

## МЕТРОЛОГІЯ ТА ВИМІРЮВАЛЬНА ТЕХНІКА

УДК 621.317

### АНАЛІЗ ПРОЦЕСУ ФОРМУВАННЯ СИНУСОЇДИ ІЗ СИГНАЛІВ ПРЯМОКУТНОЇ ФОРМИ НА ОСНОВІ ПРИНЦИПУ СУПЕРПОЗИЦІЇ

Ю.Ф. Тесик, докт. техн. наук, Р.М. Мороз

Інститут електродинаміки НАН України,  
пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03057, Україна  
e-mail: luckyposhta@gmail.com

*Досліджено метод формування синусоїди з групи сигналів прямокутної форми на основі принципу суперпозиції. Розкрито теоретичні питання формування синусоїдальної напруги і методику дослідження. Створено математичну модель сигналу. Здійснено порівняння результатів теоретичних досліджень з результатами комп'ютерного моделювання. За результатами досліджень надано рекомендації щодо формування синусоїдального сигналу і вибору оптимальної кількості сигналів прямокутної форми. Обґрунтовано використання зазначеного методу в метрології. Бібл. 5, рис. 8.*

**Ключові слова:** відтворення, метрологічне забезпечення, електроенергія, моделювання, імпульсне перетворення енергії, синусоїдальні сигнали.

**Вступ.** Імпульсні перетворювачі напруги широко використовуються для побудови вторинних джерел та систем живлення в промисловості, транспортних засобах і побуті. Силові перетворювачі напруги – інвертори перетворюють постійний струм у змінний, але форма сигналу залишається далекою від синусоїдальної.

Силова схема інверторів виконана на ключах-транзисторах (S1...S4), які можуть знаходитися тільки в одному з двох станів: «ввімкнено»/«вимкнено» (ключ відкритий, ключ закритий) та створювати мостову перетворювальну комірку (рис. 1). Форма вихідної напруги – прямокутна.

Для багатьох видів навантаження така форма є допустимою, але не для всіх. Певна кількість споживачів потребує синусоїдальної форми напруги з чітко визначеними інформативними параметрами. Особливо гостро проблема створення синусоїдальних сигналів постає в метрології. Близьку до синусоїдальної напруги з малим значенням коефіцієнта гармонік може бути сформовано за допомогою різного виду імпульсної модуляції. В основі створення інверторів лежать процеси імпульсної модуляції напруги і подальшої її фільтрації.

У [1, 2] згадується метод отримання ступінчастої напруги від декількох послідовно з'єднаних інверторів [5], які мають на виході прямокутні напруги різних, але кратних частот. Якщо основний інвертор (I) дає прямокутну напругу амплітудою  $E$  з частотою  $f$ , а додаткові (II, n) – прямокутні напруги з амплітудами  $E/3, E/5, \dots$ , частотами  $3f, 5f, \dots$ , (рис. 2), то складанням цих напруг можливо досягти значного наближення форми сигналу напруги на навантаженні  $Z_L$  до синусоїдального з заданою точністю. Таке виконання інвертора дає змогу зменшити масу й габарити.

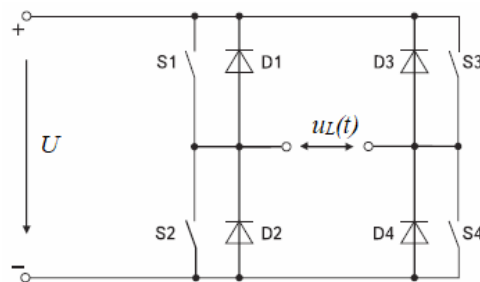


Рис. 1

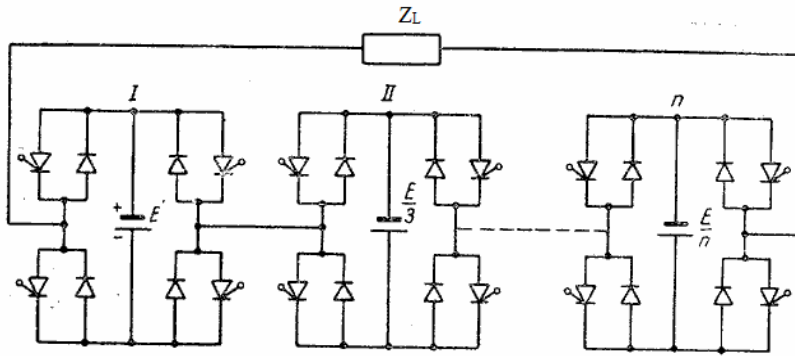


Рис. 2

Вважається [2], що застосування декількох інверторів значно ускладнює схему, потребує схем синхронізації управління окремими інверторами і, як наслідок, може призвести до збоїв у роботі та недоцільне для застосування в силовій техніці [1].

На сьогоднішній день інтенсивний розвиток цифро-

вої електроніки, схем управління та узгодження, що реалізовані в різноманітних інтегральних мікросхемах, широка номенклатура польових транзисторів, що є значимою альтернативою тиристорам, спрощує побудову силових вихідних каскадів. Це дає змогу створити перетворювач сигналів з цифровим управлінням та застосувати його не тільки в силовій техніці, а і в метрології, де потрібні точність, стабільність та синусоїдальність тестових сигналів.

**Мета та завдання.** За допомогою сучасних методів комп'ютерного моделювання довести теоретично, що запропонований метод складання сигналів прямокутної форми за своєю суттю спрямований на виключення вищих гармонік, починаючи з найближчої до основної, тобто націлений на відтворення синусоїдального сигналу і дає змогу отримати напругу з наперед заданими інформативними параметрами і точністю та показати його перспективність для застосування в метрології і на основі проведених теоретичних досліджень дати рекомендації щодо оптимального формування тестових сигналів.

**Матеріали та результати дослідження.** Дослідження синусоїдальних сигналів, одержаних на основі принципу суперпозиції з прямокутних сигналів, базується на методиці, в основі якої лежить розкладання складних періодичних сигналів  $u_1(t), \dots, u_n(t)$  прямокутної форми (рис. 3) в ряд Фур'є [3], а також на застосуванні моделі, створеної на основі схемного симулятора NI Multisim.

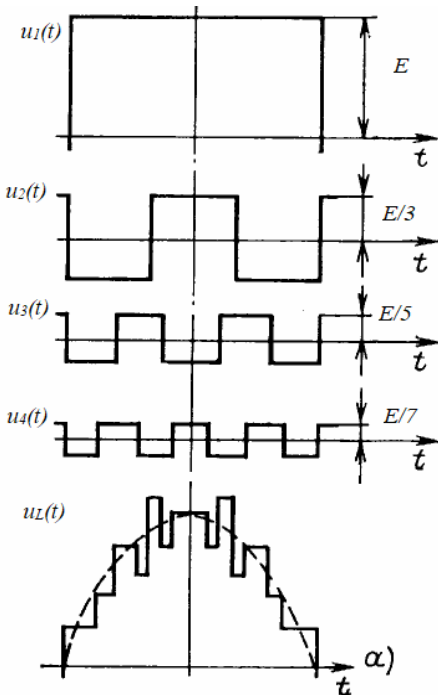


Рис. 3

Опустивши математичні перетворення, маємо розкладання в ряд для прямокутних періодичних сигналів  $u_1(t), \dots, u_n(t)$  відповідних частот:

$$u_1(t) = \frac{4E}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin k\omega t}{k}; \tag{1}$$

$$u_2(t) = \frac{4E}{3\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin k3\omega t}{k}; \tag{2}$$

$$u_3(t) = \frac{4E}{5\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin k5\omega t}{k}; \tag{3}$$

$$u_4(t) = \frac{4E}{7\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin k7\omega t}{k} \dots, \tag{4}$$

де  $k=1,3,5,\dots$ ,  $\omega = 2\pi f$  – кутова частота.

Не важко помітити, що перші гармоніки додаткових прямокутних сигналів з кратними частотами до сигналу основної частоти співпадають за амплітудою, кутом зсуву фаз і частотою з гармоніками прямокутного сигналу основної частоти:

$$u_1(t) = \frac{4E}{\pi} \sin \omega t + \frac{4E}{3\pi} \sin 3\omega t + \frac{4E}{5\pi} \sin 5\omega t + \frac{4E}{7\pi} \sin 7\omega t + \frac{4E}{9\pi} \sin 9\omega t + \frac{4E}{11\pi} \sin 11\omega t \dots \tag{5}$$

Підсумовуючи розкладання сигналів у ряд зі зворотним знаком, з метою виключення зі спектра вищих гармонік (рис. 3), отримуємо математичну модель вихідного сигналу  $u_L(t)$  на навантаженні:

$$u_L(t) = \frac{4E}{\pi} \sin \omega t + \frac{4E}{\pi} \sum_{k=3}^{\infty} \frac{\sin k\omega t}{k} - \frac{4E}{3\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin k3\omega t}{k} - \frac{4E}{5\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin k5\omega t}{k} - \frac{4E}{7\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin k7\omega t}{k} \dots \quad (6)$$

Проаналізувавши кожну складову формули (6), можна побачити, що вводити прямокутні сигнали частотою, рівною квадрату попередньої складової (наприклад 9-ї), не потрібно, так як вона вже попередньо вирахована і є складовою меандра з частотою, кратною трьом до основної, а складові з частотами, рівними добутку попередніх (наприклад 15-ї), потрібно не віднімати, а додавати, оскільки ця гармоніка вже вирахована двічі меандрами з частотою кратних третій та п'ятій від основної.

Синусоїдальність вихідної напруги, тобто наближення її форми до синусоїдальної, прийнято характеризувати перш за все коефіцієнтом гармонік  $K_{gr}$ , що визначається як відношення діючого значення вищих гармонік до діючого значення першої (основної) гармоніки:

$$K_{gr} = \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^n U_{iRMS}^2}}{U_{1RMS}} \cdot 100\%, \quad (7)$$

де  $U_{1RMS}$  – діюче (середньоквадратичне) значення (СКЗ) напруги першої гармоніки;  $U_{iRMS}$  – діюче значення напруги  $i$ -ї гармоніки;  $n$  – номер кінцевої гармоніки.

Згідно з ГОСТ 13109-97 можна не враховувати гармонічні складові, значення яких менше 0,1 %, та обмежитись  $n = 40$ .

Таким чином, необхідно розрахувати коефіцієнт гармонік  $K_{gr}$  для різної кількості меандрів у суперпозиції, щоб знайти оптимальну їх кількість при формуванні синусоїдального сигналу та оцінити рівень спотворень. Критерієм оптимальності буде слугувати найменше значення коефіцієнта гармонік з мінімальною кількістю  $N$  меандрів.

Спочатку потрібно порахувати СКЗ кожної гармонічної складової сигналу  $u_L(t)$  з (6), що лишилися не компенсовані в кожному випадку, і підставити в формулу (7). Почнемо з випадку, коли використано три меандри. Для будь-якої неперервної функції  $U(t)$  в інтервалі  $T_1 \dots T_2$  середньоквадратичне значення можна розрахувати за формулою

$$U_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} (U(t))^2 dt}. \quad (8)$$

З використанням формули (7) запишемо вирази середньоквадратичного значення гармонік  $U_{1RMS}$ ,  $U_{2RMS}$ ,  $U_{3RMS}$ , ... та розрахуємо їх для функцій на періоді  $0-2\pi$ . Позначення гармонік у порядку підсумовування в формулі (6), оскільки парні гармоніки в сигналі відсутні.

Для випадку сигналу, отриманого за умови суперпозиції трьох меандрів  $u_{L3}(t)$ , форма сигналу матиме вигляд

$$u_{L3}(t) = \frac{4E}{\pi} \sin \omega t + \frac{4E}{7\pi} \sin 7\omega t + \frac{4E}{11\pi} \sin 11\omega t + \frac{4E}{13\pi} \sin 13\omega t + \frac{4E}{17\pi} \sin 17\omega t \dots \quad (9)$$

СКЗ для основної та наступних гармонік сигналу має вигляд

$$U_{1RMS} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{4E}{\pi} \sin(\omega t)\right)^2 dt} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} E; \quad (10)$$

$$U_{2RMS} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{4E}{7\pi} \sin(7\omega t)\right)^2 dt} = \frac{2\sqrt{2}}{7\pi} E; \quad (11)$$

$$U_{3RMS} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{4E}{11\pi} \sin(11\omega t)\right)^2 dt} = \frac{2\sqrt{2}}{11\pi} E; \quad (12)$$

$$U_{4RMS} = \frac{2\sqrt{2}}{13\pi} E; \quad (13)$$

$$U_{5RMS} = \frac{2\sqrt{2}}{15\pi} E \dots \quad (14)$$

За аналогією з (9)...(14) знаходимо СКЗ інших гармонік, що є складовими в (9). Обчислимо коефіцієнт гармонік  $K_{gr3}$  для сигналу за умови суперпозиції трьох меандрів. Підставивши в (7) отримані СКЗ, маємо

$$K_{gr3} = \frac{\pi \sqrt{8 \left( \frac{E}{7\pi} \right)^2 + 8 \left( \frac{E}{11\pi} \right)^2 + 8 \left( \frac{E}{13\pi} \right)^2 + 8 \left( \frac{E}{15\pi} \right)^2 + \dots}}{2\sqrt{2}E} \cdot 100\% = 22,98\%. \quad (15)$$

N	Меандри, кратні до основної частоти	$K_{gr}$ , %	$K_{grs}$ , %
3	1,3,5	22,98	22,16
4	1,3,5,7	18,9	18,58
5	1,3,5,7,11	16,57	15,98
6	1,3,5,7,11,13	17,43	16,4
7	1,3,5,7,11,13,15	15,33	14,7
8	1,3,5,7,11,13,15,17	14,9	17,6
9	1,3,5,7,11,13,15,17,19	12,4	19,3

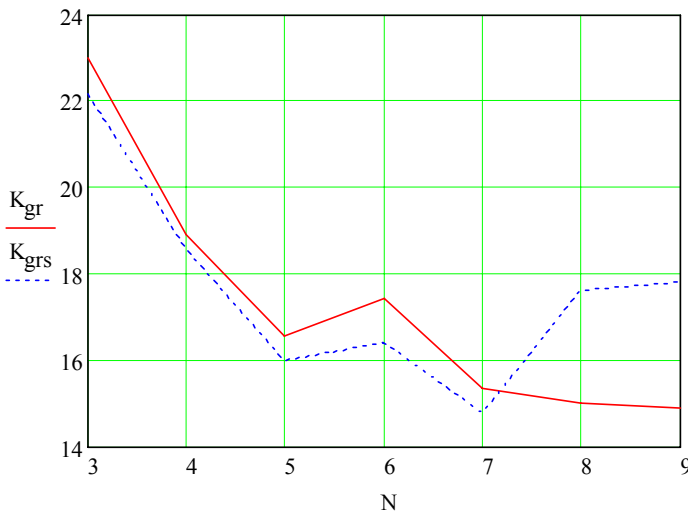


Рис. 4

ти –  $g_1$ , джерел однополярних прямокутних сигналів з відповідними частотами, кратними основній –  $g_3 \dots g_{15}$ , для отримання двополярного сигналу введено відповідні джерела постійної напруги, рівень якої дорівнює половині амплітуди меандрів. Сигнал формується на навантажувальному резисторі  $Z_L$ , до якого підключено аналізатор гармонік та осцилограф. За допомогою аналізатора гармонік було отримано значення коефіцієнта гармонік  $K_{grs}$  для випадків ввімкнення від 3 до 9 джерел меандрів (рис. 4).

З рис. 4 видно, що результати теоретичних розрахунків майже повністю співпадають з результатами моделювання в схемному симуляторі, деяке відхилення обумовлено обмеженою кількістю складових у розкладанні та розрахунках.

Спираючись на отримані результати (табл. 1), сім є оптимальною кількістю меандрів для формування напруги, при цьому, як зазначалось, не використовується меандр з частотою дев'ятої гармоніки, а джерело з частотою коливань, кратною 15, додається до основного.

З використанням математичної моделі сигналу (6) розраховано вихідний сигнал інвертора за допомогою мате-матичного редактора MathCad (рис. 6) та змодельовано (рис. 7) в схемному симуляторі NI Multisim. Результати, показані на рисунках, підтверджують

Подібним чином розраховано коефіцієнт гармонік  $K_{gr}$  і отримано коефіцієнт гармонік  $K_{grs}$  у схемному симуляторі для випадків до дев'яти меандрів. Результати наведено в таблиці.

За результатами розрахунків побудовано графік залежності коефіцієнта гармонік  $K_{gr}$  вихідного сигналу (суцільна лінія на рис. 4) та відображено залежність коефіцієнта гармонік  $K_{grs}$ , отриманого в схемному симуляторі NI Multisim (перервна лінія) від кількості підсумованих сигналів прямокутної форми в суперпозиції N.

Для підтвердження теоретичних розрахунків та дослідження було змодельовано еквівалентну схему інвертора в NI Multisim (рис. 5), яка складається з однополярного джерела прямокутного сигналу основної частоти

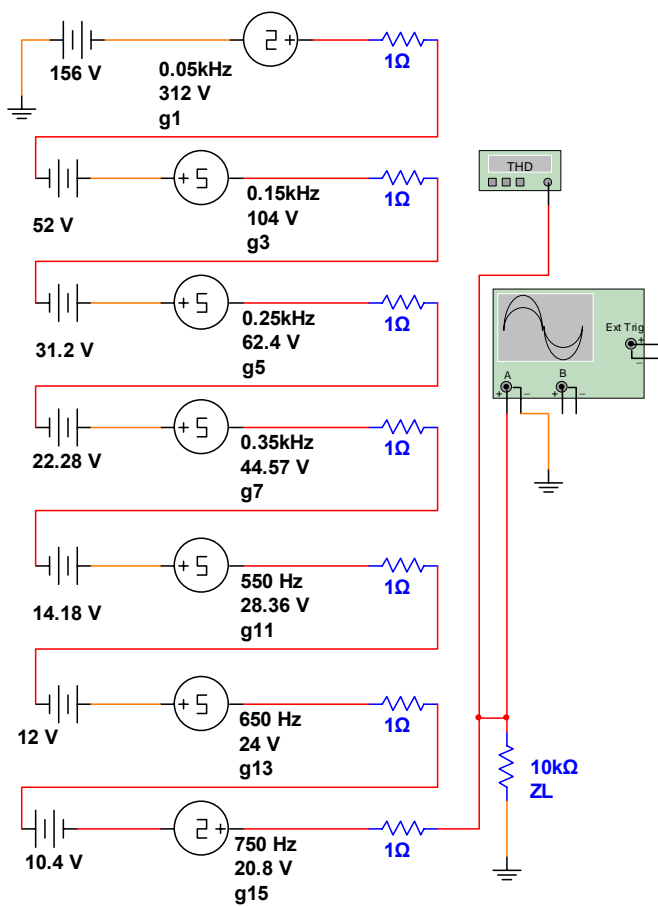


Рис. 5

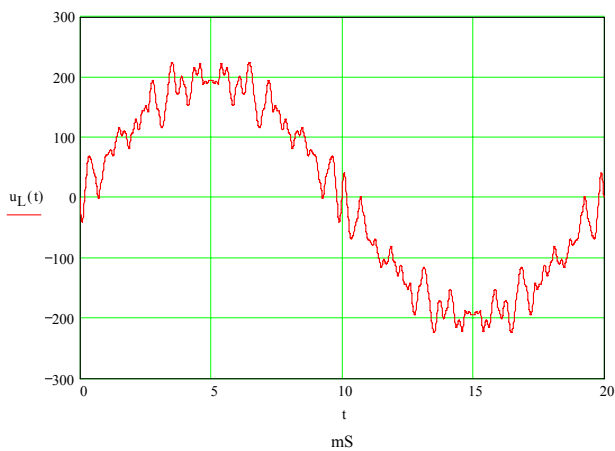


Рис. 6

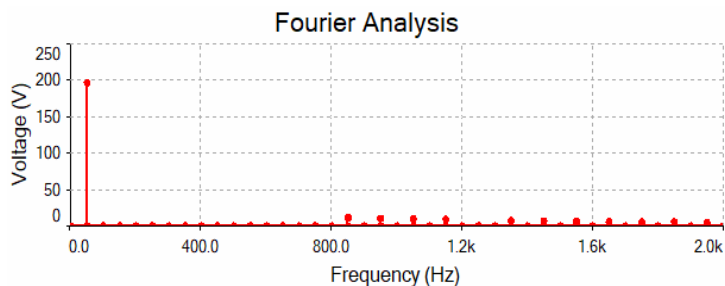


Рис. 8

правильність теоретичних викладок. Проте, як видно з рис. 4, 6, 7, отриманий сигнал має ще значний коефіцієнт спотворень.

З використанням математичної моделі сигналу (6) розраховано вихідний сигнал інвертора за допомогою математичного редактора MathCad (рис. 6) та змодельовано (рис. 7) в схемному симуляторі NI Multisim. Результати, показані на рисунках, підтверджують правильність теоретичних викладок. Проте, як видно з рис. 4, 6, 7, отриманий сигнал має ще значний коефіцієнт спотворень.

Для зниження рівня гармонік  $K_{gr}$  до потрібного значення необхідно застосувати фільтр, який, спираючись на наведені розрахунки, має подавити гармоніки, починаючи з 17-ї. Фур'є аналіз сигналу на виході схеми (рис. 5), проведений у симуляторі, це підтверджує (рис. 8).

Оскільки сигнал містить тільки гармоніки вищих порядків, достатньо буде застосувати нескладний LC фільтр. Наприклад, фільтр з частотою зрізу 500 Гц зменшує коефіцієнт гармонік з 15

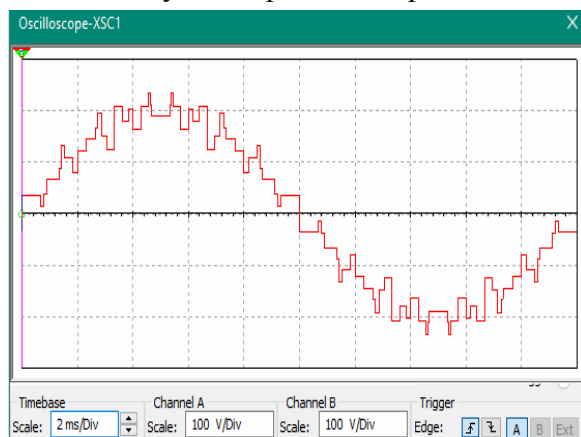


Рис. 7

до 0,6 %, що вже є прийнятним для формування тестових сигналів, призначених для перевірки засобів обліку електроенергії [4]. Для узгодження з різноманітними навантаженнями можливо підібрати та розрахувати інші фільтри, які достатньо докладно розглянуто в [1].

**Висновки.** Проведені дослідження математичної моделі, яка

описує синусоїдальний сигнал, сформований з групи меандрів на основі принципу суперпозиції, показали доцільність застосування вказаного методу для створення інвертора, який використовується для відтворення тестових сигналів. Запровадження такого методу для ство-

рення портативних метрологічних установок дасть змогу оснастити ними українські центри стандартизації й метрології за доступною ціною та зменшить їх дефіцит.

1. Моин В.С. Стабилизированные транзисторные преобразователи. – М.: Энергоатомиздат, 1986.
2. Тонкаль В.Е., Липковский К.А., Мельничук Л.П. Способы улучшения качества выходного напряжения автономных инверторов. – Киев, 1972. – 93 с. (Препринт-49/ИЭД АН УССР).
3. Осипов Ю.М. Частотный и временной анализ стационарных и переходных характеристик линейных электрических цепей / Уч. пособ. по курсам электротехники и ТОЭ. Ч. 2. – СПб: СПбГИТМО (ТУ), 2002 – 99 с.
4. ГОСТ 26035-83. Счетчики электрической энергии переменного тока электронные. Общие технические условия. – М.: Изд-во стандартов, – 1998.
5. А.с. 173306 СССР. Преобразователь постоянного тока в переменный / В.Е. Скороваров. – Опубл. 21.07.1965. Бюл. №15.

УДК 621.317

**Ю.Ф. Тесик**, докт. техн. наук, **Р.Н. Мороз**

Институт электродинамики НАН Украины,  
пр. Победы, 56, Киев-57, 03057, Украина

**Анализ процесса формирования синусоиды из сигналов прямоугольной формы на основе принципа суперпозиции**

*Исследован метод формирования синусоиды из группы сигналов прямоугольной формы на основе принципа суперпозиции. Раскрыты теоретические вопросы формирования синусоидального напряжения и методика исследования. Создана математическая модель сигнала. Проведено сравнение результатов теоретических исследований с результатами компьютерного моделирования. По результатам исследований даны рекомендации по формированию синусоидального сигнала и выбору оптимального количества сигналов прямоугольной формы. Обосновано использование указанного метода в метрологии. Библ. 5, рис. 8.*

**Ключевые слова:** воспроизведение, метрологическое обеспечение, электроэнергия, моделирование, импульсное преобразование энергии, синусоидальные сигналы.

**Yu.F. Tesyk, R.N. Moroz**

Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,  
Peremohy, 56, Kyiv-57, 03057, Ukraine

**Sinewave signal formation process analysis based on superposition of rectangular signals**

*The method of forming a sinusoid from a group of signals of a rectangular shape on the basis of the superposition principle is investigated. Theoretical questions of sinusoidal voltage formation and research technique are revealed. A mathematical model of the signal was created. The results of theoretical studies and the results of computer simulation are compared. According to the results of the research, recommendations on the formation of a sinusoidal signal and the choice of the optimal number of signals of a rectangular shape are given. The use of this method in metrology is justified. References 5, figures 8.*

**Key words:** reproduction, metrological equipment, electric power, simulation, impulse energy conversion, sinusoidal signals.

Надійшла 30.08.2017

Received 30.08.2017

УДК 621.317.39: 681.586.772

## **ЕМКОСТНЫЙ ДАТЧИК УСИЛИЙ В СТЯЖНЫХ ПРИЗМАХ СТАТОРА ТУРБОГЕНЕРАТОРА С КОМПЕНСАЦИЕЙ ПОГРЕШНОСТИ ОТ ПЕРЕКОСА ЭЛЕКТРОДОВ**

**А.С. Левицкий**, докт. техн. наук, **А.И. Новик**, докт. техн. наук, **Е.А. Зайцев**, канд. техн. наук

Институт электродинамики НАН Украины,  
пр. Победы, 56, Киев-57, 03057, Украина

e-mail: [zaitsev@i.ua](mailto:zaitsev@i.ua)

*Рассмотрен способ существенного уменьшения погрешности измерения усилий в стяжных призмах турбогенератора с использованием упругого элемента и емкостного датчика с переменным зазором. Проанализиро-*