

УДК 621.314.58

ВЕРИФІКАЦІЯ ВИРАЗІВ ДЛЯ КОЕФІЦІЄНТІВ КОРИСНОЇ ДІЇ ТА ПОТУЖНОСТІ ТРИФАЗНОЇ ЧОТИРИПРОВІДНОЇ СИСТЕМИ ЖИВЛЕННЯ З ПАРАЛЕЛЬНИМ АКТИВНИМ ФІЛЬТРОМ

С.Й. Поліщук, канд. техн. наук
Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна
e-mail: polischuk@ied.org.ua

Для несинусоїдного несиметричного режиму трифазної чотирипровідної мережі живлення запропоновано апроксимаційну формулу визначення коефіцієнта потужності навантаження, що враховує відношення активного опору фазних проводів до опору нульового проводу. На прикладі розрахунку коефіцієнта корисної дії трифазної чотирипровідної системи живлення для найпростішого несиметричного навантаження показано адекватність запропонованих співвідношень. Бібл. 7, рис. 3.

Ключові слова: коефіцієнт корисної дії, коефіцієнт потужності, паралельний активний фільтр.

Вступ. Зростання кількості нелінійних споживачів та збільшення їхньої потужності, наявність нелінійних потужних однофазних навантажень у трифазних електричних мережах призводять до погіршення якості електропостачання та збільшення втрат енергії, несиметрії фазних напруг, а часто і несинусоїдності напруги живлення. У чотирипровідних трифазних системах несиметрія фазних напруг навіть у синусоїдному режимі спричинює появу складової нульової послідовності [5–7], викликаючи підвищені втрати енергії та зменшення коефіцієнта корисної дії (ККД) системи електропостачання, в першу чергу за рахунок резистивного (омічного) опору лінії електропостачання. Підвищення ККД можна досягти шляхом підключення в систему паралельного активного фільтра (ПАФ) з накопичувачем енергії. Наявність у системі електропостачання ПАФ дає змогу забезпечити максимальну потужність навантаження з мінімальними втратами у лінії залежно від обраної стратегії та алгоритмів керування [1, 3, 4]. Функція паралельного активного фільтра полягає у постачанні в навантаження неактивних складових лінійних струмів, яких потребує нелінійне навантаження, тоді від джерела буде споживатися активний струм з мінімальними втратами та з коефіцієнтом потужності, близьким до одиниці. Проте наявність нейтрального проводу, в якому протікає сумарний струм лінійних проводів, є суттєвою відмінністю чотирипровідної системи, оскільки збільшується потужність втрат порівняно з трипровідною системою. Необхідно також враховувати, що функціонування ПАФ супроводжується втратами енергії в силових елементах інвертора, тому енергетичною умовою доцільності застосування ПАФ є підвищення ККД системи електропостачання в цілому, тобто економія величини втрат у силовому кабелі за рахунок підвищення коефіцієнта потужності має перевищувати власні втрати енергії інвертора ПАФ [2], що пропорційні його встановленій потужності. Разом з тим робіт, присвячених дослідженню ККД системи електропостачання навіть при спрощених резистивних моделях силового кабелю, є недостатньо. Існуючі публікації досліджують цю величину для окремих симетричних режимів, при цьому не встановлено прямий зв'язок коефіцієнта потужності навантаження з коефіцієнтом корисної дії системи.

Тому актуальними є дослідження, спрямовані на знаходження співвідношень для повної потужності, коефіцієнта потужності та залежності ККД від коефіцієнта потужності навантаження з урахуванням специфіки трифазної чотирипровідної системи електроживлення.

Коефіцієнт потужності навантаження в несиметричному синусоїдному режимі. Одним з показників енергоефективності трифазної системи живлення є коефіцієнт потужності λ . Вважаючи, що коефіцієнт потужності навантаження не змінюється при врахуванні малих параметрів активних опорів r , r_N лінії передачі, оскільки при $r, r_N \rightarrow 0$,

$\mathbf{u}(t) \rightarrow \mathbf{v}(t)$ для його визначення в несиметричному режимі скористаємося формулою $\lambda = \frac{P}{S} = \frac{\text{Re}(\mathbf{u}_\sigma^T \mathbf{i}_\sigma^*)}{I_\sigma U_\sigma}$, отриману в [3], що враховує співвідношення активних опорів фазних та

нульового проводів. Тут $\mathbf{u}_\sigma = \begin{bmatrix} \dot{U}_0 \sqrt{1-\sigma_0} \\ \dot{U}_+ \\ \dot{U}_- \end{bmatrix}$; $\mathbf{i}_\sigma = \begin{bmatrix} \dot{I}_0 / \sqrt{1-\sigma_0} \\ \dot{I}_+ \\ \dot{I}_- \end{bmatrix}$ – комплексні вектори,

координати яких складаються з симетричних складових, а I_σ, U_σ – їх норми:

$$U_\sigma = \sqrt{\mathbf{u}_\sigma^T \mathbf{u}_\sigma^*} = \sqrt{U_0^2(1-\sigma_0) + U_+^2 + U_-^2}; \quad I_\sigma = \sqrt{\mathbf{i}_\sigma^T \mathbf{i}_\sigma^*} = \sqrt{I_0^2 / (1-\sigma_0) + I_+^2 + I_-^2}.$$

Повна потужність трифазної системи [3] визначається співвідношенням $S = \sqrt{(\Delta P / r) \mathbf{u}^T \mathbf{u}^*} = I_\sigma U_\sigma$. Добутки введених векторів $\mathbf{u}_\sigma; \mathbf{i}_\sigma$ визначають усі складові потужності чотирипроводної трифазної системи в синусоїдному несиметричному режимі, а величина коефіцієнта $\sigma_0 = \frac{3r_N}{r+3r_N}$ дає змогу мінімізувати втрати енергії в силовому кабелі чотирипроводної трифазної мережі при несинусоїдних фазних напругах [4].

Знайдемо вираз для коефіцієнта потужності лінійного навантаження, що повністю задається комплексними провідностями $\bar{y}_A; \bar{y}_B; \bar{y}_C$ (відповідно до схеми на рис. 1), вважаючи вектор фазних напруг симетричним: $\mathbf{u} = U_+ \begin{bmatrix} 1 \\ \tilde{a} \\ \dot{a} \end{bmatrix}$ (U_+ – діюче значення фазної напруги). Вектори симетричних складових фазних напруг та лінійних струмів знайдемо, використавши модифіковану матрицю Fortesque:

$$\bar{\mathbf{F}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \tilde{a} & \dot{a} \\ 1 & \dot{a} & \tilde{a} \end{bmatrix}; \quad \dot{a} = e^{j2\pi/3}; \tilde{a} = (\dot{a})^*,$$

що задовольняє умовам $\bar{\mathbf{F}}^{-1} = \bar{\mathbf{F}}^*$; $\bar{\mathbf{F}}^T = \bar{\mathbf{F}}$. Тоді

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{F}}^{-1} \mathbf{u} = \frac{\dot{U}_+}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \dot{a} & \tilde{a} \\ 1 & \tilde{a} & \dot{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \tilde{a} \\ \dot{a} \end{bmatrix} = \sqrt{3} \dot{U}_+ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix};$$

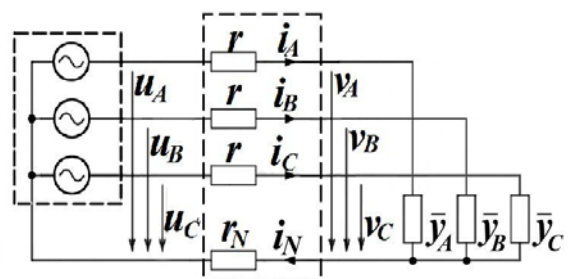


Рис. 1

$$\bar{\mathbf{i}} = \bar{\mathbf{F}}^{-1} \mathbf{i} = \bar{\mathbf{F}}^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{u} = \frac{\dot{U}_+}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \dot{a} & \tilde{a} \\ 1 & \tilde{a} & \dot{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{y}_A \\ \bar{y}_B \tilde{a} \\ \bar{y}_C \dot{a} \end{bmatrix} = \frac{\dot{U}_+}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} \bar{y}_A + \bar{y}_B \tilde{a} + \bar{y}_C \dot{a} \\ \bar{y}_A + \bar{y}_B + \bar{y}_C \\ \bar{y}_A + \bar{y}_B \dot{a} + \bar{y}_C \tilde{a} \end{bmatrix} = \dot{U}_+ \begin{bmatrix} \bar{y}_+ \\ \bar{y}_0 \\ \bar{y}_- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_+ \\ \dot{I}_- \end{bmatrix}, \quad (1)$$

де комплексні провідності $\bar{y}_+, \bar{y}_0, \bar{y}_-$ можуть бути отримані з початково заданих $\bar{y}_A, \bar{y}_B, \bar{y}_C$ шляхом множення на модифіковану матрицю Fortesque:

$$\begin{bmatrix} \bar{y}_0 \\ \bar{y}_+ \\ \bar{y}_- \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} \bar{y}_A + \bar{y}_B + \bar{y}_C \\ \bar{y}_A + \bar{y}_B \tilde{a} + \bar{y}_C \dot{a} \\ \bar{y}_A + \bar{y}_B \dot{a} + \bar{y}_C \tilde{a} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \tilde{a} & \dot{a} \\ 1 & \dot{a} & \tilde{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{y}_A \\ \bar{y}_B \\ \bar{y}_C \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{F}} \begin{bmatrix} \bar{y}_A \\ \bar{y}_B \\ \bar{y}_C \end{bmatrix}.$$

Вектори $\mathbf{u}_\sigma, \mathbf{i}_\sigma$ отримаємо множенням комплексів нульової послідовності з виразу (1) на

відповідні множники $\mathbf{u}_\sigma = \sqrt{3} U_+ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$; $\mathbf{i}_\sigma = U_+ \begin{bmatrix} \bar{y}_+ / \sqrt{1-\sigma_0} \\ \bar{y}_0 \\ \bar{y}_- \end{bmatrix}$. Знайдемо коефіцієнт потужності

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{\operatorname{Re}(\underline{\mathbf{u}}_{\sigma}^T \underline{\mathbf{i}}_{\sigma}^*)}{I_{\sigma} U_{\sigma}} = \frac{\sqrt{3} U_+^2 \operatorname{Re}(\bar{y}_0)}{\sqrt{3} U_+^2 \sqrt{y_0^2 + y_-^2 + y_+^2 / (1 - \sigma_0)}} = \frac{\operatorname{Re}(\bar{y}_0)}{\sqrt{y_0^2 + y_-^2 + y_+^2 / (1 - \sigma_0)}}.$$

З урахуванням того [3], що $1/(1 - \sigma_0) = 1 + 3r_N / r$,

$$y_0^2 + y_-^2 + y_+^2 = \|\bar{y}_0 \quad \bar{y}_+ \quad \bar{y}_-\| \begin{vmatrix} \|\bar{y}_0\|^* \\ \|\bar{y}_+\|^* \\ \|\bar{y}_-\|^* \end{vmatrix} = \left(\bar{\mathbf{F}} \begin{vmatrix} \bar{y}_A \\ \bar{y}_B \\ \bar{y}_C \end{vmatrix} \right)^T \left(\bar{\mathbf{F}} \begin{vmatrix} \bar{y}_A \\ \bar{y}_B \\ \bar{y}_C \end{vmatrix} \right)^* = \|\bar{y}_A \quad \bar{y}_B \quad \bar{y}_C\| \bar{\mathbf{F}}^T \bar{\mathbf{F}} \begin{vmatrix} \bar{y}_A \\ \bar{y}_B \\ \bar{y}_C \end{vmatrix}^* = y_A^2 + y_B^2 + y_C^2,$$

останній вираз набуде вигляду

$$\lambda = \frac{\operatorname{Re}(\bar{y}_0)}{\sqrt{y_A^2 + y_B^2 + y_C^2 + 3r_N y_+^2 / r}} = \frac{\operatorname{Re}\left(\frac{\bar{y}_A + \bar{y}_B + \bar{y}_C}{3}\right)}{\sqrt{\frac{y_A^2 + y_B^2 + y_C^2}{3} + \frac{r_N y_+^2}{r}}}. \quad (2)$$

Наприклад, для навантаження на рис. 2

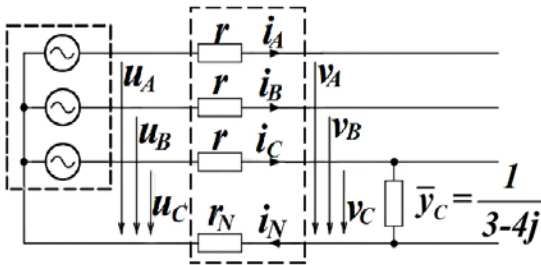


Рис. 2

$$\bar{y}_A = \bar{y}_B = 0;$$

$$\bar{y}_C = \frac{1}{3 - 4j} = 0,12 + 0,16j;$$

$$y_C^2 = \frac{1}{3 + j4} \times \frac{1}{3 - j4} = \frac{1}{25} = 0,04;$$

$$\operatorname{Re}(\bar{y}_C) = g = 0,12;$$

$$\bar{y}_+ = (\bar{y}_A + \bar{a}\bar{y}_B + \bar{a}^2\bar{y}_C) / \sqrt{3} = \bar{a}\bar{y}_C / \sqrt{3};$$

$$y_+^2 = y_C^2 / 3;$$

$$\lambda = \frac{\operatorname{Re}\left(\frac{\bar{y}_A + \bar{y}_B + \bar{y}_C}{3}\right)}{\sqrt{\frac{y_A^2 + y_B^2 + y_C^2}{3} + \frac{r_N y_+^2}{r}}} = \frac{\operatorname{Re}(\bar{y}_C)}{3} = \frac{\operatorname{Re}(\bar{y}_C)}{3} = \frac{0,12/3}{\sqrt{\frac{0,04}{3} \times \sqrt{1 + \frac{r_N}{r}}}} = \frac{0,12/3}{\sqrt{\frac{0,04}{3}} \sqrt{1 + \frac{r_N}{r}}} = \frac{0,2\sqrt{3}}{\sqrt{1 + \frac{r_N}{r}}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 + \frac{r_N}{r}}}, \quad (3)$$

де $\lambda_0 = \frac{\operatorname{Re}\left(\frac{\bar{y}_A + \bar{y}_B + \bar{y}_C}{3}\right)}{\sqrt{\frac{y_0^2 + y_-^2 + y_+^2}{3}}} = \frac{\operatorname{Re}(\bar{y}_C)}{3} = 0,2\sqrt{3}$ – значення коефіцієнта потужності, отримане з

використанням формули Бухгольца [6] для повної потужності, тобто без врахування потужності втрат у нульовому проводі. У формулі (3) чітко проглядається залежність коефіцієнта потужності навантаження від співвідношення опорів силового кабелю за наявності струму нульового проводу.

ККД трифазної системи живлення з нульовим проводом при навантаженні однієї фази. Для верифікації формули коефіцієнта потужності скористаємося співвідношенням для ККД, отриманим для несинусоїдної несиметричної мережі живлення, [2]:

$$\eta = \frac{1}{0,5(P_0 / P_L) - \sqrt{0,25(P_0 / P_L)^2 - (P_0 / P_L) - a}}; \quad a = \lambda^{-2} - 1, \quad (4)$$

де P_0 / P_L – співвідношення потужності короткого замикання до активної потужності навантаження. Виведемо точну формулу ККД для випадку найпростішого навантаження трифазної системи живлення з нульовим проводом (рис. 2), під'єданого до фази С, що повністю характеризується комплексною провідністю $\bar{y}_C = g - jb$, ($\bar{y}_A = \bar{y}_B = 0$).

Запишемо комплексні струм та напругу навантаження:

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{r+r_N+1/\bar{y}_C} = \frac{\dot{U}_C \bar{y}_C}{1+(r+r_N)\bar{y}_C}; \quad \dot{V}_C = \dot{I}_C / \bar{y}_C = \frac{\dot{U}_C}{1+(r+r_N)\bar{y}_C}.$$

ККД трифазної системи визначається струмом та напругою фази С:

$$\eta = \frac{\text{Re}(S_L^*)}{\text{Re}(S_S^*)} = \frac{\text{Re}(\dot{V}_C^* \dot{I}_C)}{\text{Re}(U_C^* \dot{I}_C)} = \frac{\text{Re}\left\{ \frac{\dot{U}_C^*}{[1+(r+r_N)\bar{y}_C]^*} \times \frac{\dot{U}_C \bar{y}_C}{1+(r+r_N)\bar{y}_C} \right\}}{\text{Re}\left\{ \frac{U_C^* \dot{U}_C \bar{y}_C}{[1+(r+r_N)\bar{y}_C]} \times \frac{[1+(r+r_N)\bar{y}_C]^*}{[1+(r+r_N)\bar{y}_C]^*} \right\}} = \frac{g}{g+(g^2+b^2)(r+r_N)} = \frac{1}{1+y^2(r+r_N)/g}.$$

Зокрема, при $\bar{y}_C = \frac{1}{3-4j} = 0,12+0,16j$ (рис. 2), $y_C^2 = \frac{1}{3+j4} \times \frac{1}{3-j4} = \frac{1}{25} = 0,04$; $g = 0,12$ маємо

$$\eta = \frac{1}{1+y^2(r+r_N)/g} = \frac{1}{1+0,04 \times (r+r_N)/0,12} = \frac{1}{1+(r+r_N)/3}, \quad (5)$$

а при застосуванні формули (4) з урахуванням (3) –

$$a = \lambda^{-2} - 1 = \left(\frac{\lambda_0}{\sqrt{1+r_N/r}} \right)^{-2} - 1 = \frac{1+r_N/r}{3 \times 0,04} - 1 = \frac{1+r_N/r - 0,12}{0,12} = \frac{0,88+r_N/r}{0,12};$$

$\frac{P_0}{P_L} = \frac{3U^2/r}{U^2g} = \frac{3}{rg} = \frac{25}{r}$. У результаті кінцева апроксимаційна формула набуває вигляду

$$\eta = \frac{1}{0,5 \frac{P_0}{P_L} - \sqrt{0,25 \left(\frac{P_0}{P_L} \right)^2 - \frac{P_0}{P_L} - a}} = \frac{1}{0,5 \times 25/r - \sqrt{0,25 \times (25/r)^2 - (25/r) - \frac{0,88+r_N/r}{0,12}}}. \quad (6)$$

У випадку використання формули Бухгольца для повної потужності, що відповідає опору нульового проводу $r_N = 0$ і відповідно $\lambda = \lambda_0$, вираз для ККД набуває вигляду

$$\eta = \frac{1}{12,5/r - \sqrt{156,25/r^2 - (25/r) - 22/3}}. \quad (7)$$

На рис. 3 зображено графіки залежності $\eta = f(r)$ за формулами (5), (6) при значеннях параметра $r_N/r = 1/3; 1; 3$ відповідно. Суцільними лініями зображено розраховані точні значення η для параметрів несиметричного навантаження $\bar{y}_A = \bar{y}_B = 0$; $\bar{y}_C = \frac{1}{3+j4}$ відповідно

до виразу (5), а пунктиром – значення η , розраховані згідно з апроксимаційною формулою (6), що дає можливість використовувати вираз (6) при розрахунку ККД несиметричної несинусоїдної трифазної системи живлення з нульовим проводом, враховуючи потужність втрат в нульовому проводі з похибкою тим меншою, чим менший активний опір фазних проводів. Графік за формулою (7) показує залежність $\eta = f(r)$ без врахування втрат у нульовому проводі при аналогічному несиметричному навантаженні. Таким чином, запропоновані співвідношення розрахунку ККД трифазної чотирипроводної системи живлення враховують величину активного опору нульового проводу і дають

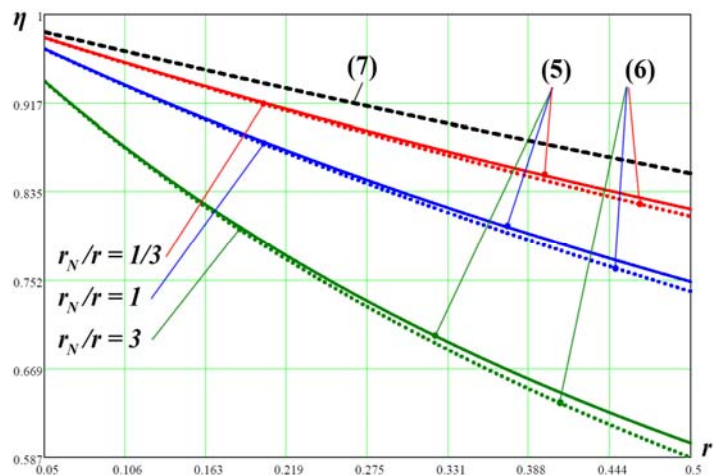


Рис. 3

змогу розрахувати доцільність застосування паралельного активного фільтра. Алгоритми роботи такого фільтра трифазної чотирипровідної системи живлення передбачають постачання в паралельно включене навантаження неактивних складових струмів, позбавляючи від них трифазне джерело, що одночасно збільшує значення коефіцієнта потужності навантаження і відповідно ККД системи.

Висновки. Для несинусоїдного несиметричного режиму трифазної чотирипровідної мережі живлення запропоновано апроксимаційну формулу визначення коефіцієнта потужності навантаження, що враховує відношення активного опору фазних проводів до опору нульового проводу.

На прикладі розрахунку ККД трифазної чотирипровідної системи живлення для найпростішого несиметричного навантаження показано адекватність запропонованих формул розрахунку коефіцієнта потужності трифазної чотирипровідної системи живлення, які можуть бути застосовані при несиметрії як навантаження, так і напруги мережі живлення.

1. *Артеменко М.Ю.* Повна потужність трифазної системи живлення в несинусоїдному режимі та енергоефективність засобів паралельної активної фільтрації // Електроніка та зв'язок. – 2014. – № 6. – С. 38–47.
2. *Артеменко М.Ю., Батрак Л.М., Михальський В.М., Поліщук С.Й.* Аналіз можливості збільшення ККД трифазної чотирипровідної системи живлення засобами паралельної активної фільтрації // Техн. електродинаміка. – 2015. – № 6. – С. 12–17.
3. *Артеменко М.Ю., Батрак Л.М., Михальський В.М., Поліщук С.Й.* Оптимізація енергетичних характеристик трифазної чотирипровідної системи живлення з паралельним активним фільтром в синусоїдному режимі // Техн. електродинаміка. – 2015. – № 2. – С. 30–37.
4. *Поліщук С.Й., Артеменко М.Ю., Михальський В.М., Шаповал І.А., Батрак Л.М.* Стратегія керування паралельним активним фільтром з частковим послабленням складової нульової послідовності напруг трифазної чотирипровідної мережі // Техн. електродинаміка. – 2013. – № 3. – С. 12–19.
5. *Czarnecki L.S.* Currents' Physical Components (CPC) concept: a fundamental of Power Theory // Przegląd Elektrotechniczny. – 2008. – R 84. – No 6. – P. 28–37.
6. *Czarnecki L.S., Haley P.M.* Unbalanced Power in Four-Wire Systems and Its Reactive Compensation // IEEE Trans. Power Delivery. – 2015. – Vol. 30. – No 1. – P. 53–63.
7. *Montano Asquerino J.C., and Salmeron Revuelta P.* Compensation in nonsinusoidal, unbalanced three-phase four-wire systems with active power-line conditioner // IEEE Trans. Power Delivery. – Oct. 2002. – Vol. 17. – No 4. – P. 1079–1084.

УДК 621.314.58

С.И. Полищук, канд. техн. наук

Институт электродинамики НАН Украины,
пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина

Верификация выражений для коэффициентов полезного действия и мощности трехфазной четырехпроводной системы питания с параллельным активным фильтром

Для несинусоидального несимметричного режима трехфазной четырехпроводной сети питания предложено аппроксимационную формулу определения коэффициента мощности нагрузки, которая учитывает отношение активного сопротивления фазных проводов к сопротивлению нулевого провода. На примере расчета коэффициента полезного действия трехфазной четырехпроводной системы питания для упрощенной несимметричной нагрузки показана адекватность предложенных соотношений. Библи. 7, рис. 3.

Ключевые слова: коэффициент полезного действия, коэффициент мощности, параллельный активный фильтр.

S.Yo. Polishchuk

Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine,
Peremohy, 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine

Verification of the mathematical expressions for the efficiency and power of three-phase four-wire power system with shunt active filter

Approximative formula for determining power factor of the load has been proposed for non-sinusoidal unbalanced mode of three-phase four-wire power system. It takes into account the ratio of active resistance of the phase wires to the resistance of the neutral wire. The adequacy of the proposed ratios has been shown by the example of calculating efficiency of three-phase four-wire power system for a simple unbalanced load. References 7, figures 3.

Key words: efficiency, power factor, shunt active power filter.

Надійшла 4.02.2016

Received 4.02.2016