

УДК 621.314

## АНАЛИЗ МЕТОДОВ ФОРМИРОВАНИЯ КВАЗИСИНУСОИДАЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ С МИНИМИЗАЦИЕЙ КОЭФФИЦИЕНТА ГАРМОНИЧЕСКИХ ИСКАЖЕНИЙ

**Д.Р. Ушаков, Е.В. Вербицкий**, канд. техн. наук

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»,  
пр. Победы, 37, Киев, 03056, Украина  
e-mail: dushakov@ua.fm

*Проведен анализ методов формирования квазисинусоидальных сигналов в однофазных инверторах с минимизацией коэффициента гармонических искажений. Предложен способ формирования модулированных сигналов с минимизацией коэффициента гармонических искажений, проведено сравнение предложенного способа с классическим законом формирования импульсной последовательности на основе ШИМ-2. Продемонстрировано уменьшение коэффициента гармоник оптимизированного модулированного сигнала по сравнению с ШИМ-2 и рассчитано количество математических операций, необходимых для формирования оптимизированного сигнала. Библ. 8, рис. 3, таблица.*

**Ключевые слова:** импульсная модуляция, коэффициент гармонических искажений, среднеквадратическое отклонение.

Однофазные инверторы широко используются для формирования синусоидального напряжения. Улучшение качества электроэнергии переменного напряжения, которое характеризуется коэффициентом гармонических искажений  $K_G$ , достигается путем увеличения значения кратности модуляции  $P$ , что увеличивает уровень динамических потерь в ключевых и вентильных приборах инвертора [4–6]. Поэтому актуальной является проблема формирования выходного напряжения инвертора с заданным коэффициентом гармонических искажений при минимальном уровне динамических потерь, решение которой и является целью этой статьи.

Чаще всего для модуляции переменного напряжения используют методы широтно-импульсной модуляции второго рода ШИМ-2. Предлагаемый метод имеет простую реализацию, но при его использовании положение импульсов не является оптимальным с точки зрения коэффициента гармонических искажений [7]. Поэтому для расчета параметров модулированного напряжения применяют численные методы математической оптимизации. Для использования данных методов в системах управления инверторами все расчеты необходимо проводить в реальном масштабе времени, что подразумевает выполнение минимального количества математических операций [8]. Исходя из этого значения коэффициента гармонических искажений  $K_G$  целесообразно рассчитывать во временной области по значению среднеквадратической ошибки (СКО)  $\delta$  с использованием следующей формулы [3]:

$$K_G \approx K_G^* = \frac{1}{A_m} \sqrt{\frac{2\delta^2}{T_0}}, \quad (1)$$

где  $A_m$  – амплитуда синусоидального сигнала;  $T_0$  – период сигнала;  $K_G^*$  – приближенный коэффициент гармонических искажений, рассчитанный с помощью СКО.

При дальнейших расчетах считается, что уровень динамических потерь в ключевых и вентильных элементах пропорционален кратности модуляции  $P$  модулированного сигнала.

Методика расчета заключается в определении СКО тока на каждом интервале постоянства структуры и дальнейшей оптимизации функции зависимости СКО с помощью расчета углов коммутации методом градиентного спуска [1]. Для иллюстрации методики рассмотрим инвертор с выходным  $L$ -фильтром, который может использоваться для питания асинхронных двигателей. Схемы замещения инвертора на интервалах передачи энергии нагрузки и рекуперации энергии в источник показаны на рис. 1.

Согласно рис. 1 схемы замещения инвертора имеют постоянную структуру и отличаются только суммарным активным сопротивлением элементов инвертора  $R_1$  и  $R_2$ , значения которых отличаются незначительно:  $R_1 \approx R_2 = R$ .

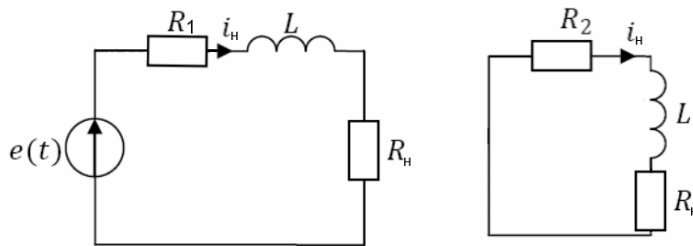


Рис. 1

Ориентировочная форма токов

нагрузки инвертора, значение которого необходимо промодулировать, показана на рис. 2 а. Для формализации расчетов ток нагрузки представляется как сумма токов, вызванных начальными условиями в начале полупериода сигнала модуляции  $I_{0П}$  и каждым импульсом ШИМ  $I_{ШИМ(i)}$  длительностью  $\gamma_i \cdot T$ :

$$I_R(t) = I_{0П} e^{-t/\tau} + \sum_{i=1}^N I_{ШИМ(i)}(t), \tag{2}$$

где  $\tau$  – постоянная времени,  $\tau=L/R$ ;  $\gamma_i$  – коэффициент заполнения импульсов на  $i$ -м периоде ШИМ.

Временные диаграммы составляющих тока нагрузки показаны на рис. 2 б. Составляющая тока, вызванная  $i$ -м импульсом ШИМ, рассматривается отдельно на двух временных интервалах: 1)  $(i-1)T..((i-1)+\gamma_i)T$  – источник напряжения подключается к нагрузке; 2)  $((i-1)+\gamma_i)T..\Theta/2$  – свободная составляющая на  $i$ -й импульс ШИМ. Результат разделения во временной области составляющих тока показан на рис. 2 в – переходные составляющие реакции на каждый импульс; г – свободные составляющие на каждый импульс ШИМ. Очередность расчета спектра составляющих рис. 2 в и г не влияет на конечный результат [2].

На интервалах постоянства структуры ток в нагрузке вычисляется по следующим формулам:

– интервал передачи энергии источника в нагрузку

$$i_L(t) = \frac{E}{R} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right); \tag{3}$$

– интервал передачи энергии, накопленной в фильтре, в нагрузку

$$i_L(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \tag{4}$$

Используя формулы (3), (4), находим значения токов на каждом интервале:

$$I_1 = \frac{E}{R} \left( 1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}} \right); I_2 = I_1 \cdot e^{-\frac{t_2}{\tau}}; I_3 = I_2 + \frac{E}{R} \left( 1 - e^{-\frac{t_3}{\tau}} \right); I_4 = I_3 \cdot e^{-\frac{t_4}{\tau}}.$$

В общем случае для непарных интервалов  $I_{2n-1} = \frac{E}{R} \left( 1 - e^{-\frac{t_{2n-1}}{\tau}} \right) + I_{2n-2}$ , для парных –

$$I_{2n} = I_{2n-1} \cdot e^{-\frac{t_{2n-1}}{\tau}}.$$

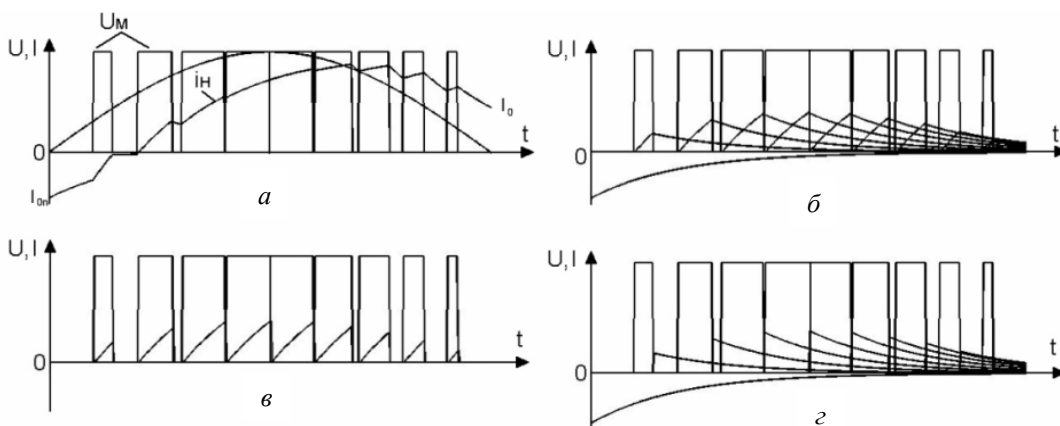


Рис. 2

СКО напряжения на разных интервалах постоянства структуры рассчитывается по формулам:

– интервал передачи энергии источника в нагрузку

$$\delta^{(1)} = \sqrt{\int_{t_m}^{t_{m+1}} \left( A_m \cdot \sin(\omega t - t_m) - \frac{E}{R} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) - I_{m-1} \right)^2 dt}; \quad (5)$$

– интервал передачи энергии, накопленной в фильтре, в нагрузку

$$\delta^{(2)} = \sqrt{\int_{t_m}^{t_{m+1}} \left( A_m \cdot \sin(\omega t - t_m) - I_{m-1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \right)^2 dt}. \quad (6)$$

Ток нагрузки рассчитывается отдельно на каждом интервале постоянства структуры, поэтому ее зависимость от времени можно представить с помощью оконной функции:

$$\psi(t, t_1, t_2) = \begin{cases} 1, & t \in (t_1, t_2]; \\ 0, & t \notin (t_1, t_2]. \end{cases} \quad (7)$$

Зависимость тока от времени будет иметь вид

$$I_{\Sigma}(t) = \sum_{i=1}^n f(I_{i-1}(t_i)) \cdot e^{-\frac{t-t_i}{\tau}} \cdot \psi(t, t_i, t_{i+1}). \quad (8)$$

Коэффициент гармонических искажений необходимо рассчитать для установившегося режима работы инвертора, для которого должно соблюдаться условие равенности начальных условий на каждом полупериоде:  $-I_0 = I_{T/2}$ , рис. 2 а. Для определения начальных условий в установившемся режиме сначала рассчитывается значение тока в конце полупериода  $I_{T/2}^*$  при нулевых начальных условиях. С учетом этого значения начальные условия в установившемся режиме вычисляются по формуле

$$I_0 = I_{T/2}^* \cdot \left( 1 - e^{-\frac{T}{2\tau}} \right)^{-1}. \quad (9)$$

Согласно выражениям (5) и (6) функцию зависимости среднеквадратического отклонения можно представить как

$$\delta(t_1, \dots, t_n) = \sqrt{\int_0^t (A \cdot \sin(\omega \cdot t) - I_{\Sigma}(t))^2 dt}. \quad (10)$$

В целом задача оптимизации формулируется следующим образом:

$$\delta(t_1, \dots, t_n) \rightarrow \min; \quad 0 < t_1 < \dots < t_n < T/2. \quad (11)$$

Для решения поставленной задачи можно применить различные численные методы решения уравнений, среди которых следует выделить метод Ньютона, метод хорд, градиентные методы [1]. Для получения достоверного результата целесообразно использовать методы, которые обладают более слабыми условиями сходимости. Этому соответствует метод градиентного спуска, основная идея которого заключается в смещении решения в направлении наискорейшего спуска, которое задаётся антиградиентом  $-\nabla F(\bar{T}_n)$ :

$$\delta(t_1, \dots, t_n)^{[j+1]} = \delta(t_1, \dots, t_n)^{[j]} - \lambda^{[j]} \nabla F \left( \delta(t_1, \dots, t_n)^{[j]} \right), \quad (12)$$

где  $\lambda^{[j]} = \arg \min_{\lambda} F \left( \delta(t_1, \dots, t_n)^{[j+1]} \right) = \arg \min_{\lambda} F \left( \delta(t_1, \dots, t_n)^{[j]} - \lambda \nabla F \left( \delta(t_1, \dots, t_n)^{[j]} \right) \right)$ .

Алгоритм решения поставленной задачи будет следующим:

- 1) производится инициализация параметров;
- 2) выбираются начальное приближение и точность расчета;
- 3) на основании (12) рассчитывается точка следующего шага;
- 4) производится проверка достижения минимального значения коэффициента гармонических искажений с заданной точностью:

$$\left| \delta(t_1, \dots, t_n)^{[j+1]} - \delta(t_1, \dots, t_n)^{[j]} \right| > \varepsilon, \left| F\left(\delta(t_1, \dots, t_n)^{[j+1]}\right) - F\left(\delta(t_1, \dots, t_n)^{[j]}\right) \right| > \varepsilon. \quad (13)$$

Для иллюстрации методики расчета параметров модулированного сигнала рассмотрим инвертор со следующими параметрами:  $E=5$  В;  $f=50$  Гц;  $R=10$  Ом;  $L=0,01$  Гн.

Для решения поставленной задачи с применением метода градиентного спуска использован пакет MathCAD 14. Начальное приближение  $\bar{T}_0$  выбиралось согласно классическому закону формирования ШИМ-2 с соответствующей кратностью модуляции  $P$ . Оптимальный закон модуляции напряжения  $e(t)$  для кратности  $P=12$ , а также полученная форма тока нагрузки  $i_n(t)$ , идеальная форма тока нагрузки  $i_c(t)$ , форма тока нагрузки при начальном приближении  $\bar{T}_0$   $i_o(t)$  изображены на рис. 3 а, откуда видно, что в отличие от обычной ШИМ-2 форма этого сигнала не имеет симметрии относительно четверти периода.

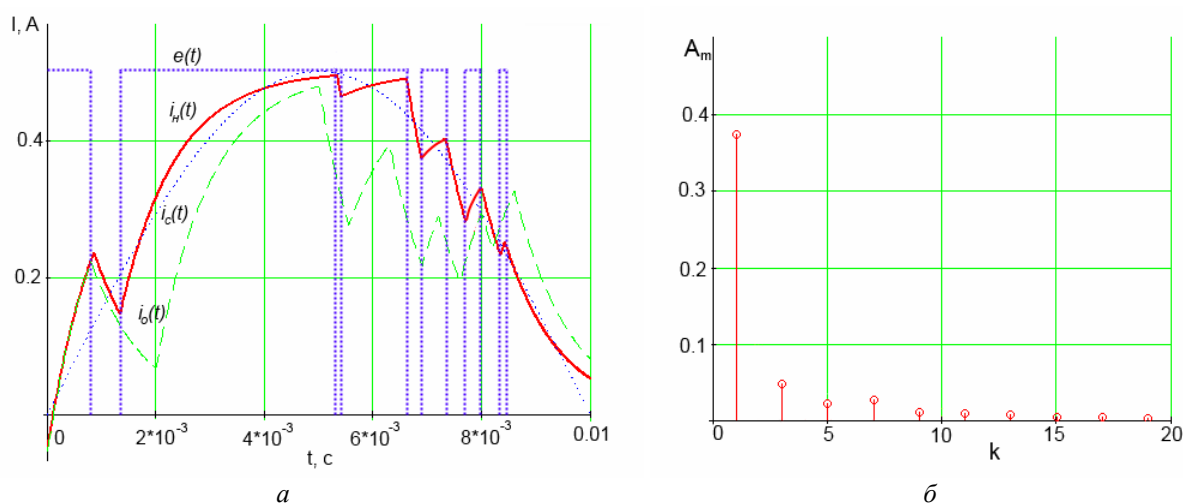


Рис. 3

Результаты сравнения значения коэффициента гармонических искажений сигнала, рассчитанного по спектральному составу напряжения, изображенного на рис. 3 б, и сигнала, полученного с помощью ШИМ-2, приведены в таблице. Возможность применения методики в реальном режиме времени оценивается количеством математических операций (КМО), необходимых для формирования сигнала, которое рассчитывалось путем отношения времени, затраченного на расчет параметров сигнала описанным выше методом, ко времени, необходимому на выполнение операции умножения (микроархитектура Core 2 Duo T6400).

$P$	$K_{Г\text{ ШИМ}}^*$	$K_{Г\text{ опт.}}^*$	КМО
10	0,482	0,17	360
14	0,384	0,15	480
18	0,318	0,12	820
22	0,230	0,11	1650
26	0,200	0,09	2870

Из таблицы видно, что коэффициент гармонических искажений  $K_{Г\text{ опт.}}^*$  оптимизированного сигнала минимум в два раза меньше, чем коэффициент гармонических искажений  $K_{Г\text{ ШИМ}}^*$  сигнала, сформированного на основе классического закона ШИМ-2, что свидетельствует о эффективности предложенной методики. Следует отметить, что степенное увеличение математических операций, требуемых для получения оптимального значения  $K_{Г\text{ опт.}}$ , в зависимости от кратности модуляции усложняет реализацию предложенной методики в реальном масштабе времени.

**Выводы.** 1. Как видно из результатов проведенного анализа, формирование модулированных сигналов с помощью ШИМ-2 не является оптимальным с точки зрения спектрального состава выходного сигнала.

2. Квазисинусоидальный сигнал, полученный предложенным способом, обладает лучшим показателем качества электрической энергии при меньшем значении динамических

потерь в ключевых элементах инвертора в сравнении с классическим законом формирования ШИМ последовательности.

3. Приведенный способ для получения квазисинусоидальных сигналов можно применять только в системах управления на основе процессоров с высокой вычислительной мощностью.

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. – М.: Высш. шк., 1986. – С. 298–311.
2. Вербицкий Е.В. Совместное использование рядов Фурье одной и двух переменных для расчета спектра модулированных сигналов // Техн. електродинаміка. – 2014. – № 4. – С. 96–98.
3. Жуйков В.Я., Павлов В.Б., Стжелецки Р.Г. Системы упреждающего управления вентиляемыми преобразователями. – К.: Наук. думка, 1991. – 240 с.
4. Коротков А.А., Виноградов А.Б. Новый алгоритм векторного формирования ШИМ высоковольтного преобразователя с минимизацией коммутационных потерь // Вестник ИГЭУ. – 2013. – № 4. – С. 46–49.
5. Муркин М.Н., Земан Е.В., Яровлавец С.К. Исследование коммутационных процессов в инверторе тока // Изв. Томского политехн. ун-та. – 2009. – № 4/315. – С. 21–27.
6. Berringer K., Marvin J., Perruchoud P. Semiconductor power losses in AC inverters // Industry Applications Conference, 1995. Thirtieth IAS Annual Meeting, IAS'95., Conference Record of the 1995 IEEE. – 1995. – Vol. 1. – P. 882-888.
7. Rodriguez J., Lai J. S., Peng F. Z. Multilevel inverters: a survey of topologies, controls, and applications // Industrial Electronics, IEEE Transactions on. – 2002. – Vol. 49. – №. 4. – С. 724–738.
8. Liu Y., Hong H., Huang A. Q. Real-time algorithm for minimizing THD in multilevel inverters with unequal or varying voltage steps under staircase modulation // Industrial Electronics, IEEE Transactions on. – 2009. – Vol. 56. – №. 6. – P. 2249–2258.

УДК 621.314

**Д.Р. Ушаков, Є.В. Вербицький**, канд. техн. наук

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»,  
пр. Перемоги, 37, Київ, 03056, Україна

**Аналіз методів формування квазисинусоїдальних напруг з мінімізацією коефіцієнта гармонічних спотворень**

Проведено аналіз методів формування квазисинусоїдальних сигналів в однофазних інверторах з мінімізацією коефіцієнта гармонічних спотворень. Запропоновано спосіб формування сигналів з мінімізацією коефіцієнта гармонічних спотворень, проведено порівняння запропонованого способу з класичним законом формування імпульсної послідовності на основі ШИМ. Продемонстровано зменшення коефіцієнта гармонік оптимізованого модульованого сигналу в порівнянні з ШИМ-2 і розраховано кількість математичних операцій, необхідних для формування оптимізованого сигналу. Бібл. 8, рис. 3, таблиця.

**Ключові слова:** імпульсна модуляція, коефіцієнт гармонічних спотворень, середньоквадратичне відхилення.

**D. Ushakov, E. Verbytskyi**

National Technical University of Ukraine “Kyiv Polytechnic Institute”,  
Peremohy, 37, Kyiv, 03056, Ukraine

**Methods of formation quasi-sinusoidal voltage with a THD minimizing analyzing**

The methods of forming quasi-sinusoidal signals in three-phase inverters with THD minimizing were conducted. The results of the simulation show that the formation of the modulated signals by using PWM-2 is not optimal in terms of the spectral composition of the output signal. The method of formation quasi-sinusoidal signals in single-phase inverter with minimizing of total harmonic distortion factor was proposed. A comparison of the proposed method with the classical pulse sequence formation based on PWM-2 was performed. The THD reduction of optimized modulated signal in compared to PWM was presented and the total number of mathematical operations required to create an optimized signal was calculated. The quasi-sinusoidal signal, obtained by the proposed method has the better quality of electrical energy at a lower value of the dynamic losses in switching elements of the inverter compared with the classical method of generation PWM-sequence. The proposed method for generation a quasi-sinusoidal signals can be used only in control systems, based on processors with high computing power. References 8, figures 3, table.

**Key words:** pulse modulation, total harmonic distortion, standard deviation.

Надійшла 28.12.2015

Received 28.12.2015