

УДК 621.313

Г.А. Циганкова, канд. техн. наук
 Національний університет харчових технологій,
 вул. Володимирська, 68, Київ-33, 01033, Україна
 e-mail: tsgk.anna@gmail.com

РОЗРАХУНОК МАГНІТНОГО ПОЛЯ В РОБОЧІЙ ЗОНІ ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНОГО ГАЛЬМА ПРИ НЕРУХОМОМУ РОТОРІ

Наведено результати розрахунку кутової та осьової компонент вектора напруженості магнітного поля для різних значень відносної магнітної проникності матеріалу диска. Показано, що в робочій зоні електродинамічного гальма на поверхні диска радіальна компонента вектора напруженості магнітного поля відсутня, а кутовою компонентою при відносній магнітній проникності матеріалу диска, більшій 10, можна знехтувати. Бібл. 4, рис. 3.

Ключові слова: електродинамічне гальмо, напруженість магнітного поля, магнітний потенціал.

Задача знаходження струмів і зусиль у диску електродинамічного гальма [3] залежно від заданої амплітуди гармонічної складової магнітної індукції, розмірів, швидкості обертання та параметрів матеріалу ротора потребує спочатку розв'язання рівнянь електромагнітного поля для нерухомого ($V=0$) диска, а потім узагальнення для диска, що обертається. Розглянемо першу частину цієї задачі.

Об'єкти та методи дослідження. Розглядаємо розрахункову модель магнітного поля робочої зубчатої зони електродинамічного гальма, згідно з описаною в роботі [4], в якій приймаємо, що магнітне поле повітряного проміжку між двома півпросторами з нескінченною магнітною проникністю (рис. 1) при нерухомому диску збуджується системою уявних провідників з постійним струмом I , розподілених симетрично на поверхнях цих півпросторів.

Постановка завдання. Рівняння для визначення параметрів магнітного поля для нерухомого диска при збудженні поля постійним струмом витікає з системи рівнянь Максвелла [2]:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} = 0; \quad \operatorname{rot} \vec{E} = 0; \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0; \quad \operatorname{div} \vec{\delta} = 0; \\ \vec{\delta} = \sigma(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}); \quad \vec{B} = \mu \vec{H}, \end{aligned}$$

де \vec{H} – вектор напруженості магнітного поля в диску; $\vec{\delta}$ – вектор густини струму; \vec{E} – вектор напруженості електричного поля; \vec{B} – вектор магнітної індукції; \vec{V} – вектор лінійної швидкості; σ – електропровідність матеріалу; μ – магнітна проникність матеріалу.

Знайдемо компоненти напруженості магнітного поля в робочій зоні електродинамічного гальма та граничні умови, необхідні для розв'язання цієї системи рівнянь. Будемо використовувати циліндричну систему координат.

Результати та їх обговорення. Оскільки при нерухомому диску струми в ньому відсутні, магнітне поле може характеризуватись скалярною величиною – магнітним потенціалом u_m , причому

$$\vec{H} = -\operatorname{grad} u_m.$$

Для однорідного ізотропного середовища магнітний потенціал задовольняє рівнянню Лапласа:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_m}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 u_m}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 u_m}{\partial z^2} = 0.$$

Застосувавши відомий метод Фур'є, рішення цього рівняння будемо шукати у вигляді добутку трьох функцій, кожна з яких залежить лише від однієї змінної: R залежить від координати r , Ψ – від координати φ , Z – від координати z :

$$u_m = R \cdot \Psi \cdot Z.$$

Тоді функція Z матиме вигляд $Z = \sum_{i=1}^{\infty} (A_i \operatorname{ch} k_i z + G_i \operatorname{sh} k_i z)$, де A_i, G_i – невідомі коефіцієнти,

функція Ψ буде мати вигляд $\Psi = \sum_{n=1}^{\infty} (C_n \cos l_n \varphi + N_n \sin l_n \varphi)$, де C_n, N_n – невідомі коефіцієнти,

а функція R є розв’язком рівняння Бесселя $\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial R}{\partial r} + \left(K - \frac{L}{r^2} \right) R = 0$, де K і L – сталі величини.

Враховуючи відсутність поля при $r = 0$, рішення R є сумою функцій Бесселя лише першого роду:

$$R = \sum_n \sum_i D_i J_{l_n}(k_i r).$$

Коефіцієнти A_i, G_i, C_n, N_n , та D_i знаходяться з граничних умов, які визначаються струмами і розглядаються далі.

Компоненти вектора напруженості магнітного поля визначаються рівняннями

$$H_r = -\Psi \cdot Z \cdot \frac{\partial R}{\partial r}; \tag{1}$$

$$H_\varphi = -R \cdot Z \cdot \frac{\partial \Psi}{r \partial \varphi}; \tag{2}$$

$$H_z = -R \cdot \Psi \cdot \frac{\partial Z}{\partial z}. \tag{3}$$

Радіальна компонента напруженості магнітного поля H_r при $z = \frac{d}{2}$ визначається

щільністю I_{s_φ} (ампер-витками) (рис. 1). На рис. 1 d_δ – товщина диска, d_3 – ширина повітряного проміжку, r – радіус точки спостереження, μ та σ – магнітна проникність та електропровідність матеріалу диска.

Оскільки контур $b'-g'-g-b-b'$ (рис. 1 а) охоплює струм $-I_{s_\varphi} \Delta r$, а відстань $g'-g \rightarrow 0$ та $b-b' \rightarrow 0$ і напруженість магнітного поля в середовищі з нескінченною магнітною проникністю дорівнює нулю, то $-I_{s_\varphi} \Delta r = H_r \Delta r$:

$$H_r \left(z = \frac{d}{2} \right) = -I_{s_\varphi}. \tag{4}$$

Компонента напруженості магнітного поля в кутовому напрямку H_φ визначається щільністю I_{s_r} . Оскільки

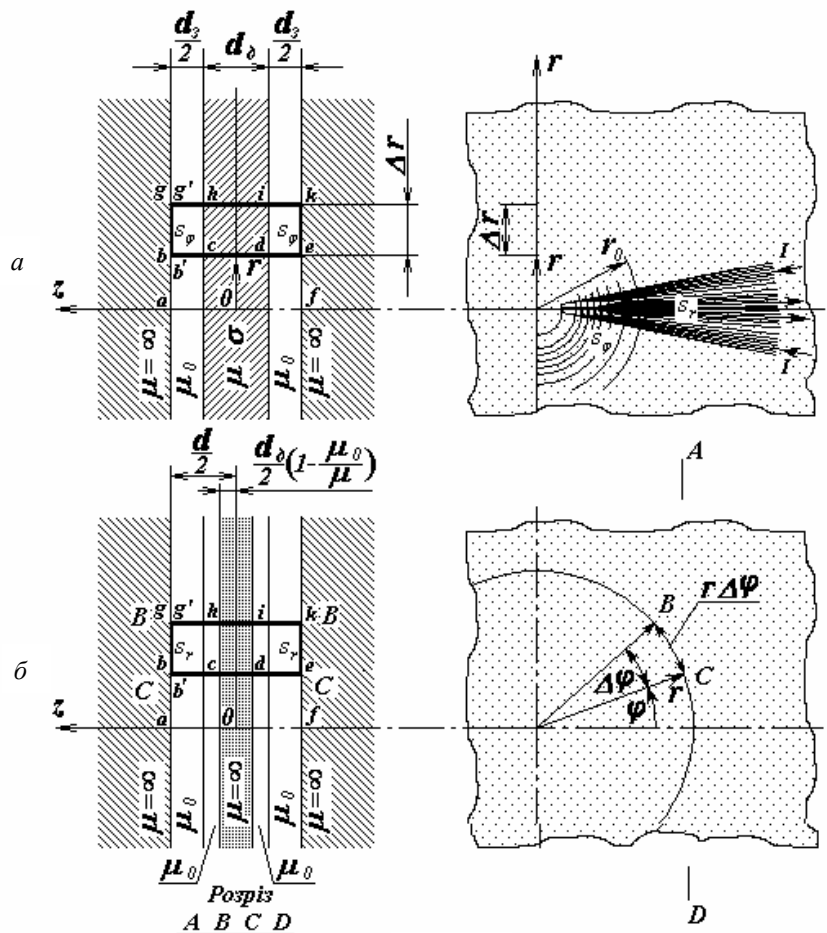


Рис. 1

ки аналогічний контур $b'-g'-g-b-b'$ (рис. 1 б) охоплює струм $Is_r r \Delta \varphi$ і $Is_r r \Delta \varphi = H_\varphi r \Delta \varphi$, то

$$H_\varphi \left(z = \frac{d}{2} \right) = Is_r. \quad (5)$$

З рівнянь (1), (4) можемо знайти

$$-\frac{\partial}{\partial r} \left(R \cdot Z \left(\frac{d}{2} \right) \right) \cdot \Psi = -Is_\varphi. \quad (6)$$

Звідки

$$R \cdot Z \left(\frac{d}{2} \right) = \frac{\int_0^r Is_\varphi \partial r}{\Psi}. \quad (7)$$

З рівнянь (2), (5) знаходимо

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} \cdot R \cdot Z \left(\frac{d}{2} \right) = Is_r. \quad (8)$$

Підставивши (7) у (8), знайдемо

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} + \frac{rs_r}{\int_0^r s_\varphi \partial r} \Psi = 0. \quad (9)$$

Як і в [4], будемо вважати, що обрано спеціальні закони розподілу щільності провідників зі струмом $s_\varphi = -\sum_i \frac{\partial A_i J_p(k_i r)}{\partial r} \cdot \sin p\varphi$ і $s_r = \frac{p}{r} \sum_i A_i J_p(k_i r) \cdot \cos p\varphi$, для яких виконується рівність $\frac{rs_r}{\int_0^r s_\varphi \partial r} = -p \frac{\cos p\varphi}{\sin p\varphi}$. У цьому випадку розв'язок рівняння (9) має вигляд

$$\Psi = \sin p\varphi. \quad (10)$$

Тобто залежність магнітного потенціалу від кутової координати має лише одну гармонічну складову з числом пар полюсів p , а значить, залежність магнітного потенціалу від радіальної координати виражається комбінацією функцій Бесселя лише одного порядку p з різними коефіцієнтами k_i при радіальній і осьовій координатах.

Враховуючи викладене, при вказаних умовах рішення для магнітного потенціалу буде мати вигляд

$$u_m = \sum_{i=1}^{\infty} D_i J_p(k_i r) \cdot G_i sh(k_i z) \cdot \sin p\varphi. \quad (11)$$

Тобто у загальному випадку магнітний потенціал не може бути виражений добутком незалежних функцій від r та z , а лише сумою добутків функцій з однаковими сталими k_i .

Сталі величини D_i , G_i та k_i визначаються через компоненти напруженості магнітного поля згідно з законом розподілу радіальної [4, (2)] та кутової [4, (1)] компонент поверхневого струму I , розміщеного на границі середовища з нескінченною магнітною проникністю та повітряного проміжку і збуджуючого це поле. Зазначимо, що в [4] закон розподілу компонент поверхневого струму задавався сумами шести функцій Бесселя з певним чином підібраними коефіцієнтами A_i та k_i .

Таким чином, виходячи із (11), радіальна, кутова та осьова компоненти вектора напруженості магнітного поля мають вигляд відповідно

$$H_r = -\frac{\partial u_m}{\partial r} = -\sum_{i=1}^{\infty} C_i \frac{\partial J_p(k_i r)}{\partial r} \cdot G_i sh(k_i z) \cdot \sin p\varphi; \quad (12)$$

$$H_\varphi = -\frac{\partial u_m}{r \partial \varphi} = -\frac{p}{r} \sum_{i=1}^{\infty} C_i J_p(k_i r) \cdot G_i sh(k_i z) \cdot \cos p\varphi; \quad (13)$$

$$H_z = -\frac{\partial u_m}{\partial z} = -\sum_{i=1}^{\infty} C_i J_p(k_i r) \cdot k_i G_i ch(k_i z) \cdot \sin p\varphi. \quad (14)$$

Враховуючи симетричне відносно $z=0$ розташування поверхневих струмів, можна прийняти $u_m(r, \varphi, 0) = 0$ та розглядати лише зони з додатнім значенням координати z .

Для розрахунку магнітного потенціалу в повітряному проміжку необхідно, щоб середовище було однорідним. Тому замінимо диск з магнітною проникністю μ диском з $\mu = \infty$ і додатковим повітряним проміжком так, що диск товщиною d_∂ і магнітною проникністю μ стає диском товщиною $d_\partial(1 - \frac{\mu_0}{\mu})$ (з $\mu = \infty$) і повітряним проміжком $d_\partial \frac{\mu_0}{\mu}$ з магнітною

проникністю μ_0 . При цьому система координат $Ozr\varphi$ переходить до системи $Oz_3r\varphi$ з однорідним проміжком, а початок координат – в $z_3 = z - \left(1 - \frac{\mu_0}{\mu}\right) \frac{d_\partial}{2}$ (рис. 1 б). Тоді в інтервалі

$\frac{d_\partial}{2} \leq z \leq \frac{d_3 + d_\partial}{2}$ можемо записати

$$u_{m3} = \sum_i D_i J_p(k_i r) G_{3i} sh(k_i z_3) \cdot \sin p\varphi, \quad (15)$$

а в інтервалі $0 < z \leq \frac{d_\partial}{2}$ –

$$u_{m\partial} = \sum_i D_i J_p(k_i r) G_{\partial i} sh(k_i z) \cdot \sin p\varphi. \quad (16)$$

Коефіцієнти G_{3i} та $G_{\partial i}$ знайдемо з умови рівності магнітного потенціалу по обидві сторони межі між повітряним проміжком і диском: $u_{m3}\left(r, \varphi, z_3 = \frac{\mu_0}{\mu} \frac{d_\partial}{2}\right) = u_{m\partial}\left(r, \varphi, z = \frac{d_\partial}{2}\right)$.

Оскільки функція Z безрозмірна, то можна накласти умову, що при $z = \frac{d}{2}$ вона дорівнює 1:

$$G_{3i} sh\left(k_i \left(\frac{d_3}{2} + \frac{\mu_0}{\mu} \frac{d_\partial}{2}\right)\right) = 1, \quad \text{або} \quad G_{3i} = \frac{1}{sh\left(k_i \left(\frac{d_3}{2} + \frac{\mu_0}{\mu} \frac{d_\partial}{2}\right)\right)}. \quad (17)$$

При цьому коефіцієнт $G_{\partial i}$ у зоні диска буде дорівнювати

$$G_{\partial i} = \frac{sh\left(k_i \left(\frac{\mu_0}{\mu} \frac{d_\partial}{2}\right)\right)}{sh\left(k_i \left(\frac{d_3}{2} + \frac{\mu_0}{\mu} \frac{d_\partial}{2}\right)\right) \cdot sh\left(k_i \frac{d_\partial}{2}\right)}. \quad (18)$$

При умові (17) та [4, (2)] на поверхні диска при $z = \frac{d}{2} = \frac{d_3}{2} + \frac{d_\partial}{2}$ із (15) та (13) отримаємо

$$-\frac{p}{r} \sum_{i=1}^{\infty} A_i J_p(k_i r) \cdot 1 \cdot \cos p\varphi =$$

$$= IW_0 \frac{16}{r} \left(0,4J_{16}(0,45r) + 1,06J_{16}(0,4r) + 1,62J_{16}(0,355r) + \right. \\ \left. + 1,56J_{16}(0,32r) + 3,64J_{16}(0,2708r) + 2,92J_{16}(0,22r) \right) \cdot \cos 16\varphi, \quad (19)$$

де W_0 – сумарне число уявних витків.

Звідки $p = 16$, а

$$-\sum_{i=1}^{\infty} A_i J_p(k_i r) = IW_0 \left(0,4J_{16}(0,45r) + 1,06J_{16}(0,4r) + 1,62J_{16}(0,355r) + \right. \\ \left. + 1,56J_{16}(0,32r) + 3,64J_{16}(0,2708r) + 2,92J_{16}(0,22r) \right). \quad (20)$$

Із (13) з врахуванням (20) отримаємо вирази для розрахунку кутової компоненти H_φ у зоні повітряного проміжку для (17) та в зоні диска для (18). Для розрахунку осьової компоненти H_z вектора напруженості магнітного поля в зоні повітряного проміжку з (14) з врахуванням (20) для (17) та в зоні диска для (18).

За отриманими формулами проведено розрахунки компонент вектора напруженості магнітного поля для чотирьох значень магнітної проникності матеріалу диска $\frac{\mu}{\mu_0} = 1, 10, 20, 200$.

На рис. 2 а показано графіки залежності осьової компоненти напруженості магнітного поля H_z від z у повітряному проміжку і диску для вказаних значень магнітної проникності матеріалу диска (криві 1, 5; 2, 6; 3, 7; 4, 8 відповідно) та при двох значеннях радіуса $r=55$ мм і $r=70$ мм.

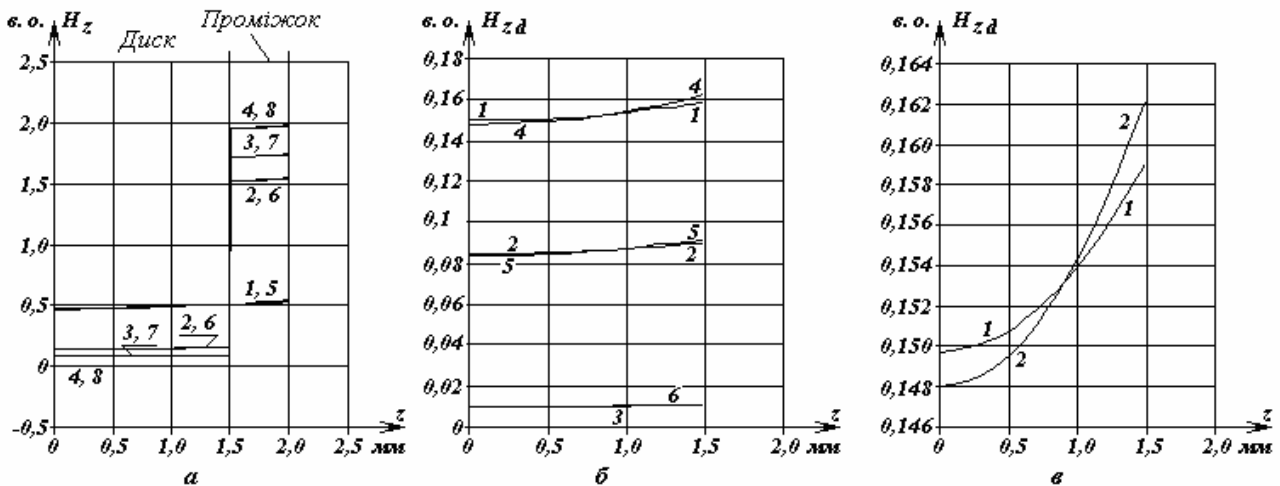


Рис. 2

Розрахунок проведено для $\frac{d_3}{2} = 0,5$ мм, а $\frac{d_0}{2} = 1,5$ мм. З графіків видно, що осьова компонента напруженості магнітного поля практично не залежить від z як в зоні повітряного проміжку, так і в зоні диска. Більш детально характер зміни осьової компоненти напруженості магнітного поля в диску для трьох значень $\frac{\mu}{\mu_0} = 10, 20, 200$ показано на рис. 2 б (криві 1, 4; 2, 5; 3, 6 відповідно). Криві 1, 2, 3 – стосуються радіуса 70 мм, а криві 4, 5, 6 – радіуса 55 мм. Чим більша магнітна проникність диска, тим менша осьова компонента напруженості магнітного поля в диску і її залежність від z та більша різниця між напруженістю в повітряному проміжку і диску.

Залежність кутової компоненти вектора напруженості магнітного поля H_φ від осьової координати показана на рис. 3 а, б. Криві 1, 5 розраховані для $\frac{\mu}{\mu_0} = 1$ при $r=55$ мм і $r=70$ мм

відповідно криві 2, 6 – для $\frac{\mu}{\mu_0}=10$, криві 3, 7 – для $\frac{\mu}{\mu_0}=20$, криві 4, 8 – для $\frac{\mu}{\mu_0}=200$. Збільшення магнітної проникності диска призводить до зменшення кутової компоненти вектора напруженості магнітного поля на поверхні диска при незмінному її значенні біля поверхні індуктора (рис. 3 а).

На рис. 3 б показано характер залежності кутової компоненти напруженості магнітного поля в диску від координати z для вказаних значень $\frac{\mu}{\mu_0}$ у збільшеному масштабі. Вона має практично лінійний характер (рис. 3 б). При більшому радіусі кутова компонента напруженості менша. Порівняно з осьюовою компонентою напруженості магнітного поля кутова компонента суттєво менша. Вже при $\frac{\mu}{\mu_0}=10$ кутова компонента напруженості магнітного поля в повітряному проміжку біля поверхні диска становить менше 5 % осьової компоненти при $r=55$ мм і менше 4 % при $r=70$ мм.

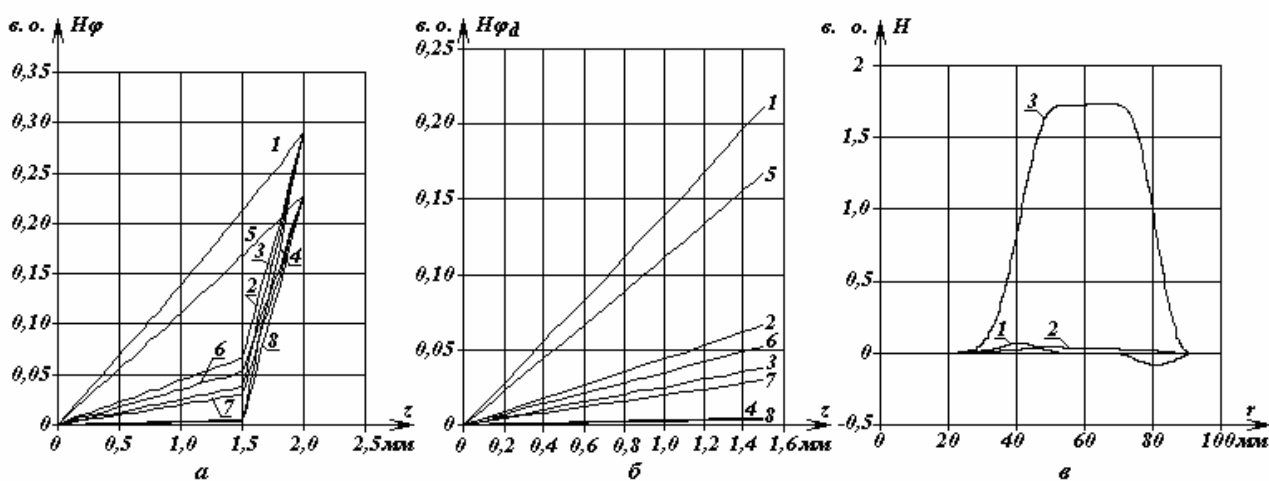


Рис. 3

На рис. 3 в показана залежність компонент вектора напруженості магнітного поля H у повітряному проміжку на поверхні диска від радіуса при $\frac{\mu}{\mu_0}=20$.

У робочій зоні при $55 < r < 70$ радіальна компонента (крива 1) напруженості магнітного поля відсутня, а кутова (крива 2) суттєво менша від осьової (крива 3). У цьому діапазоні осьова компонента не залежить від радіуса.

Висновки. Для розрахунку струмів і зусиль у диску при його обертанні можна припустити, що диск обертається в магнітному полі лише з однією осьовою компонентою вектора магнітної індукції, нехтуючи радіальною та кутовою компонентами через їх відносну малість тим більше, що кутова компонента в цьому випадку не впливає на виникнення струмів у диску.

1. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗов. – М.: Лань, 2010. – 608 с.
2. Каплянский А.Е., Лысенко А.П., Полотовский Л.С. Теоретические основы электротехники. – М.: Высш. шк., 1972. – 448 с.
3. Потапов Л.А., Юферов Ф.М. Измерение вращающих моментов и скоростей вращения микроэлектродвигателей. – М.: Энергия, 1974. – 128 с.
4. Циганкова Г.А. Электромагнитная модель электродинамического гальма из зубцево-пазовой конфигурацией зазора индуктора // Пр. Ін-ту електродинаміки НАН України: 36. наук. пр. – К.: ІЕД НАНУ, 2013. – Вип. 34. – С. 41–45.

А.А. Цыганкова, канд. техн. наук

Национальный университет пищевых технологий,
ул. Владимирская, 68, Киев-33, 01033, Украина

Расчет магнитного поля в рабочей зоне электродинамического тормоза при неподвижном роторе

Приведены результаты расчета угловой и осевой компонент вектора напряженности магнитного поля для различных значений относительной магнитной проницаемости материала диска. Показано, что в рабочей зоне электродинамического тормоза на поверхности диска радиальная компонента вектора напряженности магнитного поля отсутствует, а угловой компонент при относительной магнитной проницаемости материала диска, большей 10, можно пренебречь. Библиограф. 4, рис. 3.

Ключевые слова: электродинамический тормоз, напряженность магнитного поля, магнитный потенциал.

G.A. Tsygankova

National University of Food Technologies,
Volodymyrska str., 68, Kyiv-33, 01033, Ukraine

Calculating of magnetic field in a working zone of an electrodynamic brake with static rotor

The results of the calculation of the angular and axial vector components of the magnetic field for different values of the relative magnetic permeability disc material are given. It is shown that in the working area of the electrodynamic brake on the surface of the disk a radial component of the vector of intensity of magnetic field is absent, and the angular component, at a relative magnetic permeability of the disc material more than 10, can be neglected. References 4, figures 3.

Key words: electrodynamic brake, intensity of a magnetic field, magnetic potential.

Надійшла 13.04.2016

Received 13.04.2016

УДК 621.313.322-81

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РАДІАЛЬНИХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ СИЛ ПРИ РОЗПРЕСУВАННІ КРАЙНІХ ЛИСТІВ ОСЕРДЯ СТАТОРА ТУРБОГЕНЕРАТОРА

А.М. Мельник, асп.

Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Перемоги, 56, Київ, 03680, Україна.

e-mail: ied10@ukr.net

ORCID ID: * <http://orcid.org/0000-0002-7492-3110>

Проведено математичне моделювання електромагнітних вібробуджуючих сил при появі розпресування крайніх листів осердя статора потужного турбогенератора на прикладі серійного турбогенератора типу ТГВ-200-2 потужністю 200 МВт. Показано, що при появі ослаблення листів крайнього пакета шихтованого осердя статора турбогенератора магнітний стан погіршується, а максимальне значення амплітуди магнітних сил зменшується в 1,26 разу, що необхідно враховувати при вимірюванні вібрацій. Спектральний аналіз тензора магнітного натягу при різних відстанях між листами показав зменшення перших трьох гармонік амплітуд основної частоти магнітних коливань на 12...30 %. Библиограф. 4, рис. 5.

Ключові слова: турбогенератор, математичне моделювання, електромагнітні сили, магнітна проникність, тензор магнітного натягу.

Вступ. Останнім часом все більше набуває актуальності проблема надійності осердя статорів турбогенераторів. Досить частим дефектом осердя статорів потужних турбогенераторів є порушення щільності пресування крайніх пакетів шихтованого осердя. Головним чинником це пов'язано зі збільшенням кількості турбогенераторів, що відпрацювали свій термін служби і працюють з підвищеним коефіцієнтом потужності в режимах споживання реактивної потужності. Ці фактори сприяють ослабленню щільності пресування торцевих зон осердь, що призводить до виникнення дефектів. Найчастіше ці дефекти виявляються у процесі випробувань або при планових ремонтах. Ослаблення пресування та розпушення зубців