УДК 621.314

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ОРГАНІЗАЦІЇ ІНВАРІАНТНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЛЬНИХ СИСТЕМ АВТОНОМНИХ ОБ'ЄКТІВ

В.С. Смирнов[1], докт. техн. наук, **О.В. Самков**[2], докт. техн. наук, **О.Й. Штіфзон**[3], **С.В. Любицький**[4], **В.В. Лізанець**[5], канд. техн. наук
1, 3, 4 – Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. І. Сікорського»,
пр. Перемоги, 37, Київ, 03056, Україна
2 – Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Перемоги, 56, Київ, 03057, Україна
5 – Свалявський технічний коледж НУХТ, Свалява
e-mail: samkov@ied.org.ua

Розглянуто розвиток теорії побудови інваріантних перетворювальних систем з багаторазовою модуляцією. На основі теоретичних досліджень сформульовано положення щодо структури інваріантності перетворювальних систем. Запропоновано положення гіперкомплексного аналізу перетворювальних систем з багаторазовою модуляцією, розроблено положення квадриплексного перетворення. Обгрунтовано принципи організації й алгоритми керування багатофункціональними перетворювачами з багаторазовою модуляцією. Бібл. 7, рис. 4, табл. 3.
Ключові слова: багаторазова модуляція, автономний об'єкт, гіперкомплексні числові системи, теорія інваріантності, квадрикомплексне перетворення.

Створення високоточних систем електроживлення (СЕЖ), що використовуються при побудові електромеханічних систем робототехнічних комплексів, систем телекомунікації, автономних аерокосмічних об'єктів, систем автоматизованого електроприводу, на транспорті, інших автономних об'єктах (АО) наразі є важливою науково-технічною проблемою. Невідповідність, яка регулярно виявляється між характеристиками СЕЖ і безперервно зростаючими вимогами до них з боку АО, є постійним рушійним стимулом вдосконалення СЕЖ.

На сучасному етапі розвитку СЕЖ особливе значення надається не тільки питанням поліпшення їх масоенергетичних показників, але й підвищенню якості вихідної електроенергії, поліпшенню динамічних характеристик при досягненні багатофункціональності, інваріантності та за можливістю робастності.

Основним завданням теорії інваріантності є пошук таких умов структурної побудови перетворювальних систем, при виконанні яких рух однієї або кількох координат системи не залежить від одного або більшого числа вхідних впливів, що подаються на систему. Найбільш цікаві два випадки:

- вхідні впливи можливо безпосередньо вимірювати, але закони їх зміни в часі наперед невідомі. У цьому випадку структура системи має забезпечити незалежність руху координат при будь-якій припустимій зміні вхідних впливів;
- вхідні впливи неможливо виміряти безпосередньо. У цьому випадку структура системи має забезпечити незалежність руху координат при будь-якому припустимому вхідному впливі. Принаймні ця незалежність має виконуватись з певним ступенем точності, тобто інваріантністю до ε.

Крім того, помилку розрегулювання руху основного контура і бажаного еталонного руху необхідно мати інваріантною по відношенню до зовнішніх впливів. У ідеальному випадку ця помилка має бути тотожно рівна нулю, незалежно від вхідних керуючих впливів, координатних та параметричних збурень.

При виконанні умов координатної або параметричної інваріантності в перетворювальних системах маємо можливість ідентифікувати перетворювальну систему як координатно- чи параметрично-інваріантну.

Якщо з властивості координатної інваріантності структури системи по відношенню до впливу $V(t)$, як наслідок, випливає властивість параметричної інваріантності та, навпаки, з властивості параметричної інваріантності – координатна інваріантність, то така структура має властивість двократної інваріантності [7].

Зрозуміло, у цьому випадку структурна інваріантність має на увазі незалежність структурної організації від вигляду сформованих та контрольованих вхідних та вихідних сигналів (а також їх параметрів), іншими словами можна говорити про інваріантність структурної організації по відношенню до формованих та контрольованих вхідних та вихідних напруг.

Завдання інваріантності у класі адаптивного координатно-параметричного керування сформулюємо таким чином: необхідно знайти умови, при яких структурна організація перетворювальної системи буде мати властивості двократної структурної інваріантності по відношенню до координатних та параметричних збурень.

Тоді досліджувана система може бути представлена у вигляді

$$\dot{x} = A(t)x + G(t)v + D(t)u\,, \qquad (1)$$

де v – вектор збурюючих впливів; u – вектор координатного керування.

У матрично-операторній формі керування формулу (1) запишемо як

$$A(p,t)x = D(p,t)u + G(p,t)v\,. \qquad (2)$$

Зазначимо, що оператори $A(p,t)$, $D(p,t)$, $G(p,t)$ містять також інформацію про параметричні збурення, які позначимо $\Delta A(p,t)$, $\Delta D(p,t)$, $\Delta G(p,t)$.

Рівняння, що описує стійку систему, відповідне до еталонної моделі руху, представимо у вигляді

$$A_0(p)x = D_0(p)\Delta u + G_0(p)v\,, \qquad (3)$$

де Δu – вхідний керуючий вплив.

З урахуванням введеної до розгляду похибки розузгодження руху синтезуємої інваріантної системи та еталонного оператора ε можна записати систему, що описує рух об'єкта відносно похибки розузгодження ε. З цією метою поєднаємо рівняння (2), (3) та позначимо через ΔS, ΔT, ΔZ оператори компенсуючих керуючих пристроїв блока адаптації основного контура. У результаті отримаємо такий вираз:

$$\Delta A_0(p)\varepsilon = \left[\Delta A(p,t) - \Delta S(p,t)\right]x + \left[\Delta D(p,t) - \Delta T(p,t)\right]u + \left[\Delta G(p,t) - \Delta Z(p,t)\right]v. \qquad (4)$$

Звідки за умов

$$\Delta A(p,t) \equiv \Delta S(p,t); \quad \Delta D(p,t) \equiv \Delta T(p,t); \quad \Delta G(p,t) \equiv \Delta Z(p,t)\,, \qquad (5)$$

а також обмеженості координат x, u, v та відповідних похідних отримаємо

$$\Delta A_0(p)\varepsilon = 0. \qquad (6)$$

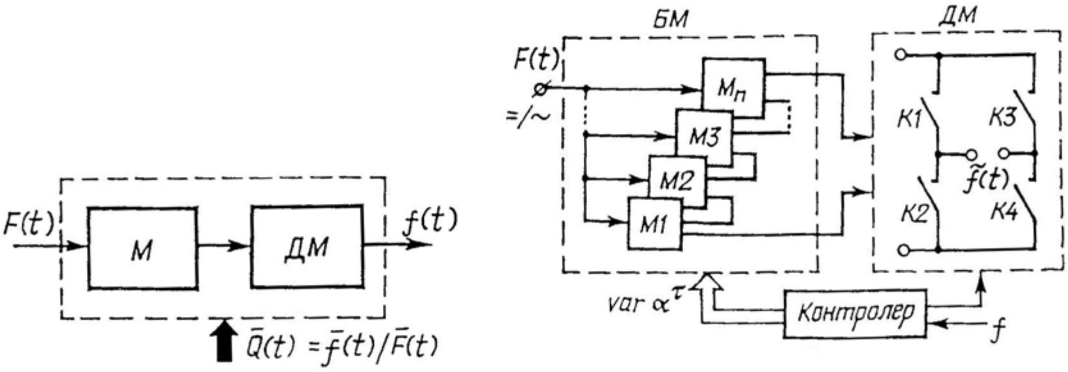
Таким чином, за нульових початкових умов та сталості руху (6) маємо $\varepsilon(t) \equiv 0$ за будь-яких припустимих видів вхідних координатних і параметричних впливів. Умови (5), (6) є необхідними умовами структурної інваріантності перетворювальної системи за координатою ε.

Більш детальний розгляд структурної організації перетворювальної системи (ПС) [7] дає змогу сформулювати достатню умову структурної інваріантності. Наявність принаймні двох модулюючих функцій у рівнянні для узагальненої комутаційної функції $\overline{Q}(t)$ обумовлює необхідність багаторазової модуляції вхідного впливу в силовому тракті ПС відповідно до алгоритму перетворення $\overline{f}(t)/\overline{F}(t)$. Однак ця вимога не дає вичерпної відповіді на питання фізичної реалізованості умов структурної інваріантності, тобто можливості їх апаратурної реалізації.

Виконання умов (5) і, як наслідок, (6), дає змогу зробити висновок про необхідність мінімізації (ліквідації) числа некерованих ланок силового тракту ПС, що піддаються дії як координатних, так і параметричних впливів, а також про суміщення функцій формування, регулювання вихідного сигналу та компенсації координатно-параметричних збурень в єдиному функціональному вузлі.

Безперечність використання з цією метою принципів ІКМ та дельта-модуляції (ДМ) випливає з можливості організації високоефективних алгоритмів керування ПС. При цьому квантування сформованих сигналів за рівнем та часом з високим ступенем дискретизації обумовлює доцільність високочастотного перетворення електроенергії у силовому тракті. Звідси випливає висновок про оптимальну структурну організацію СТ ПС відповідно до принципу «модуляція-демодуляція». Отже, умовою фізичної реалізованості структурно-інваріантної ПС є сепаратна організація силового тракту ПС відповідно до алгоритму «модулятор-демодулятор» (рис. 1 *а*).

На рис. 1 зображено організацію інваріантної перетворювальної системи (ПС): *а* – узагальнена структурна організація; *б* – функціональна організація силового тракту.



а *б*

Рис. 1

Реалізація цього положення у сукупності з відомими традиційними принципами інваріантності дає можливість говорити про клас структурно-інваріантних ПС [6]. Структурна інваріантність дає змогу надати ПС властивість багатоопераційності, тобто можливості формування будь-якого заданого вихідного сигналу при довільній формі вхідної напруги. Відсутність фільтруючих ланок у структурі ПС дає змогу знизити порядок системи диференціальних рівнянь, що описують математичну модель перетворювального тракту. Це дає змогу значно усунути протиріччя між умовами інваріантності та стійкості, тобто надати системі властивості робастності при забезпеченні необхідної точності. При використанні терміну робастність, як правило, розуміють робастність за стійкістю.

Таким чином, будемо називати структуру перетворювальної системи, яка розглядається, такою, що має властивість структурної дворазової інваріантності за координатою ε, якщо в неї включено пристрій, наприклад, адаптації, що переналагоджує параметри системи або навіть її структуру для підтримання відповідних умов двократної інваріантності. Звідси можна зробити таке твердження.

Твердження. При дотриманні умов стійкості та двократної структурної інваріантності перетворювальна система є адаптивною структурно-інваріантною за координатою ε по відношенню до вхідних координатних та параметричних впливів.

Вирішення проблеми структурної інваріантності перетворювальних систем разом з можливістю суміщення функцій формування, регулювання вихідного сигналу, компенсації координатних та параметричних впливів у єдиному функціональному вузлі дає змогу зробити висновок про можливість реалізації ідеї Б.Н. Петрова про симетрування нелінійних каналів передачі загального збурення на програмному рівні [2, 3, 4].

Функціональна організація силового тракту однофазної структурно-інваріантної ПС передбачає послідовне з’єднання блоків модулятора (БМ) і демодулятора (ДМ). Блок модуляторів є сукупністю n мостових інверторних схем, що виконані на ключових елементах з двобічною провідністю. Функціональну організацію одноканальної структурно-інваріантної ПС розглянуто у роботі [7].

Перетворювальна система включає також контролер, до якого вводять блок програмного керування БПК, цифровий суматор SM, обчислювальний блок ОБ та блок адаптації-екстраполяції БАЕ.

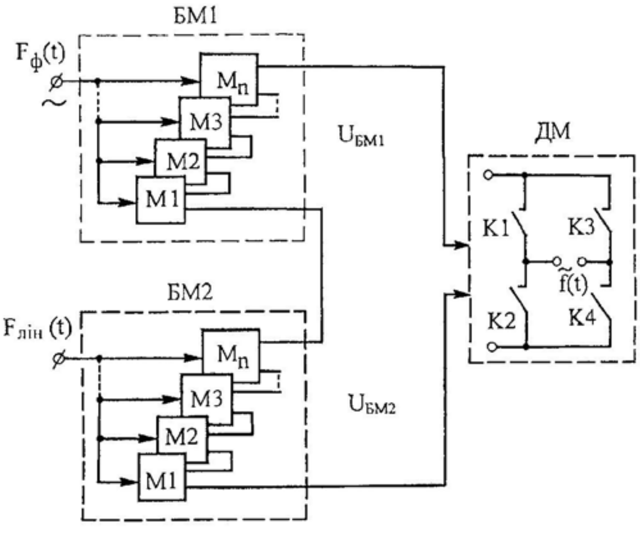


Рис. 2

Розглянемо принцип роботи ПС. Змінна напруга живлення, що описується функцією $F(t)$, подається на вхід модуляторів M_n, ключі якого керуються імпульсами високої частоти, що визначають інтервал часового квантування. На високій несучій частоті в БМ має місце модуляція вхідної напруги $\bar{Q}(t)$, що формується контролером. Таким чином, на виході БМ формується напруга $U_{БМ}(t) = F(t)\bar{Q}(t)sip(\omega_H t)$. Вона є вхідною для ДМ, в якому зазнає демодуляції. Процес формування синусоїдальної напруги розглянуто у роботі [7].

Формування керуючого коду, що відповідає комутаційній функції $\bar{Q}(t)$, здійснюється контролером. З цією метою вхідні функції $F(t)$ та $f(t)$ надходять відповідно на входи БА1 та БПК. На кожному інтервалі квантування формуються багаторозрядні коди "$\bar{f}(t)$" та "$\bar{F}(t)$" , які є вхідними для формування комутаційної функції. У випадку, коли вихідна функція $f(t)$ наперед відома, інформація про неї попередньо вводиться в БПК. Таким чином інформація про $f(t)$ у вигляді цифрового еквівалента $\bar{f}(t)$ формується в БПК за рахунок опитування (сканування) елемента пам'яті (наприклад, ППЗП) у реальному масштабі часу в форматі ІКМ.

БА1 також формує цифровий еквівалент $F(t)$ у реальному масштабі часу, причому з метою адаптації виконується безперервна зміна вагових коефіцієнтів оператора компенсуючих керуючих пристроїв блока адаптації. При цьому результуючий керуючий вплив "$\bar{F}(t)$" зазнає екстраполяції в аналізаторі-екстраполяторі (А-Е) з метою надання прогнозного значення, що компенсує координатні нестаціонарні збурюючі впливи. У випадку об'єднання БА та А-Е у єдиний функціональний вузол, наприклад, з використанням формату дельта-модуляції, можна говорити про блок адаптації і екстраполяції БАЕ. При використанні ПС в апаратурі з довільною функцією $f(t)$ замість БПК також доцільно використовувати БА (БАЕ).

З метою реалізації можливостей і переваг координатно-параметричного керування структурна організація ПС додатково містить цифровий суматор SM у контурі компенсації за відхиленням.

Однак при використанні однофазної змінної живлячої напруги невідворотні суттєві викривлення вихідного сигналу, що проявляються в «провалах» напруги до нульового рівня [7]. Для усунення таких викривлень доцільно використовувати багатофазну систему живлячої напруги. При цьому можлива структурна організація СТ ПС відповідно до дво- або триканальної структури. Структурна організація СТ двоканальної інваріантної ПС представлена на рис. 2. Вона містить два БМ, на входи яких подаються фазна $F_ф(t)$ та лінійна $F_{лін}(t)$ живлячі напруги, а виходи з'єднані послідовно.

Функціональна організація двоканальної інваріантної ПС представлена на рис. 3.

Контролер двоканальної ПС містить послідовно з'єднані ВБ, SM, ОБ1 та БАЕ1, що включені в контур адаптивного координатного керування одного з каналів формування вихідного сигналу ПС, а також ОБ1 та БАЕ2, що

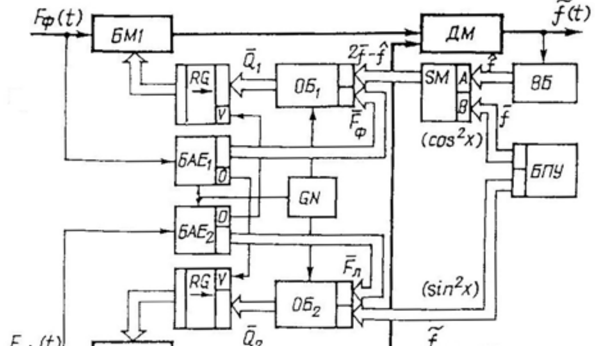


Рис. 3

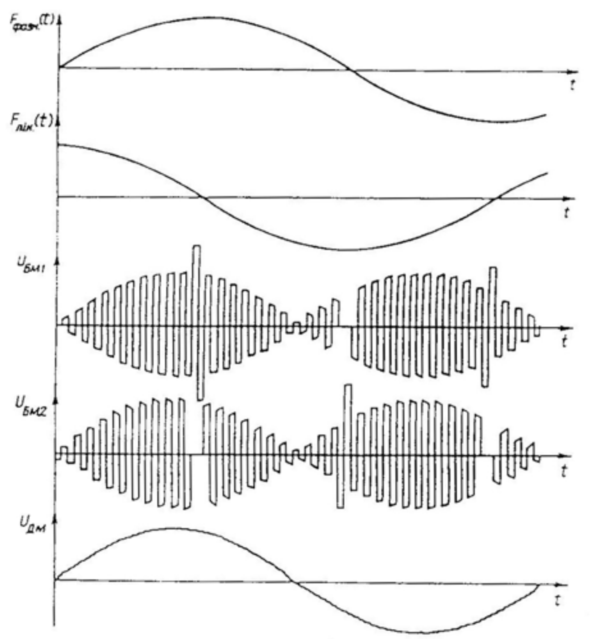


Рис. 4

включені в другий контур адаптивного координатного керування за збуренням. Крім цього обидва контури містять регістри зсуву RG, інформаційні входи яких підключені до виходів відповідних ОБ, що формують керуючі коди $\bar{Q}_1$ та $\bar{Q}_2$. Причому керуючий вхід RG одного каналу підключений до Н-О (граничного елемента) другого каналу, що призводить до зсуву коду на один розряд праворуч і відповідно до подвоєння керуючого коду $\bar{Q}$ у випадку нульових значень однієї з живлячих напруг.

Часові діаграми, що ілюструють формування синусоїдального вихідного сигналу у двоканальній структурно-інваріантній ПС, представлені на рис. 4.

Дуже ефективне використання двоканальної структурної організації ПС при формуванні постійної вихідної напруги, наприклад, відповідно до відомого виразу $"\sin^2 x + \cos^2 x = 1"$.

При цьому в БПК записується інформація, що відповідає результатам кусково-постійної апроксимації функцій $"\sin^2 x"$ та $"\cos^2 x"$. Тоді на виходах ОБ1 та ОБ2 формуються коди, які відповідають комутаційним функціям

$$\bar{Q}_1 = \frac{"\sin^2 x"}{\sin \omega t};\ \bar{Q}_2 = \frac{"\cos^2 x"}{\cos \omega t},$$

що забезпечує отримання на виходах БМ1 та БМ2 відповідно напруг

$$U_{БМ1} = U_m \sin \omega t \frac{"\sin^2 x"}{\sin \omega t} sip(\omega_H t);$$

$$U_{БМ2} = U_m \cos \omega t \frac{"\cos^2 x"}{\cos \omega t} sip(\omega_H t).$$

Після підсумовування та демодуляції отриманих напруг отримаємо однополярну постійну стабілізовану напругу $U_{ДМ}$.

Розглянуті варіанти організації багатоопераційних ПС, що мають властивість структурної дворазової інваріантності, дають змогу отримати високу якість вихідної напруги заданої форми при довільній формі живлячої напруги та відсутність вихідних енергетичних фільтрів, забезпечуючи при цьому великий частотний діапазон (включаючи нізькі та інфранизькі частоти).

При дослідженні перетворювальної системи з багаторазовою модуляцією особливе значення має розгляд комутаційної функції (2).

Якщо складові комутаційної функції $Q(t)$ задовольняють умовам Діріхле, вони можуть бути апроксимовані кусково-постійною функцією за критерієм мінімуму квадратичного відхилення та представлені тригонометричним рядом Фур'є.

Для випадку симетрії третього роду маємо

$$\bar{F}(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \sum_{i=1}^{N} (g_i \cos(2n-1)\gamma_i) \right] \times \cos(2n-1)\omega t;$$

$$\bar{f}(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \sum_{i=1}^{M} (g'_i \cos(2n-1)\gamma'_i) \right] \times \cos(2n-1)\Omega t,$$

де g_i, γ_i – амплітудні та кутові параметри апроксимації.

Скористаємось формулою Ейлера та перетворимо тригонометричний ряд Фур'є в комплексну форму. Тоді вираз для комутаційної функції набуде вигляду

$$\bar{Q}(t)=\frac{\sum_{n=1}^{\infty}C_{(2n-1)}e^{i(2n-1)\omega t}}{\sum_{n=1}^{\infty}C_{(2n-1)}e^{j(2n-1)\Omega t}}=C'_{(2n-1)}e^{i(2n-1)\omega t}e^{j(2n-1)\Omega t}, \qquad (7)$$

де i, j – різні уявні одиниці, що відповідають різним частотам ω та Ω.

Таким чином, комутаційна функція в загальному вигляді представлена добутком як мінімум двох різних за частотою функцій:

$$Q(t)=a(\omega t)\times b(\Omega t). \qquad (8)$$

Ці міркування наочно ілюструють серйозні ускладнення, що виникають при використанні традиційних методів аналітичного дослідження стосовно перетворювальних систем з багаторазовою модуляцією.

Як математичний апарат для дослідження таких систем може бути використаний апарат гіперкомплексного числення, який дає змогу з єдиних методологічних позицій розглядати технічні системи з багаторазовою модуляцією.

Гіперкомплексні числові системи (ГЧС) є узагальненням поняття числової системи [4, 5]. Вихідною числовою системою для узагальнення є відома система комплексних чисел. Таке узагальнення може здійснюватися принаймні в двох напрямках:

- за допомогою рекурентної процедури подвоєння системи комплексних чисел;
- за допомогою аксіоматичного визначення ГЧС.

Таким чином, можуть бути отримані ГЧС різних розмірностей з різними властивостями, що обумовлено можливістю присвоєння різних значень добуткам уявних одиниць.

Гіперкомплексною числовою системою розмірності n називається множина чисел виду $x=x_1+\sum_{j=2}^{n}x_j i_j$, де $x_j\in R$, $j=\overline{1,n}$; i_j, $j=\overline{1,n}$ – символ, для якого задано закон композиції: $i_k i_e=\gamma_{ke}^{-1}+\sum_{j=2}^{n}\gamma_{ke}^{j}i_j$, де $k,e=\overline{1,n}$; γ_{ke}^{j} – структурні константи.

Залежно від співвідношення між структурними константами ГЧС може бути комутативною: $\gamma_{ke}^{j}=\gamma_{ek}^{j}$, тобто структурні константи симетричні відносно головної діагоналі таблиці закону композиції.

Якщо $\sum_{m=1}^{n}\gamma_{ke}^{m}\gamma_{mi}^{p}=\sum_{m=1}^{n}\gamma_{ei}^{m}\gamma_{km}^{p}$, то ГЧС є асоціативною.

При цьому комутативність та асоціативність поширюються як на уявні одиниці, так і на будь-які числа ГЧС. Прикладом є система комплексних чисел – комутативно-асоціативна система без дільників нуля з законом композиції, що наведено в табл. 1.

Розглянемо більш детально вираз для комутаційної функції (7), який приводить до вигляду

$$Ce^{i\alpha}e^{j\beta}=C(\cos\alpha+i\sin\beta)(\cos\beta+j\sin\beta)=C\cos\alpha\cos\beta+jC\cos\alpha\sin\beta+$$
$$+iC\sin\alpha\cos\beta+jiC\sin\alpha\sin\beta=a+i_1b+i_2c+i_3d.$$

У результаті отримано гіперкомплексне число четвертого порядку. Однак кількість класів ізоморфізмів ГЧС четвертого порядку досить велика (квадриплексні числа, комплекс Клейна, кватерніони), тому для вибору ГЧС необхідна постановка додаткових умов. Такими умовами явно можуть бути комутативність і асоціативність ГЧС.

Таблиця 1

	1	i
1	1	i
i	i	-1

У цьому випадку ГЧС зводиться до системи квадриплексних чисел – комутативної системи з одиничним базисним елементом та трьома уявними одиницями [4], закон композиції якої наведено в табл. 2.

Таблиця 2

	1	i_1	i_2	i_3
1	1	i_1	i_2	i_3
i_1	i_1	-1	i_3	$-i_2$
i_2	i_2	i_3	-1	i_1
i_3	i_3	$-i_2$	i_1	$+1$

Зауважимо, що i_1, i_2 – уявні одиниці, для яких $i_1^2 = i_2^2 = -1$, однак $i_1 \neq \pm i_2$, а $i_3 = i_1 \cdot i_2$, причому $i_3^2 = 1$, $i_3 \neq \pm 1$. Квадриплексні числа можуть бути отримані комутативним подвоєнням поля комплексних чисел комплексними числами (у подальшому квадриплексні числа позначимо двома точками зверху).

Розглянемо основні операції над квадриплексними числами.

Операція додавання та віднімання квадриплексних чисел визначається виразом

$$\sum_{n=1}^{N} \ddot{C}_n = \sum_{n=1}^{N} a_n + i_1 \sum_{n=1}^{N} b_n + i_2 \sum_{n=1}^{N} c_n + i_3 \sum_{n=1}^{N} d_n \,.$$

Операція множення будується на основі таблиці закону композиції:

$$\begin{aligned}&(a_0 + a_1 i_1 + a_2 i_2 + a_3 i_3) \times (b_0 + b_1 i_1 + b_2 i_2 + b_3 i_3) = \\ &= (a_0 b_0 - a_1 b_1 - a_2 b_2 + a_3 b_3) + (a_0 b_1 + a_1 b_0 + a_2 b_3 + a_3 b_2) i_1 + \\ &+ (a_0 b_2 + a_2 b_0 - a_1 b_3 - a_3 b_1) i_2 + (a_0 b_3 + a_3 b_0 + a_1 b_2 + a_2 b_1) i_3,\end{aligned}$$

або

$$\prod_{n=1}^{N} \ddot{C}_n = \left[\prod_{n=1}^{N} C_n\right] \times \exp\left[i_1 \sum_{n=1}^{N} \alpha_n + i_2 \sum_{n=1}^{N} \beta_n + i_3 \sum_{n=1}^{N} \gamma_n\right].$$

У системі квадриплексних чисел вводяться три види сполучень:

$$\ddot{C}^{(1)} = a_0 + a_1 i_1 - a_2 i_2 - a_3 i_3; \quad \ddot{C}^{(2)} = a_0 - a_1 i_1 + a_2 i_2 - a_3 i_3; \quad \ddot{C}^{(3)} = a_0 - a_1 i_1 - a_2 i_2 + a_3 i_3.$$

Операція ділення вводиться таким чином:

$$\ddot{C} = \frac{\ddot{C}_1}{\ddot{C}_2} = \frac{a_1 + i_1 b_1 + i_2 c_1 + i_3 d_1}{a_2 + i_1 b_2 + i_2 c_2 + i_3 d_2} = \frac{\ddot{C}_1 \cdot \ddot{C}_1^{(3)} (C_2^2 - i_3 \delta)}{C_2^4 - 2\delta},$$

де $\delta = a_2 d_2 - b_2 c_2$; $\ddot{C}_2^{(3)} = a_2 - i_1 b_2 - i_2 c_2 + i_3 d_2$ – повністю сполучене число;

$C_2 = \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2 + d_2^2}$ – модуль квадриплексного числа $\ddot{C}_2$.

Ділення неможливе на нуль і його дільники, котрі мають вигляд $a_0 + a_1 i_1 \pm a_1 i_2 \mp a_0 i_3$.

Таким чином, тільки за умови $ad = bc$ квадриплексне число описує гіпергармонічну функцію. Тоді операція набуває вигляду, схожого на операцію ділення комплексних чисел:

$$\ddot{C} = \frac{\ddot{C}_1}{\ddot{C}_2} = \frac{\ddot{C}_1 \cdot \ddot{C}_2^{(3)}}{C_2^2}\,.$$

У загальному випадку $ad \neq bc$ і квадриплексне число описують суму двох гіпергармонічних функцій однієї квадриплексної частоти. Це обумовлено тим, що сума будь-якого числа гіпергармонічних функцій у загальному випадку аналітично приводиться принаймні до суми двох гіпергармонічних функцій:

$$\ddot{C} = \ddot{C}_1 + \ddot{C}_2 = (a_1 + i_1 b_1 + i_2 c_1 + i_3 d_1) + (a_2 + i_1 b_2 + i_2 c_2 + i_3 d_2) = a + i_1 b + i_2 c + i_3 d,$$

де $a = a_1 + a_2$; $b = b_1 + b_2$; $c = c_1 + c_2$; $d = d_1 + d_2$; $a_1 d_1 = b_1 c_1$; $a_2 d_2 = b_2 c_2$.

Розглянемо застосування методу квадриплексного числення до дослідження мультиопераційних перетворювальних систем з багаторазовою модуляцією.

Отже, здійснивши комплексне перетворення для складових функцій рівняння (8), отримаємо:

$$\left.\begin{aligned} a(t) &= \dot{A}_m = a_m\cos\alpha_m + ia_m\sin\alpha_m \\ b(t) &= \dot{B}_k = a_k\cos\beta_k + ia_k\sin\beta_k \end{aligned}\right\}, \tag{9}$$

де m, k – номери гармонік для Ω та ω,

$$\begin{aligned} a_m\sin\alpha_m &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a(\varphi/\Omega)\cos(m\varphi)d\varphi; \\ a_m\cos\alpha_m &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a(\varphi/\Omega)\sin(m\varphi)d\varphi; \\ b_k\sin\beta_k &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} b(\lambda/\omega)\cos(k\lambda)d\lambda; \\ b_k\cos\beta_k &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} b(\lambda/\omega)\sin(k\lambda)d\lambda, \end{aligned} \tag{10}$$

де $\varphi = \Omega t$, $\lambda = \omega t$.

Підставимо (10) в (9) та після множення $\dot{A}_m$ та $\dot{B}_k$ з урахуванням формули Ейлера отримаємо інтегральне перетворення – квадриплексне:

$$\ddot{Q}_{mk} = \dot{A}_m\,\dot{B}_k = ij\frac{1}{\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} a(\varphi/\Omega)\times b(\lambda/\omega)e^{-im\varphi}e^{-jk\lambda}d\varphi d\lambda. \tag{11}$$

Отримане перетворення є прямим квадриплексним перетворенням. Зворотне квадриплексне перетворення введемо таким чином:

$$Q(t) = Q(\varphi/\Omega, \lambda/\omega) = \frac{1}{4ij}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\ddot{Q}_{mk}\, e^{im\varphi}e^{jk\lambda}. \tag{12}$$

З урахуванням (11) отримаємо повне квадриплексне перетворення в інтегральній формі:

$$Q(t) = \frac{1}{4\pi^2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi+jk\lambda}\times\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} a(\varphi/\Omega)b(\lambda/\omega)e^{-(im\varphi+jk\lambda)}d\varphi d\lambda. \tag{13}$$

Квадриплексне перетворення можемо позначати оператором $\Gamma_{m,k}\left[Q(t)\right] = \ddot{Q}_{m,k}$, або $\ddot{Q}_{m,k} \doteqdot Q(t)$, тобто вводиться поняття оригіналу та зображення функції. Деякі квадриплексні зображення функцій, отримані відповідно до (11), наведені в табл. 3.

Таблиця 3

Оригінал	Зображення
C – const	$4Cij;\ m = k = 0$ $0;\ m \neq 0;\ k \neq 0$
$C \cdot sin(\omega t + \beta)$	$2Cie^{j\beta};\ m = 0;\ k = 1$ $0;\ m \neq 0;\ k \neq 1$
$C \cdot \sin(\Omega t + \alpha)$	$2Cje^{i\alpha};\ m = 1, k = 0$ $0;\ m \neq 1; k \neq 0$
$C \cdot sin(\Omega t + \alpha)sin(\omega t + \beta)$	$Ce^{i\alpha}e^{j\beta}; m = k = 1$ $0;\ m \neq 1,\ k \neq 1$
$\sum_{n=1}^{N} C_n \cdot sin(a_n\Omega t + \alpha_n)\times$ $\times sin(b_n\omega t + \beta_n)$, де a_n, b_n - - цілі числа	$\sum_{n=1}^{N} C_n e^{i\alpha_n}e^{j\beta_n};\ m = a_n,\ k = b_n$ $0;\ m \neq a_n,\ k \neq b_n$

Зображення $Ae^{i\alpha}e^{j\beta}$ назвемо квадриплексною амплітудою гіпергармонічної функції $A\sin(\Omega t + \alpha)\sin(\omega t + \beta)$, а величину $i\Omega + j\omega$ – квадриплексною частотою. Роль цих величин при дослідженні систем з багаторазовою модуляцією аналогічна ролі комплексної амплітуди та частоти при розрахунку електричних ланцюгів з гармонічними напругами та струмами.

Аналогічні поняття вводяться і для m , k – гіпергармонічних складових функції $Q(t)$.

Висновки. 1. Запропонований метод квадриплексного числення може широко застосовуватись при дослідженні мультиопераційних структурно-інваріантних перетворювальних систем з багаторазовою модуляцією, причому на макроструктурному рівні.

2. Експериментальна перевірка структурно-інваріантної ПС з багаторазовою модуляцією у складі прецизійної СЕЖ показала високу ефективність її використання при забезпеченні багатофункціональності та оперативності управління.

1. *Алиев Р.А.* Принцип инвариантности и его применение для проектирования промышленных систем управления. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 128 с.
2. *Кантор И.Л., Солодовников А.С.* Гиперкомплексные числа. – М.: Наука, 1973. – 144 с.
3. *Менский Б.М.* Принцип инвариантности в автоматическом регулировании и управлении. – М.: Машиностроение, 1972. – 248 с.
4. *Онищенко С.М.* Применение гиперкомплексных чисел в теории инерциальной навигации. – К.: Наук. думка, 1983. – 208 с.
5. *Павлов В.В.* Инвариантность и автономность нелинейных систем управления. – К.: Наук. думка, 1971. – 271 с.
6. *Смирнов В.С.* Принципы построения структурно-инвариантных полупроводниковых преобразователей автономных систем электроснабжения // Вестник ХГПУ. – 1999. – Вып. 37. – С. 126–134.
7. *Самков О.В., Смирнов В.С., Штіфзон О.Й., Любицький С.В., Лізанець В.В.* Принципи побудови інваріантних підсилювально-перетворювальних систем з прогнозуванням для апаратних засобів автономних об'єктів // Пр. Ін-ту електродинаміки НАН України: Зб. наук. пр. – К.: ІЕД НАНУ, 2017. – Вип. 46. – С. 84–93.

УДК 621.314
В.С. Смирнов[1], докт. техн. наук, **А.В. Самков**[2], докт. техн. наук, **О.И. Штифзон**[3], **С.В. Любицкий**[4], **В.В. Лизанец**[5], канд. техн. наук
1, 3, 4 – Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт им. И. Сикорского»,
пр. Победы, 37, Киев, 03056, Украина
2 – Институт электродинамики НАН Украины,
пр. Победы, 56, Киев, 03057, Украина
5 – Свалявский технический колледж НУХТ, Свалява

Теоретические основы организации инвариантных преобразовательных систем автономных объектов

Рассмотрено развитие теории построения инвариантных преобразовательных систем с многократной модуляцией. На основе теоретических исследований сформулировано положение о структурной инвариантности преобразовательных систем. Предложены положения гиперкомплексного анализа преобразовательных систем с многократной модуляцией, разработано положение квадриплексного преобразования. Обоснованы принципы организации и алгоритмы управления многофункциональными преобразователями с многократной модуляцией. Библ. 7, рис. 4, табл. 3.

Ключевые слова: многоразовая модуляция, автономный объект, гиперкомплексные числовые системы, теория инвариантности, квадрикомплексное преобразование.

V.S. Smirnov, A.V. Samkov, O.I. Shtifzon, S.V. Lyubitskyi, V.V. Lizanets
1, 3, 4 – National technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute",
Peremohy, 37, Kyiv, 03056, Ukraine
2 – Institute of Electrodynamics of the National Akademy of Sciences of Ukraine,
Peremohy, 56, Kyiv, 03057, Ukraine
5 – Technical college, Svalyava

Theoretical foundations of the organization of invariant conversion systems of stand-alone objects

A development of the theory of invariant conversion system construction with a multiple modulation was considered. Based on the theoretical studies, a provision on the structural invariance of conversion systems was represented. The positions of a hypercomplex analysis of conversion systems with a multiple modulation are proposed. A position of quadruplex transformation was developed. The principles of organization and control algorithms of multi-functional converters with multiple modulation were substantiated. References 7, figures 4, tables 3.

Key words: multiple modulation, stand-alone object, hypercomplex number systems, invariant theory, quadruplex transformation.

Надійшла 8.06.2017
Received 8.06.2017