

чения элемента в соответствии с коэффициентом Пуассона. Рассчитана относительная погрешность, обусловленная нелинейностью функции преобразования. Установлены аналитические зависимости информационного сигнала от усилия в упругом элементе для тензорезистивных, емкостных и волоконно-оптических измерителей. Библ. 12, рис. 7.

**Ключевые слова:** турбогенератор, сердечник статора, стяжная призма, усилие, измерения, трубчатый упругий элемент, функция преобразования, погрешность.

**A.S. Levytskyi<sup>1</sup>, I.O. Zaitsev<sup>2</sup>, A.M. Smyrnova<sup>3</sup>**

1, 2 – Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Peremohy, 56, Kyiv-57, 03057, Ukraine

3 – Kyiv national university of trade and economics, Kyoto str., 19, Kyiv, 02156, Ukraine

### **Elastic sensitive element for force transducers of the effort in the powerful turbogenerators stator tightening prisms core**

*Investigated cylindrical elastic sensor element (ESE) of the force primary converter for the powerful turbogenerators stator tightening prisms core. The method of calculation of tubular ESE is proposed, which allows the design effort design gauges from load changes over a wide range. Analytical relations for calculating the dimensions of the ESE element are determined. Conversion function "force - relative longitudinal strain" with the changing cross sectional area of the element in accordance with Poisson's ratio is obtained. The relative error caused by the nonlinearity of the conversion function is calculated. The analytical dependencies of the information signal on the force in the elastic element for strain-resistive, capacitive and fiber-optic meters are established. References 12, figures 7.*

**Key words:** turbogenerator, stator core, tightening prism, effort, cylindrical elastic sensor element, error, measurements, conversion function.

Надійшла 04.12.2017

Received 04.12.2017

УДК 621.365.51

## **ДВУХОБМОТОЧНЫЙ БЕЗЖЕЛЕЗНЫЙ ИНДУКТОР БЕГУЩЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ**

**А.Н. Карлов**, канд. техн. наук, **И.П. Кондратенко**, чл.-корр. НАН Украины, **Р.С. Крищук**, канд. техн. наук, **А.П. Ращепкин**, докт. техн. наук  
Институт электродинамики НАН Украины,  
пр. Победы, 56, Киев, 03057, Украина  
e-mail: [dep7ied@ukr.net](mailto:dep7ied@ukr.net)

Для устранения производственного шума и одностороннего притяжения при термообработке ферромагнитных лент предложено использовать безжелезные трехфазные высокочастотные индукторы бегущего магнитного поля. Для управления равномерностью нагрева полосы различных типоразмеров предложено использовать двухобмоточные индукторы с различными полюсными делениями и регулируемой величиной питающего напряжения каждой обмотки. Для стабилизации положения ленты по центру зазора предложено идентичное исполнение верхнего и нижнего двухобмоточных индукторов, что достигается размещением обеих обмоток в пазах каждого индуктора. Путем переключения питания фаз фазными токами каждой обмотки могут возбуждаться как согласно, так и встречно бегущие поля. Последние используются для компенсации при необходимости большого продольного натяжения ленты. С использованием системы уравнений Максвелла разработаны методы расчета полной комплексной мощности обеих обмоток и определены нормальные и тангенциальные силы, воздействующие на ферромагнитную полосу при ее произвольном асимметричном положении в зазоре. Установлено, что частота тока, при которой обеспечивается стабилизация ленты по оси зазора, зависит от геометрических размеров и электрофизических свойств ленты. Разработан метод расчета распределения тепловыделений и распределения температурного поля по длине и ширине движущейся полосы. Показано использование двухобмоточного индуктора для обеспечения равномерного нагрева ленты различных типоразмеров. Библ. 11, рис. 7.

**Ключевые слова:** линейный индуктор, индуктор бегущего поля, безжелезный индуктор, индукционный нагрев, метод расчета.

**Введение.** Межоперационный отжиг металлических лент в производстве плоского проката является необходимой, многократно повторяющейся технологической операцией. Разработанные индукционные системы для нагрева плоского проката металлов на основе трехфазных линейных индукционных машин [1, 2] успешно применяются в промышленности для термообработки цветных металлов [3, 4]. Основным достоинством индукционного нагрева плоского проката металлов бегущим магнитным полем является отсутствие производственного шума, обусловленного силовым воздействием магнитного поля на нагреваемую ленту и магнитным притяжением индукторов. В бегущем поле интегральное значение силы не зависит от времени, поэтому нет вибрации индукторов, а лента находится в состоянии электродинамической стабилизации по центру зазора.

Одно из основных требований, предъявляемых к такой термообработке, состоит в обеспечении равномерного распределения температурного поля по длине и ширине полосы. В системах индукционного нагрева плоского проката на основе линейных асинхронных машин равномерность нагрева по длине проката обеспечивается постоянством скорости движения полосы в зазоре машины. Равномерность распределения температуры по ширине вследствие явлений поперечного краевого эффекта зависит от соотношения ширины полосы и ширины индуктора, длины полюсного деления, величины магнитного числа Рейнольдса и, следовательно, может быть достигнута лишь для вполне определенного типоразмера полосы [1].

Однако в производственных условиях возникает необходимость осуществлять термообработку плоского проката различных типоразмеров. Поэтому для согласования требуемого соотношения ширины полосы и ширины индуктора предусмотрено регулирование эквивалентной ширины индуктора путем поперечного смещения верхнего статора машины относительно нижнего. Для поддержания необходимой величины магнитного числа Рейнольдса при изменении электропроводности полосы или толщины полосы следует регулировать величину зазора [2]. Это требует перестройки оборудования, а так как длина полюсного деления остается неизменной, то не для каждого типоразмера полосы удастся достичь удовлетворительной равномерности нагрева. Поэтому возникает задача поиска электромагнитных методов управления равномерностью нагрева полосы. Ее предположительно можно решить путем применения двухобмоточных индукторов с разными полюсными делениями и регулируемой величиной питающего напряжения каждой обмотки.

При нагреве в таких системах ферромагнитных лент [5] наблюдается одностороннее притяжение ленты к ферромагнитному сердечнику индуктора, что приводит к механическому повреждению ее поверхности. В связи с этим были рассмотрены и найдены конфигурации высокочастотных безжелезных индукторов в виде токовых контуров для обеспечения равномерного нагрева лент по ширине [6, 7]. Однако область использования однофазных индукторов ограничивается относительно малыми удельными мощностями, поскольку при термообработке ферромагнитных листов уже при удельных мощностях  $100...150 \text{ кВт/м}^2$  уровень шума превышает предельно допустимые нормы на всех применяемых в электротермии частотах от 50 до 2400 Гц [8, 9].

**Цель работы.** Разработать метод анализа энергетических показателей и силового воздействия двухобмоточного безжелезного индуктора бегущего поля для нагрева ферромагнитных лент.

Для устранения производственного шума и одностороннего притяжения ферромагнитных лент представляется целесообразным использовать индукторы, выполненные в виде совокупности трехфазных катушек, включенных по отношению друг к другу по схеме бегущего магнитного поля и размещенных на каркасе из неэлектропроводного и немагнитного материала. На рис. 1 показано одно из возможных исполнений такого индуктора.

Четырех- и двухполюсная обмотки, схематично представленные на рис. 1, сосредоточены на верхнем и нижнем статорах соответственно. Для обеспечения стабилизации положения ленты по центру зазора в действительности обе обмотки целесообразно одновременно размещать на обоих статорах, что и будем предполагать для упрощения расчетов в дальнейшем.

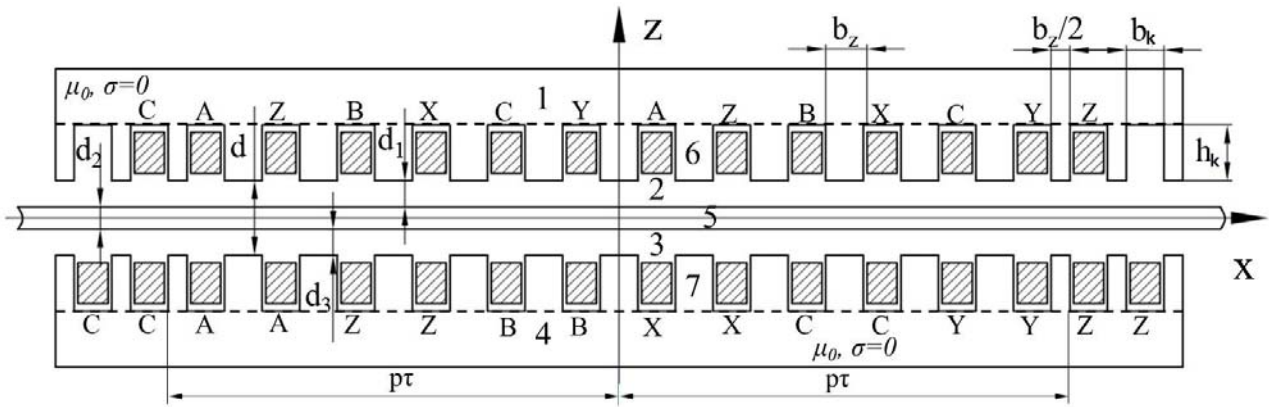


Рис. 1

В общем случае обмотки могут иметь произвольное число полюсов, но для ослабления трансформаторной связи между обмотками следует выполнять их с четной кратностью числа полюсов.

Начало координат поместим на поверхности верхнего индуктора, а положение нагреваемой полосы в зазоре индуктора будем полагать в общем случае не совпадающим с осью симметрии.

Применительно к компенсированному исполнению обеих обмоток представляется возможным без наложения каких-либо дополнительных ограничений на величину компенсирующих токов воспользоваться моделью чередующихся индукторов с нечетной симметрией по поперечной оси  $Oy$ . В отличие от прежних подходов [5], компенсирующие токи будем полагать распределенными в пазах шириной  $b_k$  на участках индукторов за пределами активной зоны. Поскольку первичное магнитное поле индукторов конечной длины по ширине индуктора практически затухает до нуля на расстоянии, равном величине воздушного зазора, будем полагать, что  $b_k \approx 2d$ .

Токи лобовых частей обмоток распределим на промежутке  $b_l \approx 2d$  непосредственно за пределами реальной ширины статора  $b$ . Причем потребуем выполнение условия  $b_l \leq (a - b)/2$ , где  $a$  – ширина ленты.

Анализ электромагнитных процессов в индукционной системе выполним на основе решения уравнений Максвелла

$$rot \mathbf{H} = \mathbf{j} + \mathbf{j}_{cm}; \quad div \mathbf{B} = 0; \quad rot \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t; \quad div \mathbf{j} = 0 \tag{1}$$

с привлечением материальных уравнений для движущихся сред

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad \mathbf{j} = \sigma [\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}], \tag{2}$$

где  $\mu, \sigma$  – магнитная проницаемость и удельная электропроводность нагреваемой полосы.

В предположении о постоянстве магнитной проницаемости и электропроводности система уравнений (1), (2) сводится к уравнению индукции

$$\Delta \mathbf{B} - \mu \sigma [\partial \mathbf{B} / \partial t + rot(\mathbf{v} \times \mathbf{B})] = -\mu rot \mathbf{j}_{cm}. \tag{3}$$

В рамках сформулированного модельного представления машины к уравнению (3) может быть применено прямое интегральное преобразование: интегральное преобразование Фурье по переменной  $x$  и интегральное преобразование в конечных пределах с ядром  $2/a \cos(qy)$  для  $B_x, B_z$  составляющих индукции и  $2/a \sin(qy)$  для  $B_y$  составляющей:

$$B_{x,z}(n, q, z) = \frac{2}{a} \int_{-\infty}^{\infty} e^{inx} \int_{-a/2}^{a/2} B_{x,z}(x, y, z) \cos(qy) dy dx; \tag{4}$$

$$B_y(n, q, z) = \frac{2}{a} \int_{-\infty}^{\infty} e^{inx} \int_{-a/2}^{a/2} B_y(x, y, z) \sin(qy) dy dx. \tag{5}$$

Преобразованные таким образом векторы электромагнитного поля будут функциями координаты  $z$  и новых переменных  $n$  и  $q - \mathbf{B}(n, q, z)$ . Для того чтобы отличить оригиналы  $\mathbf{B}(x, y, z)$  от изображений  $\mathbf{B}(n, q, z)$ , последние будем отмечать двумя штрихами, например,  $B''$ .

Полагая изменение индукции во времени по гармоническому закону  $B_z = B_{zm} e^{i\omega t}$ ,  $\omega = 2\pi f$ , где  $B_z$  – комплексная амплитуда, уравнение (3) в результате интегральных преобразований сведем к обыкновенному дифференциальному уравнению. Причем в областях 1–4 (рис. 1) уравнение индукции для преобразованных значений амплитуд  $B_z''$  составляющей индукции принимает вид

$$\frac{\partial^2 B_z''}{\partial z^2} - \eta_1^2 B_z'' = 0, \quad (6)$$

в области металлической полосы 5 –

$$\frac{\partial^2 B_z''}{\partial z^2} - \eta_2^2 B_z'' = 0, \quad (7)$$

в областях размещения обмоток 6 и 7 –

$$\frac{\partial^2 B_z''}{\partial z^2} - \eta_1^2 B_z'' = f_1'', \quad f_1'' = -\frac{2}{a} \int_{-\infty}^{\infty} e^{inx} \int_{-a/2}^{a/2} \mu_0 \operatorname{rot}_z j_{cm} \cos(qy) dy dx. \quad (8)$$

Здесь  $\eta_1^2 = n^2 + q^2$ ;  $q = (2k-1)\pi/a$ ;  $k = 1 \dots \infty$ ;

$$\eta_2^2 = n^2 + q^2 + i\mu\sigma\omega - i\mu\sigma\nu n,$$

$i = \sqrt{-1}$ ,  $n$  – параметр интегрального преобразования Фурье;  $\omega = 2\pi f$  – частота тока питания индуктора. Через  $f_1''$  обозначена правая часть неоднородного уравнения индукции, величина которой будет определена в дальнейшем. В уравнениях (6)...(8) и далее индекс, обозначающий амплитудное значение индукции магнитного поля, опущен.

Из равенств  $\operatorname{div}\mathbf{B} = 0$  и  $\operatorname{rot}_z \mathbf{B} = 0$  [8] преобразованные значения  $B_x''$  и  $B_y''$  составляющих индукции определяются зависимостями

$$B_x'' = -\frac{in}{\eta_1^2} \frac{\partial B_z''}{\partial z}; \quad B_y'' = -\frac{q}{\eta_1^2} \frac{\partial B_z''}{\partial z}, \quad (9)$$

и для определения компонент вектора магнитной индукции достаточно найти решение уравнения (3) для преобразованных значений лишь  $B_z$  составляющей индукции в каждой из областей (1–7, рис. 1) индукционной системы.

На границах раздела сред удовлетворяется равенство индукции и ее первой производной, а на границе ферромагнитной полосы учитывается еще и скачок магнитной проницаемости

$$B_g = B_m; \quad \frac{\partial B_g}{\partial z} = \frac{\mu_0}{\mu} \frac{\partial B_m}{\partial z}, \quad (10)$$

где  $B_g$  и  $B_m$  – значения индукции на границах воздушного и металлического слоев зазора;  $\mu_0$  и  $\mu$  – магнитная проницаемость воздуха и ферромагнитной полосы соответственно.

В результате решения уравнений (6)...(8) с учетом граничных условий (10) и равенства нулю индукции в бесконечно удаленных точках ( $B''(z) = 0$  при  $z = \pm\infty$ ) найдем, что в области верхнего воздушного зазора  $-d_1 \leq z \leq 0$

$$B_1'' = C_1 \left( \operatorname{ch}(\eta_1 z) - \operatorname{sh}(\eta_1 z) \right) + N \operatorname{sh}(\eta_1 z), \quad (11)$$

в металлической полосе  $-d_1 - d_2 \leq z \leq -d_1$

$$B_2'' = C_2 \left( ch[\eta_2(z+d_1)] - \frac{\mu\eta_1}{\mu_0\eta_2} sh[\eta_2(z+d_1)] \right) + \frac{\mu\eta_1}{\mu_0\eta_2} N \left( ch(\eta_1 d_1) - sh\eta_1 d_1 \right) sh[\eta_2(z+d_1)], \quad (12)$$

в области нижнего воздушного зазора  $-d \leq z \leq -d_1 - d_2$

$$B_3'' = C_2 \left( \left( ch(\eta_2 d_2) + \frac{\mu\eta_1}{\mu_0\eta_2} sh(\eta_2 d_2) \right) ch[\eta_1(z+d_1+d_2)] - \left( ch(\eta_2 d_2) + \frac{\mu_0\eta_2}{\mu\eta_1} sh(\eta_2 d_2) \right) sh[\eta_1(z+d_1+d_2)] \right) + N \left( ch(\eta_1 d_1) - sh(\eta_1 d_1) \right) \left( ch(\eta_2 d_2) sh[\eta_1(z+d_1+d_2)] - \frac{\mu\eta_1}{\mu_0\eta_2} sh(\eta_2 d_2) ch[\eta_1(z+d_1+d_2)] \right), \quad (13)$$

где  $C_1 = (C_2 + N sh(\eta_1 d_1)) / (ch(\eta_1 d_1) + sh(\eta_1 d_1))$ ;

$$C_2 = \frac{N \left( sh(\eta_1 d_3) - ch(\eta_1 d_3) - (sh(\eta_1 d_1) - ch(\eta_1 d_1)) \left( ch(\eta_2 d_2) + \frac{\mu\eta_1}{\mu_0\eta_2} sh(\eta_2 d_2) \right) \right)}{\left( 2ch(\eta_2 d_2) + \left( \frac{\mu\eta_1}{\mu_0\eta_2} + \frac{\mu_0\eta_2}{\mu\eta_1} \right) sh(\eta_2 d_2) \right)}; \quad (14)$$

$$N = \frac{\mu_0}{in h_n} \left( ch(\eta_1 h_n) - sh(\eta_1 h_n) - 1 \right) (I_A w_A k_A + I_B w_B k_B + I_C w_C k_C), \quad (15)$$

где  $w_A, w_B, w_C$  – количество витков в фазах;  $k_A, k_B, k_C$  – обмоточные коэффициенты фаз  $A, B, C$  соответственно. Приведенные зависимости получены при условии одинакового исполнения верхнего и нижнего двухобмоточных индукторов.

Плотность тока пазовой зоны индукторов в  $f_1''$  определим суммой плотностей тока обеих обмоток:

$$j_{cm} = j_{yA} + j_{yB} + j_{yC}. \quad (16)$$

В предположении, что все катушки фазы имеют идентичное исполнение, но каждая фаза может содержать в общем случае произвольное количество витков в пазу  $s_A, s_B, s_C$  с собственным пространственным положением фаз  $x_A, x_B, x_C$  и шагом катушек  $y_A, y_B, y_C$ ,  $y$  – составляющая плотности тока пазовой зоны индуктора для одной обмотки из двух, применительно к компенсированным обмоткам с вывернутой центральной фазой [10], имеет вид

$$j_{yA} = \frac{I_A s_A}{h_n b_n} \sum_{k=1}^{q_1} \sum_{s=1}^p \left( \Theta(x - x_A + T(k, s) + b_k/2) - \Theta(x - x_A + T(k, s) + b_k/2) - \Theta(x - x_A + T(k, s) + b_n/2 - y_A) + \Theta(x - x_A + T(k, s) - b_n/2 - y_A) \right) T(y);$$

$$T(k, s) = p\tau - \frac{2k-1}{2mq_1} \tau - 2(s-1)\tau;$$

$$T(y) = \Theta(y + b/2) - \Theta(y - b/2) + \frac{y + b/2 - b_n}{b_n} \left( \Theta(y + b/2 + b_n) - \Theta(y + b/2) - \frac{y - b/2 - b_n}{b_n} \left( \Theta(y - b/2) - \Theta(y - b/2 - b_n) \right) \right); \quad (17)$$

$$j_{yB} = j_{yA}(I_A \rightarrow I_B, s_A \rightarrow s_B, x_A \rightarrow x_B, y_A \rightarrow y_B);$$

$$j_{yC} = -j_{yA}(I_A \rightarrow I_C, s_A \rightarrow s_C, x_A \rightarrow x_C, y_A \rightarrow y_C) +$$

$$+ \frac{I_C s_C q_1}{b_\kappa h_n} (\Theta(x + p\tau + b_\kappa) - \Theta(x + p\tau) - \Theta(x - p\tau) + \Theta(x - p\tau - b_\kappa)) T(y).$$

Здесь  $I_A, I_B, I_C$  – амплитудные значения фазных токов;  $q_1$  – число пазов на полюс и фазу;  $p$  – число пар полюсов обмотки;  $m$  – число фаз обмотки;  $\tau$  – полюсное деление;  $b$  – ширина катушек по внутренней области;  $b_n$  – толщина лобовой части катушек;  $b_\kappa$  – размер паза для размещения компенсирующих токов;  $\Theta(\cdot)$  – единичная обобщенная функция. Запись  $\xi(a \rightarrow b)$  означает замену величины  $a$  в выражении  $\xi(a)$  на величину  $b$ . Фазными токами каждой из обмоток могут возбуждаться как согласно, так и встречно бегущие поля. Последние используются для компенсации продольного натяжения ленты. Так что фазные токи одной обмотки из двух для верхнего и нижнего индукторов можно полагать равными:

$$I_{1A} = I_1 e^{i\omega t}; \quad I_{1B} = I_1 A e^{-2\pi i/3}; \quad I_{1C} = I_1 A e^{2\pi i/3}, \quad (18)$$

а фазные токи другой обмотки при согласном включении

$$I_{2A} = I_2 e^{i\omega t}; \quad I_{2B} = I_2 e^{-2\pi i/3i}; \quad I_{2C} = I_2 A e^{2\pi i/3} \quad (19)$$

и при встречном включении

$$I_{2A} = I_2 e^{i\omega t}; \quad I_{2B} = I_2 A e^{2\pi i/3}; \quad I_{2C} = I_2 A e^{-2\pi i/3}. \quad (20)$$

В результате выполнения двойного интегрального преобразования по  $x$  и  $y$  переменным функции  $f_1$  согласно (8) с использованием уравнения  $\text{div } j = 0$  для определения  $x$ -составляющей плотности тока и представления плотностей фазных токов по (17) найдем преобразованное значение  $f_1''$ :

$$f_1'' = -\frac{\mu_0 \eta_1^2}{in h_n} (I_A w_A k_A + I_B w_B k_B + I_C w_C k_C). \quad (21)$$

Здесь, как и в выражении  $N$  по (15),  $w_A = s_A p q_1$ ;  $w_B = s_B p q_1$ ;  $w_C = s_C p q_1$ ;

$$k_A = e^{-in(\tau - x_A - \tau/2m)} \left( 1 - e^{iny_A} \right) \frac{\sin(pn\tau)}{p \sin(n\tau)} \frac{\sin(n\tau/2m)}{q_1 \sin(n\tau/2mq_1)} \times \frac{2\sin(nb_n/2)}{nb_n} \frac{4\sin(q(b+b_n)/2)}{qa} \frac{2\sin(b_n/2)}{qb_n};$$

$$k_B = k_A(x_A \rightarrow x_B, y_A \rightarrow y_B); \quad (22)$$

$$k_C = -k_A(x_A \rightarrow x_C, y_A \rightarrow y_C) + \frac{2\sin(n(p\tau + b_\kappa/2))}{ip} \times \frac{2\sin(nb_\kappa/2)}{nb_\kappa} \frac{4\sin(q(b+b_n)/2)}{qa} \frac{2\sin(qb_n/2)}{qb_n}.$$

Расчетные зависимости для определения коэффициентов обмотки применимы для обмоток с любым количеством полюсов  $2p$  и количеством пазов на полюс и фазу  $q_1$ . Следует при этом только задать присущие данной обмотке количество полюсов  $2p$  и количество пазов на полюс-фазу  $q_1$ , а также величину полюсного деления, шаг катушек и пространственный сдвиг.

Для однослойных некомпенсированных обмоток обмоточные коэффициенты вычисляются по тем же формулам (22), но последнее слагаемое в  $k_C$  отсутствует. Полагая, что обмотка индукторов начинается с фазы  $A$ , пространственный сдвиг фазы  $A$  следует положить равным нулю  $x_A = 0$ . При этом фаза  $B$  сдвинута в пространстве относительно фазы  $A$  на величину  $x_B = 2\tau/m$ , а фаза  $C$  – на величину  $x_C = \tau/m$ . По заданным конструктивному

исполнению индукторов и значениям фазных токов соответствующей обмотки легко определяются величина  $N$  в (15) и распределение  $z$ -составляющей магнитной индукции в зазоре между индукторами по формулам (11)...(15).

Обратное преобразование индукции осуществляется по формуле

$$B_z(x, y, z) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} B'' e^{-inx} dn \cos(qy). \quad (23)$$

Таким образом, при известных фазных токах и конструктивном исполнении обеих обмоток индуктора по зависимостям (11)...(15) однозначно определяется  $B_z$  составляющая индукции в каждой из сред.

На основе полученного решения краевой задачи о распределении магнитной индукции в зазоре определим основные энергетические характеристики двухобмоточного индуктора.

При известном распределении магнитной индукции электромагнитная мощность обмоток, например, верхнего индуктора определяется согласно теореме Пойнтинга:

$$S = \frac{1}{2} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-\infty}^{\infty} \left( E_y^* H_x - E_x^* H_y \right) \Big|_{z=0}^{z=h_n} dx dy. \quad (24)$$

$H$  означает комплексно сопряженное значение величины  $H$ . С использованием уравнений  $rot \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$ ,  $div \mathbf{j} = 0$ , полагая, что при  $z = 0$  и  $z = h_n$  тангенциальные составляющие напряженности электрического поля приблизительно равны ( $E|_{z=0} = E|_{z=h_n}$ ), и согласно закону полного тока изменение тангенциальных составляющих напряженности магнитного поля описывается зависимостями

$$H_x|_{z=h_n} - H_x|_{z=0} = j_y h_n + \frac{h_n}{\mu_0} \frac{\partial B_z}{\partial x} \Big|_{z=0}; \quad (25)$$

$$H_y|_{z=h_n} - H_y|_{z=0} = -j_x h_n + \frac{h_n}{\mu_0} \frac{\partial B_z}{\partial y} \Big|_{z=0}. \quad (26)$$

Окончательно найдем

$$S = \frac{i\omega a}{2} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-\infty}^{\infty} \left( j_y h_n \int_{-\infty}^x B_z|_{z=0} dx - \frac{h_n}{\mu_0} B_z^* B_z \Big|_{z=0} \right) dx dy, \quad (27)$$

где  $j_y$  определяется зависимостью (16), а ее слагаемые – формулами (17). После подстановки в (27) значения магнитной индукции по (23) и выполнения интегрирования по переменным  $x$  и  $y$  с учетом формул прямого преобразования найдем суммарную мощность верхнего и нижнего индукторов при их идентичном исполнении:

$$S = \frac{i\omega a}{8\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left( I_0 \frac{1}{in} \left( B_1''(0) - B_3''(-d) \right) - \frac{h_n}{\mu_0} \left( B_1''(0) \cdot B_1''(0) - B_3''(-d) \cdot B_3''(-d) \right) \right) dn, \quad (28)$$

где  $I_0$  – ток каждого индуктора двух последовательно соединенных идентичных индукторов;  $I_0 = I_A^w A^k A + I_B^w B^k B + I_C^w C^k C$ , а  $B_1''(0)$  определяется по (11) при  $z = 0$  и  $B_1''(-d)$  – по (13) при  $z = -d$ .

Электродинамические усилия, действующие на ферромагнитную полосу, определяются из тензора натяжений Максвелла [11]

$$\mathbf{T} = (\mathbf{Bn})\mathbf{H} - \mu H^2 \mathbf{n}/2 \quad (29)$$

в виде поверхностного интеграла

$$\mathbf{F} = \int \mathbf{T} dS, \quad (30)$$

в котором интегрирование производится по любой замкнутой поверхности  $xOy$ , охватывающей полосу, но не заключающей в себе источники поля.  $\vec{n}$  – вектор-нормаль к поверхности  $S$  в (30). Поверхность  $S$ , таким образом, должна располагаться в воздушных участках зазора индукторов. Полагая ее размещенной непосредственно у поверхности движущейся металлической полосы, средняя за период  $F_x$ -составляющая электродинамической силы согласно (29) и (30) равна

$$F_x = -\frac{1}{2\mu_0} \operatorname{Re} \int_{-a/2-\infty}^{a/2} \int_{-\infty}^{\infty} B_z^* B_x^* dx dy \Big|_{z=(-d_1-d_2)}^{z=-d_1}. \quad (31)$$

Подставляя в это выражение значение  $B_z$  по (23) и выполняя интегрирование по  $x$  и  $y$  с учетом формул прямого преобразования, а также зависимостей (9), находим

$$F_x = \frac{a}{8\pi\mu_0} \operatorname{Re} \sum_{k=1-\infty}^{\infty} \int \frac{in}{\eta_1^2} \left( B_1''(-d_1) \frac{\partial B_1''(-d_1)}{\partial z} - B_3''(-d_1-d_2) \frac{\partial B_3''(-d_1-d_2)}{\partial z} \right) dn. \quad (32)$$

Аналогичным образом согласно (29) и (30) определим  $z$ -составляющую электродинамической силы, действующей на полосу,

$$F_z = \frac{1}{4\mu_0} \int_{-a/2-\infty}^{a/2} \int \left( \hat{B}_z^* \hat{B}_z^* - \hat{B}_x^* \hat{B}_x^* - \hat{B}_y^* \hat{B}_y^* \right) \Big|_{z=-d_1-d_2}^{z=-d_1} dx dy, \quad (33)$$

которую с учетом зависимостей (9), (11), (13), (23) можно представить через преобразованные значения индукции в виде

$$F_z = \frac{a}{8\pi\mu_0} \operatorname{Re} \sum_{k=1-\infty}^{\infty} \int \left( B_1''(-d_1) B_1''(-d_1) - B_3''(-d_1-d_2) B_3''(-d_1-d_2) - \right. \\ \left. - \frac{1}{\eta_1^2} \left( \frac{\partial B_1''(-d_1)}{\partial z} \frac{\partial B_1''(-d_1)}{\partial z} - \frac{\partial B_3''(-d_1-d_2)}{\partial z} \frac{\partial B_3''(-d_1-d_2)}{\partial z} \right) \right) dn. \quad (34)$$

Выполненные по (34) расчеты  $z$ -составляющей силы, действующей на ферромагнитную полосу, указывают на возрастание ее при увеличении смещения ленты относительно центра зазора. На рис. 2 приведена зависимость  $F_z$  от величины зазора между лентой и

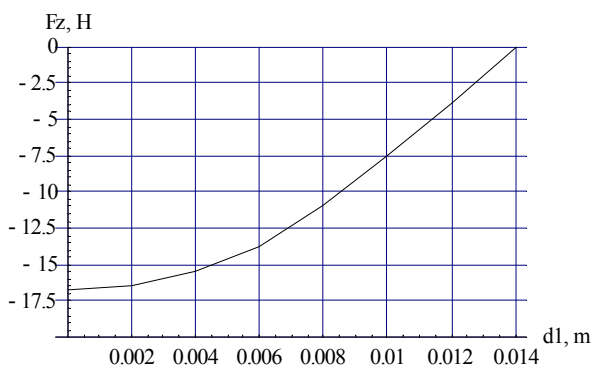


Рис. 2

верхним индуктором при  $I_1=800$  А,  $I_2=600$  А,  $f=1500$  Гц,  $a=0,6$  м,  $\sigma = 3 \cdot 10^6$  См/м,  $\mu = 100 \cdot \mu_0$ , для встречного включения индукторов.

При  $d_1=0$  лента непосредственно касается обмотки верхнего индуктора, а  $d_1=0,014$  м соответствует положению ленты по центру зазора. Как видно из рис. 2, наблюдается электромагнитная стабилизация ферромагнитной ленты по центру зазора между индукторами. Вместе с



тем для рассматриваемого индуктора указанной частоты тока сила стабилизации  $F_z$  представляется достаточно слабой.

На рис. 3 представлена зависимость  $F_z$  - составляющей электродинамической силы от частоты тока индуктора при  $I_1=800$  А,  $I_2=600$  А,  $d_1=0$ ,  $a=0,6$  м,  $\sigma = 3 \cdot 10^6$  См/м,  $\mu = 100 \cdot \mu_0$  при встречном включении индукторов.

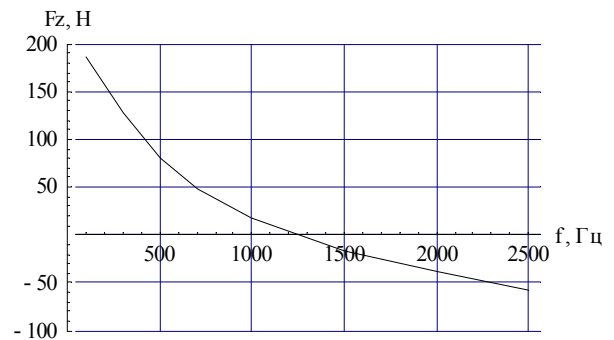


Рис. 3

Сила, прижимающая ленту к верхнему индуктору, с ростом частоты убывает и при некоторой частоте становится отрицательной, т.е. лента отталкивается от верхнего индуктора и стремится занять положение, близкое к оси зазора между индукторами. На рисунке приведен крайний случай, когда лента находится на поверхности индуктора. При малых же отклонениях ленты от центрального положения частота, при которой  $F_z$  переходит через 0, несколько снижается. В общем случае частота, при которой обеспечивается стабилизация ленты, существенно зависит от геометрических размеров ленты и ее электрофизических характеристик и определяется в каждом конкретном случае самостоятельно.

Таким образом, имеется возможность осуществлять нагрев ферромагнитных лент в безжелезных высокочастотных индукторах бегущего магнитного поля со стабилизацией положения ленты по центру воздушного зазора. В таком случае поверхность ленты не повреждается механически.

Плотность индуцированных токов в металлической полосе в рамках принятого допущения о постоянстве магнитной проницаемости найдем из первого уравнения системы (1). После применения к нему прямых интегральных преобразований

$$\hat{j}_x = \frac{2}{a} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-\infty}^{\infty} j_x e^{inx} \sin(qy) dx dy, \quad \hat{j}_y = \frac{2}{a} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-\infty}^{\infty} j_y e^{inx} \cos(qy) dx dy \quad (35)$$

с учетом зависимостей (7) и уравнения (9) найдем преобразованные значения компонент плотности тока в полосе

$$\hat{j}_x = \frac{iq\sigma(\omega - nv)}{\eta_2^2} \hat{B}_z, \quad \hat{j}_y = \frac{\sigma n(\omega - nv)}{\eta_2^2} \hat{B}_z, \quad (36)$$

где  $\hat{B}_z$  определяется решением (12).

Выполняя обратные преобразования, получаем функциональное описание пространственного распределения плотности тока в полосе:

$$j_x = \frac{i\sigma}{2\pi} \sum_{k=1}^{\infty} q \sin(qy) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega - nv}{\eta_2^2} \hat{B}_z e^{-inx} dn; \quad j_y = \frac{\sigma}{2\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \cos(qy) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega - nv}{\eta_2^2} n \hat{B}_z e^{-inx} dn. \quad (37)$$

Локальное распределение источников теплоты определяется зависимостью

$$P_W = \left( j_x^* j_x + j_y^* j_y \right) / 2\sigma. \quad (38)$$

Распределение температурного поля по длине и ширине движущейся полосы в установившемся режиме определим из решения двумерного уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + W = \rho c v \frac{\partial T}{\partial x} \quad (39)$$

с граничными условиями

$$T = T_H; \quad x = -l - L; \quad \partial T / \partial x = 0; \quad x = l + L; \quad \lambda \partial T / \partial y = 0; \quad y = \pm a/2, \quad (40)$$

где  $\rho$ ,  $c(T)$ ,  $\lambda(T)$  – плотность, удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности материала полосы;  $T_H$  – начальная температура полосы на некотором удалении  $L$  от входа в индуктор;  $W$  – плотность тепловыделений, которые приближенно с учетом потока излучения можно представить в виде

$$W = \frac{1}{d_2} \int_{d_1}^{d_1+d_2} P_W dz - \frac{2}{d_2} 5,67 \left( \frac{T}{100} \right)^4. \quad (41)$$

Для учета потерь тепла с поверхности полосы в  $W$  могут быть включены отрицательные источники тепла, обусловленные также конвекцией.

В качестве примера рассмотрим индукционный нагрев стальной ленты толщиной 2 мм в индукторе с двумя компенсированными обмотками с диаметральным шагом по схеме, подобной [6]. Для ослабления трансформаторной связи выберем парную четность числа полюсов – первая обмотка – двухполюсная с  $\tau_1=420$  мм, вторая – четырехполюсная с  $\tau_2=210$  мм. Направления распространения магнитных полей обмоток, как отмечалось ранее, может быть согласным и встречным. При этом в зависимости от направления распространения полей сильно изменяется структура распределения джоулевых тепловыделений в полосе. Так, на рис. 4 представлена структура распределения джоулевых тепловыделений в полосе при согласном распространении бегущих полей, а на рис. 5 – при встречном. Токи в обмотках для обоих случаев приняты одинаковыми:  $I_1=800$  А;  $I_2=600$  А;  $f=1500$  Гц;  $a=0,6$  м;  $\sigma = 3 \cdot 10^6$  См/м;  $\mu = 100 \cdot \mu_0$ .

Обращают на себя внимание резкие неоднородности тепловыделений в полосе при обоих направлениях распространения бегущих полей обмоток. Причем при встречном распространении бегущих полей количество этих неоднородностей с каждого края полосы равно сумме количества пар полюсов двух обмоток. В центральной зоне полосы распределение тепловыделений также является неоднородным. Возникновение указанных неоднородностей вызвано структурой результирующего магнитного поля в полосе, приводящей к образованию многовихревой структуры индуцированных токов. При согласном направлении распространения бегущих полей обмоток более выраженной оказывается неоднородность тепловыделений по длине машины.

Наличие явно выраженных неоднородностей плотности тепловыделений в полосе при использовании двухобмоточного индуктора не может быть признано положительным фактором. В процессе нагрева интенсивный локальный нагрев ленты может приводить к нежелательному короблению, особенно при нагреве тонких лент при низкой скорости транспортирования.

Использование двухобмоточных индукторов, впрочем, может быть оправдано благодаря расширению диапазона нагреваемых лент.

В качестве иллюстрации нагрева ленты в индукторе на рис. 6 показано распределение температуры ленты при встречном распространении бегущих магнитных полей и допущении

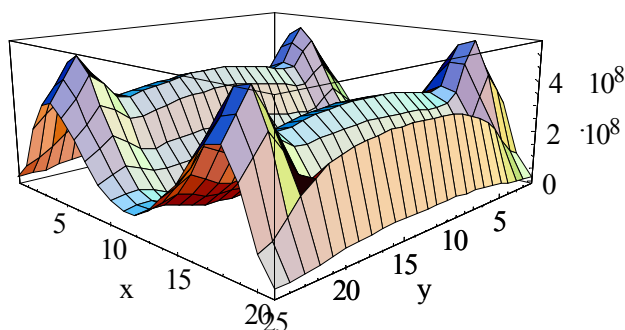


Рис. 4

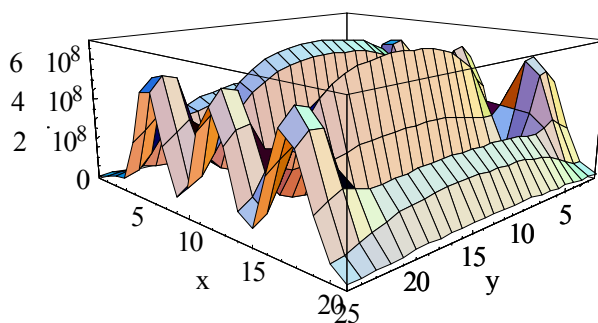


Рис. 5

о малом влиянии процессов теплопередачи при скоростном нагреве, т.е. при пренебрежении первым слагаемым в левой части уравнения (39) по сравнению с  $W$ .

Здесь ширина ленты  $a$  разбита на 25 отрезков, а длина  $(2p+1)\tau$  – на 21 отрезок.

На рис. 7 представлено распределение температуры на выходе из зоны нагрева лент толщиной 2 мм, шириной 600 мм (кривая 1) и шириной 550 мм (кривая 2). Полюсные деления, как и в предыдущем примере, выбраны равными  $\tau_1=0,42$  м,  $\tau_2=0,21$  м. Ширина сердечника не изменяется при изменении ширины ленты и составляет  $b=0,44$  м. Токи в обмотках при нагреве ленты шириной 600 мм составляют  $I_1=800$  А,  $I_2=600$  А, и при нагреве ленты шириной 550 мм –  $I_1=1250$  А,  $I_2=250$  А.

На рис. 7 продемонстрирован результат нагрева лент различной ширины с удовлетворительной по технологическим требованиям равномерностью по ширине. Это осуществлено лишь путем изменения величины тока в катушках каждой обмотки и без изменения каких-либо конструктивных размеров индукционного устройства.

**Выводы.** 1. Применение безжелезных индукторов бегущего магнитного поля позволяет выполнить индукционный нагрев ферромагнитных лент с удовлетворительной равномерностью по ширине и избавиться от акустического шума.

2. При превышении определенной частоты электродинамические силы обеспечивают стабилизацию ферромагнитной ленты по оси зазора между индукторами. Величина частоты зависит от электромагнитных параметров ферромагнитной ленты и ее геометрических размеров.

3. Силы одностороннего магнитного притяжения в безжелезных индукторах незначительные и могут быть компенсированы продольным натяжением ленты.

1. Виштак П.А., Кондратенко И.П., Крутилин В.А., Ращепкин А.П. Метод расчета линейных индукторов с концентрическими обмотками для нагрева металлических лент. *Техническая электродинамика*. 1987. № 2. С. 6–12.
2. Кондратенко И.П., Ращепкин А.П. Индукционный нагрев плоского проката металлов. *Новини енергетики*. 1998. №11. С. 40–42.
3. Ращепкин А.П., Крутилин В.А., Виштак П.А., Кондратенко И.П., Зинченко Т.Р. Индукционный метод нагрева проката из цветных металлов и сплавов. *Цветные металлы*. 1989. № 1. С. 104–107.
4. Певзнер М.З., Широков Н.М., Хаютин С.Г. Непрерывная индукционная термообработка лент и полос. Москва: Металлургия, 1994. 128 с.
5. Кондратенко И.П., Ращепкин А.П. Двухобмоточный индуктор бегущего поля для нагрева плоского проката металлов. *Праці Інституту електродинаміки НАН України*. Київ, 2005. № 3(12). С. 112–123.
6. Виштак Т.В., Кондратенко И.П., Ращепкин А.П. Индукционный нагрев полосы токовыми контурами канонических форм. *Технічна електродинаміка*. 2003. № 1. С. 63–68.
7. Виштак Т.В., Кондратенко И.П. Электромагнитное поле пространственно распределенного токового контура, расположенного над проводящей полосой. *Вісник Кременчуцького державного університету*. 2005. Вип. 4/2005 (33). С.115–118.
8. Немков В.С., Петухова С.В., Гудовский С.А., Зюбанова Л.Ф., Боярский М.П. Акустические и электромагнитные поля высокочастотных установок. Применение токов высокой частоты в электротермии: Тез. докл. X Всесоюз. науч.-техн. конф. (Ленинград 15–17 апреля 1986 г.). Москва: Информэлектро, 1986. С. 7.

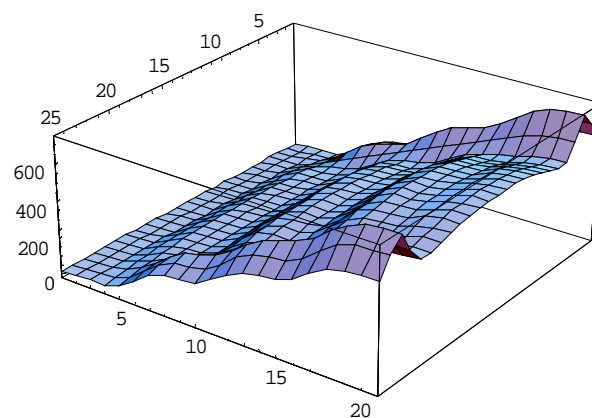


Рис. 6

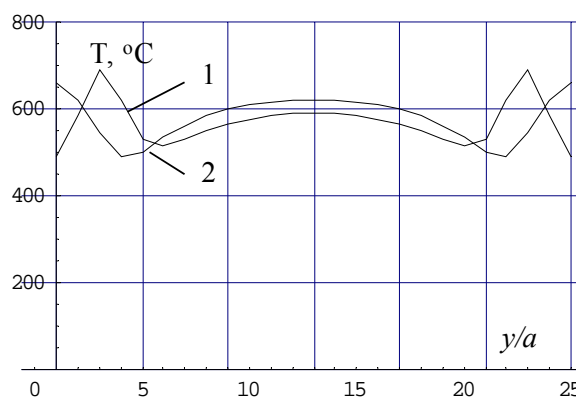


Рис. 7

9. Красновидова Т.В., Артышевский П.П., Буканин В.А. Повышение равномерности индукционного нагрева по ширине движущегося листа. *Электротехническая промышленность. Сер. Электротермия*. 1984. Вып. 11 (261). С. 3–4.
10. Ращепкин А.П. Поле в зазоре при переменной линейной нагрузке обмотки линейной индукционной машины. *Магнитная гидродинамика*. 1965. № 3. С. 96–102.
11. Тамм И.Е. Основы теории электричества. Москва: Наука, 1976. 616 с.

УДК 621.365.51

**О.М. Карлов**, канд. техн. наук, **І.П. Кондратенко**, чл.-кор. НАН України, **Р.С. Кришук**, канд. техн. наук, **А.П. Ращепкін**, докт. техн. наук

Інститут електродинаміки НАН України,  
пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03057, Україна

#### **Двохобмотковий беззалізний індуктор біжучого магнітного поля**

*Для усунення виробничого шуму і односторонніх сил притягування при термообробці ферромагнітних стрічок пропонується використовувати беззалізні трифазні високочастотні індуктори біжучого магнітного поля. Для контролю рівномірності обігрівання стрічки різних типових розмірів запропоновано використовувати двообмоткові індуктори з різним полюсним діленням і регульованою величиною напруги живлення кожної обмотки. Для стабілізації положення стрічки по центру зазору пропонується ідентичне конструктивне виконання верхнього та нижнього двообмоткових індукторів, що досягається розміщенням обох обмоток у пазах кожного індуктора. Шляхом переключення живлення фаз фазними струмами кожної обмотки можуть збуджуватися біжучі поля як однакового напрямлення, так і зустрічного. Останні використовуються для компенсації при необхідності великого поздовжнього натягу стрічки. Використовуючи систему рівнянь Максвелла, розроблено методи розрахунку повної комплексної потужності обох обмоток і визначено нормальні та дотичні сили впливу на ферромагнітну стрічку при її довільній асиметричній позиції в зазорі. Встановлено, що частота струму, при якій забезпечується стабілізація стрічки по осі зазору, залежить від геометричних розмірів і електрофізичних властивостей стрічок. Розроблено метод розрахунку розподілу тепла і розподілу температурного поля за довжиною і шириною рухомої смуги. Показано використання двообмоткового індуктора для забезпечення рівномірного нагрівання стрічки різних розмірів. Бібл. 11, рис. 7.*

**Ключові слова:** лінійний індуктор, індуктор біжучого поля, беззалізний індуктор, індукційне нагрівання, метод розрахунку.

**O. Karlov, I. Kondratenko, R. Kryshchuk, A. Rashchepkin**

Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine,  
Peremohy, 56, Kyiv, 03057, Ukraine

#### **The linear non-iron inductor with rotating magnetic field**

*Here, the use of non-iron three-phase high-frequency magnetic field inductors is proposed. It make it possible to eliminate noise in production and eliminate one-sided attraction in the temperature treatment of ferromagnetic strips. The use of two-winding inductors with different pole division and with a regulated value of the voltage of the windings is proposed for the purpose of controlling the uniformity of heating. The identical design of the upper and lower two-winding inductors is proposed for stabilizing the position of the band along the center of the gap. This is achieved by placing both windings in the slots of each inductor. Both equally directed and reverse directed rotational fields can be excited by switching the phase supply by the phase currents of each winding. If it is necessary to compensate the large longitudinal tension of the strip, this is used. Methods for calculating the apparent complex power of both windings are developed using the system of Maxwell equations. The normal and tangential forces acting on the ferromagnetic strip at its arbitrary asymmetric position in the gap are determined. The frequency of the current ensures the stabilization of the strip along the axis of the gap. It was investigated here that the choice of frequency depends on the geometric dimensions and electrophysical properties of the strip. The method for calculating the distribution of heat and the distribution of the temperature field along the length and width of a moving strip is developed. The use of a two-winding inductor to ensure uniform heating of the strip of various sizes is shown. References 11, figures 7.*

**Key words:** linear inductor, rotating magnetic field, non-iron inductor, induction heating, method for calculating.

Надійшла 11.01.2017

Received 11.01.2017