0;$$

$$\Delta M_4 \cdot a + 2\Delta M_5 (a + \sqrt{3}a) + \Delta M_1 \cdot \sqrt{3}a = 6 \cdot \frac{Q \cdot 3 \cdot a^2}{48} \cdot (5 - 2\sqrt{3})$$

$$\Delta M_5 \cdot \sqrt{3}a + 2\Delta M_1 (a + \sqrt{3}a) + \Delta M_2 \cdot a = 6 \cdot \frac{Q \cdot 3 \cdot a^2}{48} \cdot (5 - 2\sqrt{3})$$

$$\Delta M_1 \cdot a + 2 \cdot \Delta M_2 \cdot 2a + \Delta M_3 = 0;$$

$$\Delta M_2 a + 2\Delta M_3 \cdot 2a + \Delta M_4 \cdot a = 0.$$

(14)

Після перетворень, враховуючи, що $\Delta M_2 = \Delta M_4$, $\Delta M_1 = \Delta M_5$ (система симетрична), маємо

$$\Delta M_1 + 4\Delta M_2 + \Delta M_3 = 0;$$

$$\Delta M_1 (2 + 3\sqrt{3}) + \Delta M_2 = \frac{Q \cdot 3 \cdot a}{8} (5 - 2\sqrt{3}); \quad (15)$$

$$\Delta M_2 + 2\Delta M_3 = 0.$$

Розв'язуючи систему (15), отримаємо

$$\Delta M_1 = \Delta M_5 = \frac{7Qa}{8(4 + 7\sqrt{3})} (5 - 2\sqrt{3});$$

$$\Delta M_2 = \Delta M_4 = \frac{-2Qa}{8(4 + 7\sqrt{3})} (5 - 2\sqrt{3}); \quad (16)$$

$$\Delta M_3 = \frac{Qa}{8(4 + 7\sqrt{3})} (5 - 2\sqrt{3}).$$

Наведені співвідношення дають змогу розраховувати розподілені зусилля у фізичній моделі статора ТГ з шістьма шпильками при ослабленні однієї з них.

Для $\Delta R_i / Q$ будемо мати

$$\Delta R_1 / Q = \Delta R_5 / Q = \frac{(-490 + 137 \cdot \sqrt{3})}{8 \cdot 131} = -0,24113;$$

$$\Delta R_2 / Q = \Delta R_4 / Q = \frac{12 \cdot (-62 + 43 \cdot \sqrt{3})}{8 \cdot 131}; \quad (17)$$

$$\Delta R_3 / Q = \frac{-6 \cdot (-62 + 43 \cdot \sqrt{3})}{8 \cdot 131}.$$

У табл. 4 наведено числові значення змін зусиль у призмах при ослабленні 6-ї призми у відносних одиницях. Видно, що у першій і п'ятій шпильках зусилля збільшиться на 24 %, у другій і четвертій воно зменшиться на 14 %. У цій таблиці наведено значення перерозподілу зусиль у шпильках статора фізичної моделі турбогенератора при поломці однієї з призм (номер 6). У цій же таблиці наведено також порівняння експериментальних і розрахункових значень. Видно, що розрахункові значення для практики достатньо узгоджуються з даними експерименту. Деякі відхилення можна пояснити неадекватністю моделі при зосередженні сили Q на лінії, яка з'єднує точки 1 і 5, а не в точці 6 (рис. 5), та розміщенням опор на прямій лінії, а не на кривих. Треба зазначити, що такі наближення більше впливають на точність розрахунку для незначної кількості шпильок, що властиво для фізичної моделі. Для турбогенераторів вплив цих наближень на точність розрахунків буде незначним.

Висновки. Розроблена методика розрахунку зусиль, діючих на шпильки стяжних призм потужних турбогенераторів, на основі методу трьох моментів, дає змогу розрахувати максимальні зусилля і перерозподіл зусиль по шпильках за наявності ушкоджень однієї або де-

кількох шпильок для визначення можливості подальшої експлуатації генератора. Пошкодження однієї з шпильок турбогенератора типу ТГВ-300 призводить до зміни зусиль у шпильках, які межують з дефектною, у кількості двох-трьох, які можна фіксувати сучасними приладами. Цей результат можна використати для контролю механічного стану стяжних призм статора ТГ, суттєво зменшуючи кількість встановлених датчиків для їх моніторингу.

1. *Абрамов А.И., Извенов В.И., Серихин Н.А.* Проектирование турбогенераторов. – М.: Высш. шк., 1990. – 336 с.
2. *Бабяк А.А., Зенцев В.Г., Хлебинский Н.В.* Модель для исследования магнитного поля в концевой зоне турбогенератора в различных нагрузочных режимах // Пробл. техн. электродинамики. – 1973. – Вып. 44. – С. 23–28.
3. *Мильников О.В.* Опір матеріалів. Конспект лекцій. – Тернопіль: Вид. ТНТУ, 2010. – 257 с.
4. *Мистецкий В.А.* Математическая модель и методика расчета усилий в стяжных призмах сердечника статора турбогенератора при наличии дефектов на основе метода абсолютно твердого тела // Пр. Ін-ту електродинаміки НАН України: Зб. наук. пр. – К.: ІЕД НАНУ, 2013. – Вип. 34. – С. 34–41.
5. *Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В.* Опір матеріалів. Підручник / За ред. Г. С. Писаренка – К.: Вища шк., 1988. – 736 с.
6. *Фесик С.П.* Справочник по сопротивлению материалов. – 2-е изд., перераб. и доп. – К.: Будівельник, 1982. – 280 с.

УДК 621.313

А.И. Титко, чл.-корр. НАН Украины, **В.А. Мистецкий**, инж.

Институт электродинамики НАН Украины,
пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина

Математическая модель, методика и результаты расчета усилий в стяжных призмах сердечника статора турбогенератора при наличии дефектов на основе метода трех моментов

Разработана методика и проведены исследования влияния повреждения одной или нескольких стяжных призм статора турбогенератора на изменение напряженно-деформированного состояния других стяжных призм на основе метода трех моментов. Библ. 6, рис. 9, табл. 4.

Ключевые слова: стяжная призма, статор, турбогенератор, неразделимая многопролетная балка, фиктивная сила, силы реакции опоры, метод трех моментов.

O. I. Tytko, V.A. Mystetskiy

Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine,
Peremohy, 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine

The mathematical model, method and results of calculating the effort in the stretching prisms of stator core of the turbogenerator with the defect on the basis of three moments method

The methodic is developed and found the result of research of influence of a damage to one or more of the clamping wedges turbine generator stator on the change of the stress-strain state of the other tie prisms on the basis of three moments method. References 6, figures 9, tables 4.

Key words: stretching prism, stator, turbo-generator, inseparable bagatipara beam, fix force, force of reactions on the basis, three moments method.

Надійшла 28.04.2014

Received 28.04.2014