

power consumption the distribution of magnetic induction and temperature in elements is obtained. By the criterion of decreasing the maximum and average temperature in the construction elements a comparative analysis of efficiency for these variants is made. References 11, figures 11, table.

Key words: turbogenerator, end zone, stator core extreme packet, temperature.

1. Alekseev B.A., Mamikonyants L.G., Polyakov F.A., Shakaryan Yu.G. Electric machines problems on the SIGRE session. *Elektrichestvo*. 2009. № 3. P. 60–67. (Rus)
2. Smorodin V.I., Kramarskiy V.A., Kuzmin V.V., Cheremisov I.Ya. Untraditional execution conception of turbogenerator stator with complete air execution butt-end area. *Tekhnichna elektrodynamika*. 1991. № 2. P. 47–50. (Rus)
3. Stephan C.-E., Baer J., Zimmerman H., Neidhofer G., Egil R. New air-cooled turbogenerator in the 300-MVA class. *ABB Review*, 1/1996. P. 20–28.
4. Kentsytskiy O.H., Khvalin D.I. The End Zone Turbogenerator Electromagnetic Field for Changes the Reactive Load. *Tekhnichna elektrodynamika*. 2018. № 1. P. 62–68. (Ukr)
5. *Comsol Multiphysics modeling and simulation software*. <http://www.comsol.com/>
6. Fujita M., Ueda T., Tokumasu T. Eddy current analysis in the stator end structures of large capacity turbine generators. *International Conference on Electrical Machines and Systems*, November, 2009, Tokyo, Japan. P. 1–6.
7. Postnikov I.M., Stanislavskiy L.Ya., Schastliviy G.G. Electromagnetic and thermal processes are in end parts of powerful turbogenerators. Kyev: Naukova dumka, 1971. 360 p. (Rus)
8. Schastliviy G.G., Fedorenko G.M., Vyigovskiy V.I. Turbo- and hydrogenerators at the variable load-graphs. Kyev: Naukova dumka, 1985. 208 p. (Rus)
9. Patent 99571 Ukraine IPK H02K 5/04. Electric machine stator / Kramarskiy V.A., Cheremisov I.Ia., Tytko O.I., Hruboi O.P., Penskiy V.F., Minko O.M. № u 2014 14220; declared 31.12.2014; published 10.06.2015, bulletin № 11. (Ukr)
10. Patent 111154 Ukraine IPK H02K 3/42. Alternating current electric machine stator core / Tytko O.I., bulletin K.O., Khvalin D.I. № u 2015 1257 declared 21.12.2015; published 10.11.2016, Бюл. № 21. (Ukr)
11. Tytko O.I., Myshastyi M.D., Voronin A.I., Khvalin D.I. Experimental researches of efficiency of screens tooth-slot turbogenerators stator constructions. *Pratsi Instytutu Elektrodynamiky NAN Ukrainy*. 2017. № 46. P. 34–42. (Ukr)

Надійшла 26.03.2018

Received 26.03.2018

УДК 621.3

АНАЛІТИЧНЕ ВИЗНАЧЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ОБВІДНОЇ ПОЛЮСІВ РОТОРА ГІДРОГЕНЕРАТОРА ЗА ДАНИМИ СЕНСОРІВ ПОВІТРЯНОГО ЗАЗОРУ

Є.О. Зайцев, канд. техн. наук, **А.С. Левицький**, докт. техн. наук

Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Перемоги, 56, Київ, 03680, Україна
e-mail: ZaitsevIO@nas.gov.ua

Розроблено математичні моделі, що можуть бути використані для реалізації програмно-математичного забезпечення систем технічної діагностики гідрогенераторів при визначенні деяких механічних дефектів потужних генераторів. Розглянуто способи аналітичного визначення параметрів спотворення обвідної полюсів ротора гідрогенератора. Для визначення використано дані про величини повітряних зазорів між кожним полюсом ротора і розточенням осердя статора від системи сенсорів повітряного зазору, розміщених на розточенні осердя. Визначено математичні залежності, що характеризують спотворення обвідної полюсів ротора гідрогенератора. Запропоновано використання методу найменших квадратів для визначення центра обвідної полюсів ротора. Показано, що за цього методу визначення центра зменшується вплив розкиду радіальних розмірів полюсів ротора. Встановлено аналітичні залежності для визначення центра обвідної полюсів ротора як за умови наявності, так і за умови відсутності нерівномірності повітряного зазору між статором і ротором, спричиненої розкидом радіальних розмірів полюсів ротора. Аналітично встановлені параметри обвідної ротора можуть бути використані для побудови траєкторії (годограф) руху центра ротора та у процесі визначення ступеня ексцентриситету ротора. Бібл. 21.

Ключові слова: гідрогенератор, ротор, форма обвідної, вимірювання, годограф, метод найменших квадратів, обід, обвідна.

Забезпечення безперебійної роботи потужних гідрогенераторів неможливе без своєчасного виявлення дефектів, що можуть виникати при його експлуатації. Так, для своєчасного виявлення механічних дефектів перспективним є аналіз контрольно-діагностичних параметрів, відхилення яких від норми супроводжується зміною фізичних процесів у вузлах гідрогенератора і є характеристикою його технічного стану [1, 2]. Забезпечення ідентифікації дефекту в динамічному режимі (на працюючій машині) на ранній стадії їх зародження та розвитку дає змогу своєчасно усунути або мінімізувати вплив дефекту на ефективність роботи гідрогенератора, значно збільшити реальний ресурс роботи, зменшити собівартість виробленої електроенергії за рахунок переходу від планового обслуговування до обслуговування за потребою, а також мінімізувати збитки, пов'язані з усуванням пошкоджень.

Одним з таких параметрів, що відіграє важливу роль під час експлуатації гідрогенератора, є стан ротора та його геометричних параметрів, таких як форма обвідної полюсів ротора та розташування осі обертання ротора відносно геометричної осі розточення статора (розцентрування). Форма ротора може змінюватися у випадках його деформації та у інших випадках. Зміна форми ротора призводить до виникнення низькочастотних електромагнітних сил, які породжують низькочастотні вібрації статора та опорних конструкцій, призводять до появи биття вала; породжують підвищене нагрівання та руйнацію підшипників. Все це може призвести до аварійних ситуацій [3]. У зв'язку з чим своєчасна ідентифікація форми ротора є досить доцільною для оцінки його експлуатаційного стану. Така оцінка досягається при застосуванні комп'ютеризованих інформаційно-вимірювальних систем зі спеціалізованим програмно-математичним забезпеченням і сенсорами повітряного зазору між статором та ротором, пристосованими до умов експлуатації і конструктивних особливостей зони контролю [4]. Вимірювачі зазору з такими сенсорами можуть бути легко адаптовані до застосування в існуючих системах технічної діагностики потужних генераторів.

Як первинні перетворювачі для ідентифікації стану ротора гідрогенератора пропонується використовувати ємнісні сенсори повітряного зазору [5-10], які можуть бути складовою частиною гібридних електронно-оптичних вимірювачів (ГЕОВ) [11, 12]. У цьому випадку отримані дані величин зазору можуть бути використані при визначенні спотворення форми обвідної полюсів ротора та положення її центра. Як зазначено в [13, 14], зазвичай ємнісні сенсори повітряного зазору стаціонарно встановлюються на розточенні осердя статора в площинах (з обох сторін осердя), перпендикулярних до осі розточення в кількості від 2 до 12 штук (залежно від діаметра розточення). У випадку двох сенсорів вони встановлюються на кутовій відстані 90° між ними.

Метою статті є розробка математичних моделей, які можуть бути використані при створенні алгоритмів роботи програмно-математичного забезпечення для визначення спотворення обвідної полюсів ротора та її центра за результатами вимірювання повітряного зазору між ротором та статором.

Реалізацію програмно-математичних засобів проведемо з урахуванням таких припущень:

- 1) всі дефекти, крім тих, що розглядаються у відповідній моделі, відсутні;
- 2) кутова відстань між середніми лініями всіх суміжних полюсів ротора однакова;
- 3) розточення статора є ідеальним колом;
- 4) вимірювання повітряного зазору здійснюється всіма сенсорами одночасно на момент проходження під кожним із них середньої лінії відповідного полюса ротора;
- 5) сумарна нерівномірність повітряного зазору гідрогенератора відповідно до [15] є не більше 10 % від номінального значення зазору та спричинена розкидом радіальних розмірів полюсів ротора.

Форма обвідної полюсів ротора з використанням ряду Фур'є та показів, отриманих від ємнісних вимірювачів зазору, може бути описана виразом [16]

$$d_{VZ_i} = d_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (e_k \cos \theta_i + r_k \sin \theta_i), \quad (1)$$

де d_{VZ_i} – значення зазору в точці з кутовою координатою θ_i ; $i = 1, 2, \dots, n$ – ціле число, n – но-

мер полюса, для якого відомо значення зазору; $k = 1, 2, \dots, \infty$ – ціле число; d_0 – середнє значення повітряного зазору за один оберт ротора; e_k, r_k – коефіцієнти, що визначають спотворення форми обвідної.

Для оцінки параметрів, що характеризують спотворення обвідної полюсів ротора, припустимо, що вираз (1) відображає кореляційний зв'язок між $d_{VZ}, e_k \cos \theta_i, r_k \sin \theta_i$. У цьому разі параметри, що входять до виразу (1), можна розглядати як коефіцієнти регресії і використовувати для їх обчислення метод найменших квадратів [17]. Для обчислення коефіцієнтів за умови симетричного розташування точок відносно центра точок, в яких вимірюється повітряний зазор, будемо мати

$$d_0 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N d_{VZ n}; \quad e_k = \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N d_{VZ n} \cos k\theta_n; \quad r_k = \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N d_{VZ n} \sin k\theta_n,$$

де N – кількість точок з кутовою координатою θ_n , для яких відомо значення $d_{VZ n}$.

У цьому випадку відхиленням форми обвідної полюсів ротора є ексцентриситет (зміщення геометричного центра обвідної полюсів ротора відносно осі обертання) і еліптичність обвідної полюсів ротора [16]. У зв'язку з цим можна обмежитися обчисленням перших двох коефіцієнтів e_1, e_2 і r_1, r_2 . При цьому у формулі (1) зберігаються лише перші три члени:

$$d_{VZ n} = d_0 + \varepsilon_{1p} \cos(\theta_n + \alpha_1) + \varepsilon_{2p} \sin(2\theta_n + \alpha_2), \quad (2)$$

де $\varepsilon_{1p} = \sqrt{e_1^2 + r_1^2}$ – ексцентриситет обвідної полюсів; $\alpha_1 = \arctan r_1/e_1$ – кут, який характеризує напрям ексцентриситету; $\varepsilon_{2p} = \sqrt{e_2^2 + r_2^2}$ – еліптичність обвідної полюсів; $\alpha_2 = \arctan r_2/e_2$ – кут, що характеризує напрям осей еліпса.

Іншим способом визначення спотворення форми обвідної полюсів ротора, який не залежить від симетричності розташування точок вимірювання, є застосування до отриманих даних від вимірювачів ГЕОВ повітряного зазору перетворення Гільберта [18]. У цьому разі форма обвідної полюсів ротора визначається як

$$d_{VZ i} = d_0 + e_k \sum_{i=1}^{2N} d_{VZ i} \sin(\theta_i) \operatorname{sgn}(1 + \operatorname{sgn}(-1)^i) - r_k \sum_{i=1}^{2N} d_{VZ i} \cos(\theta_i) \operatorname{sgn}(1 - \operatorname{sgn}(-1)^i). \quad (3)$$

Знаходження коефіцієнтів, що входять до виразу (3), проводиться аналогічно попередньому випадку. На основі розрахованих коефіцієнтів будується апроксимуюча крива другого порядку, що описує форму обвідної полюсів ротора.

Координати центра $O'(X'_0, Y'_0)$ апроксимуючої кривої для обвідної полюсів ротора визначаються з урахуванням значення ексцентриситету ε_{1p} , значення α_1 й значення початкових координат центра $O(X_0, Y_0)$ та за умови відсутності еліптичності $\varepsilon_{2p} \cong 0$ форма обвідної може бути описана за допомогою рівняння кола:

$$(X_n - X'_0)^2 + (Y_n - Y'_0)^2 = d_{VZ}^2. \quad (4)$$

Через те, що координати кожної точки, в яких вимірюється повітряний зазор, задовольняють умовам рівняння (4), можна скласти таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} (X_1 - X'_0)^2 + (Y_1 - Y'_0)^2 = d_{VZ}^2 \\ (X_2 - X'_0)^2 + (Y_2 - Y'_0)^2 = d_{VZ}^2 \\ (X_3 - X'_0)^2 + (Y_3 - Y'_0)^2 = d_{VZ}^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (X_1 - X'_0)^2 + (Y_1 - Y'_0)^2 = (X_2 - X'_0)^2 + (Y_2 - Y'_0)^2 \\ (X_2 - X'_0)^2 + (Y_2 - Y'_0)^2 = (X_3 - X'_0)^2 + (Y_3 - Y'_0)^2 \\ (X_3 - X'_0)^2 + (Y_3 - Y'_0)^2 = (X_1 - X'_0)^2 + (Y_1 - Y'_0)^2 \end{cases}, \quad (5)$$

де $d_{VZ 0}(X_1, Y_1)$, $d_{VZ N/3}(X_2, Y_2)$ та $d_{VZ 2N/3}(X_3, Y_3)$ – будь-які три рівно віддалені точки з масиву отриманих даних за один повний оберт ротора.

Третє рівняння в системі (5) є надлишковим і дублює умови перших двох рівнянь при обчисленнях, тому система (5) може бути записана як

$$\begin{cases} (X_1 - X'_0)^2 + (Y_1 - Y'_0)^2 = (X_2 - X'_0)^2 + (Y_2 - Y'_0)^2 \\ (X_2 - X'_0)^2 + (Y_2 - Y'_0)^2 = (X_3 - X'_0)^2 + (Y_3 - Y'_0)^2. \end{cases} \quad (6)$$

Вирішення системи рівнянь (6) дає змогу розрахувати координати центру $O'(X'_0, Y'_0)$ як

$$\begin{cases} X'_0 = -\frac{1}{2} \frac{Y_1(X_2^2 + Y_2^2 - X_3^2 - Y_3^2) + Y_2(X_3^2 + Y_3^2 - X_1^2 - Y_1^2) + Y_3(X_1^2 + Y_1^2 - X_2^2 - Y_2^2)}{X_1(Y_2 - Y_3) + X_2(Y_3 - Y_1) + X_3(Y_1 - Y_2)} \\ Y'_0 = \frac{1}{2} \frac{X_1(X_2^2 + Y_2^2 - X_3^2 - Y_3^2) + X_2(X_3^2 + Y_3^2 - X_1^2 - Y_1^2) + X_3(X_1^2 + Y_1^2 - X_2^2 - Y_2^2)}{X_1(Y_2 - Y_3) + X_2(Y_3 - Y_1) + X_3(Y_1 - Y_2)}. \end{cases} \quad (7)$$

З метою спрощення запису і забезпечення компактності введемо нові змінні:

$$\begin{aligned} a_c &= X_2 - X_1; & b_c &= Y_2 - Y_1; & c_c &= X_3 - X_1; & d_c &= Y_3 - Y_1; \\ e_c &= a_c(X_1 + X_2) + b_c(Y_1 + Y_2); & f_c &= c_c(X_1 + X_3) + d_c(Y_1 + Y_3); \\ g_c &= 2(a_c(Y_3 - Y_2) - b_c(X_3 - X_2)). \end{aligned}$$

Тоді для виразу (7) за умови $g_c \neq 0$ отримаємо

$$\begin{cases} X'_0 = (d_c e_c - b_c f_c) / g_c \\ Y'_0 = (a_c f_c - c_c e_c) / g_c, \end{cases} \quad (8)$$

за умови $g_c = 0$ обчислення за формулою (8) не виконуються, оскільки одна з трьох точок або всі є хибними результатами вимірювання повітряного зазору.

За умови наявності еліптичності $\varepsilon_{2p} \neq 0$ форма обвідної описується за допомогою рівняння еліпса

$$\frac{(X_n - X'_0)^2}{a_e^2} + \frac{(Y_n - Y'_0)^2}{b_e^2} = 1, \quad (9)$$

де a_e – велика напіввісь еліпса; b_e – мала напіввісь еліпса.

Для знаходження координат центра $O(X_0, Y_0)$ приведемо рівняння еліпса (9) до його канонічного вигляду, для цього виділимо повні квадрати за змінними X_n та Y_n :

$$\begin{aligned} a_e^2 b_e^2 - b_e^2 (X_n - X'_0)^2 - a_e^2 (Y_n - Y'_0)^2 &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow a_e^2 b_e^2 - b_e^2 (X_n^2 - 2X_n X'_0 + X_0'^2) - a_e^2 (Y_n^2 - 2Y_n Y'_0 + Y_0'^2) &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow a_e^2 b_e^2 - b_e^2 X_n^2 + 2b_e^2 X_n X'_0 - b_e^2 X_0'^2 - a_e^2 Y_n^2 + 2a_e^2 Y_n Y'_0 - a_e^2 Y_0'^2 &= 0 \\ \Rightarrow a^2 b^2 - b^2 X_n^2 + 2b^2 X_n X'_0 - b^2 X_0'^2 - a^2 Y_n^2 + 2a^2 Y_n Y'_0 - a^2 Y_0'^2 &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

З метою спрощення запису і забезпечення загально прийнятого канонічного вигляду для кривих другого порядку виразу (10) введемо нові змінні:

$$\begin{aligned} d_e &= -(2a_e X'_0 + b_e Y'_0); \\ e_e &= -(2c_e Y'_0 + b_e X'_0); \\ f_e &= a_e X_0'^2 + b_e X_0' Y_0' + c_e Y_0'^2 + 1. \end{aligned} \quad (11)$$

Тоді вираз (10) з урахуванням (11) запишеться як

$$a_e (X_n - X'_0)^2 + b_e (X_n - X'_0)(Y_n - Y'_0) + c_e (Y_n - Y'_0) - f_e = 0. \quad (12)$$

Через те, що координати кожної точки, в яких вимірюється повітряний зазор, задовольняють умовам рівняння (12), можна скласти таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} a_e (X_1 - X'_0)^2 + b_e (X_1 - X'_0)(Y_1 - Y'_0) + c_e (Y_1 - Y'_0) - f_e = 0 \\ a_e (X_2 - X'_0)^2 + b_e (X_2 - X'_0)(Y_2 - Y'_0) + c_e (Y_2 - Y'_0) - f_e = 0 \\ a_e (X_3 - X'_0)^2 + b_e (X_3 - X'_0)(Y_3 - Y'_0) + c_e (Y_3 - Y'_0) - f_e = 0 \\ a_e (X_4 - X'_0)^2 + b_e (X_4 - X'_0)(Y_4 - Y'_0) + c_e (Y_4 - Y'_0) - f_e = 0 \\ a_e (X_5 - X'_0)^2 + b_e (X_5 - X'_0)(Y_5 - Y'_0) + c_e (Y_5 - Y'_0) - f_e = 0 \\ a_e (X_6 - X'_0)^2 + b_e (X_6 - X'_0)(Y_6 - Y'_0) + c_e (Y_6 - Y'_0) - f_e = 0, \end{cases} \quad (13)$$

де $d_{VZ0}(X_1, Y_1)$, $d_{VZ N/6}(X_2, Y_2)$, $d_{VZ 2N/6}(X_3, Y_3)$, $d_{VZ 3N/6}(X_4, Y_4)$, $d_{VZ 4N/6}(X_5, Y_5)$ та $d_{VZ 5N/6}(X_6, Y_6)$ – будь-які шість рівно віддалених точки із масиву отриманих даних за один повний оберт ротора.

Вирішення системи рівнянь (13) з урахуванням (11) дає змогу розрахувати координати центра $O'(X'_0, Y'_0)$ як

$$\begin{cases} X'_0 = \frac{2c_e d_e - e_e}{b_e - 4a_e c_e} \\ Y'_0 = \frac{2a_e c_e - d_e}{b_e - 4a_e c_e}. \end{cases} \quad (14)$$

Визначивши координати центра за результатами вирішення систем рівнянь (8) або (14), враховуючи початкові координати центра $O(X_0, Y_0)$, можна визначити значення ексцентриситету ε та кута α , що його характеризує. Використовуючи знайдені значення, можна побудувати траєкторію (годограф) руху центра та визначити тип ексцентриситету.

Запропонований спосіб має переваги у швидкості розрахунків при визначенні обвідної полюсів ротора, але є залежним від значення нерівномірності радіальних розмірів полюсів ротора, що призводять до появи несиметричного розташування точок, а також від наявності пропущених та/або нульових значень повітряного зазору, отриманих від вимірювачів повітряного зазору. Для мінімізації впливу зазначених факторів та збільшення інформативності контролю доцільно використовувати метод найменших квадратів для знаходження рівняння, що апроксимує виміряні значення зазору дані при їх представленні в полярній системі координат. Необхідність застосування методу найменших квадратів здійснюється шляхом перевірки гіпотези щодо належності отриманих даних до даних, які відповідають початковому або обраному стану повітряного зазору. Така перевірка може бути здійснена, наприклад, за допомогою застосування критерію χ^2 Пірсона відповідно до методик, описаних у роботах [19-21].

У випадку виявлення наявності нерівномірності геометричних параметрів полюсів ротора (модуляційної функції $f_{mp}(\theta_n) \neq 0$) та відсутності еліптичності $\varepsilon_{2p} \cong 0$ задача пошуку центра вирішується шляхом використання методу найменших квадратів у разі використання рівняння для кола (4), заданого в канонічній формі:

$$f(X_n, Y_n) = X_n^2 + Y_n^2 - 2X_n X_0 - 2Y_n Y_0 + X_0^2 + Y_0^2 - d_{VZn}^2 = 0. \quad (15)$$

У цьому разі координати центра $O'(X'_0, Y'_0)$ зводяться до пошуку значень, що мінімізують функціонал

$$\sum_{n=1}^N [f(X_n, Y_n)]^2 \rightarrow \min. \quad (16)$$

Умова (16) має тільки один мінімум, який можна знайти шляхом вирішення такої системи диференціальних рівнянь для шуканих значень (X'_0, Y'_0, d_{VZ}) :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sum_{n=1}^N [f(X_n, Y_n)]^2}{\partial X'_0} = 0 = & \left\{ \begin{array}{l} 2 \sum_{n=1}^N [f(X_n, Y_n) \cdot \partial f(X_n, Y_n) / \partial X'_0] = 0 \\ 2 \sum_{n=1}^N [f(X_n, Y_n) \cdot \partial f(X_n, Y_n) / \partial Y'_0] = 0 \\ 2 \sum_{n=1}^N [f(X_n, Y_n) \cdot \partial f(X_n, Y_n) / \partial d_{VZn}] = 0 \end{array} \right. \\ \frac{\partial \sum_{n=1}^N [f(X_n, Y_n)]^2}{\partial Y'_0} = 0 \Rightarrow \\ \frac{\partial \sum_{n=1}^N [f(X_n, Y_n)]^2}{\partial d_{VZn}} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \left(\sum_{n=1}^N X'_0 \cdot f(X_n, Y_n) - \sum_{n=1}^N X_n \cdot f(X_n, Y_n) \right) = 0 & \left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=1}^N X_n \cdot f(X_n, Y_n) = 0 \\ \sum_{n=1}^N Y_n \cdot f(X_n, Y_n) = 0 \\ \sum_{n=1}^N d_{VZn} \cdot f(X_n, Y_n) = 0. \end{array} \right. \\ 2 \left(\sum_{n=1}^N Y'_0 \cdot f(X_n, Y_n) - \sum_{n=1}^N Y_n \cdot f(X_n, Y_n) \right) = 0 \\ 2 \sum_{n=1}^N d_{VZn} \cdot f(X_n, Y_n) = 0 \end{cases} \quad (17)$$

Із урахуванням рівняння (15) для (17) будемо мати

$$\begin{cases} \sum_{n=1}^N (X_n^3 + X_n Y_n^2 - 2X_n^2 X'_0 - 2X_n Y_n Y'_0 + X_n X_0'^2 + X_n Y_0'^2 - X_n d_{VZn}^2) = 0 \\ \sum_{n=1}^N (X_n^2 Y_n + Y_n^3 - 2X_n Y_n X'_0 - 2Y_n^2 Y'_0 + Y_n X_0'^2 + Y_n Y_0'^2 - Y_n d_{VZn}^2) = 0 \\ \sum_{n=1}^N (X_n^2 d_{VZn} + Y_n^2 d_{VZn} - 2X_n X'_0 d_{VZn} - 2Y_n Y'_0 d_{VZn} + X_0'^2 d_{VZn} + Y_0'^2 d_{VZn} - d_{VZn}^3) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sum_{n=1}^N X_n^3 + \sum_{n=1}^N (X_n Y_n^2) - 2X'_0 \cdot \sum_{n=1}^N X_n^2 - 2Y'_0 \cdot \sum_{n=1}^N (X_n Y_n) + (X_0'^2 + Y_0'^2) \cdot \sum_{n=1}^N X_n - \sum_{n=1}^N (X_n d_{VZn}^2) = 0 \\ \sum_{n=1}^N (X_n^2 Y_n) + \sum_{n=1}^N Y_n^3 - 2X'_0 \cdot \sum_{n=1}^N (X_n Y_n) - 2Y'_0 \cdot \sum_{n=1}^N Y_n^2 + (X_0'^2 + Y_0'^2) \cdot \sum_{n=1}^N Y_n - \sum_{n=1}^N (Y_n d_{VZn}^2) = 0 \\ (X_0'^2 + Y_0'^2) = \frac{1}{N} \left(\sum_{n=1}^N d_{VZn}^2 - \sum_{n=1}^N X_n^2 - \sum_{n=1}^N Y_n^2 + 2X'_0 \cdot \sum_{n=1}^N X_n + 2Y'_0 \cdot \sum_{n=1}^N Y_n \right). \end{cases} \quad (18)$$

Використовуючи третє рівняння системи (18) для пошуку невідомих та скориставшись тим, що вираз (15) задає кореляційний зв'язок між (X_n, Y_n, d_{VZ}) , матимемо таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} \sum_{n=1}^N X_n^3 + \sum_{n=1}^N (X_n Y_n^2) - 2X'_0 \cdot \sum_{n=1}^N X_n^2 - 2Y'_0 \cdot \sum_{n=1}^N (X_n Y_n) + \\ + \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N X_n \cdot \left(\sum_{n=1}^N d_{VZn}^2 - \sum_{n=1}^N X_n^2 - \sum_{n=1}^N Y_n^2 + 2X'_0 \cdot \sum_{n=1}^N X_n + 2Y'_0 \cdot \sum_{n=1}^N Y_n \right) - \sum_{n=1}^N (X_n d_{VZn}^2) = 0 \\ \sum_{n=1}^N (X_n^2 Y_n) + \sum_{n=1}^N Y_n^3 - 2X'_0 \cdot \sum_{n=1}^N (X_n Y_n) - 2Y'_0 \cdot \sum_{n=1}^N Y_n^2 + \\ + \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N Y_n \cdot \left(\sum_{n=1}^N d_{VZn}^2 - \sum_{n=1}^N X_n^2 - \sum_{n=1}^N Y_n^2 + 2X'_0 \cdot \sum_{n=1}^N X_n + 2Y'_0 \cdot \sum_{n=1}^N Y_n \right) - \sum_{n=1}^N (Y_n d_{VZn}^2) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sum_{n=1}^N X_n^3 + \sum_{n=1}^N (X_n Y_n^2) - \sum_{n=1}^N (X_n d_{VZn}^2) + \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N X_n \cdot \left(\sum_{n=1}^N d_{VZn}^2 - \sum_{n=1}^N X_n^2 - \sum_{n=1}^N Y_n^2 \right) - \\ - 2X'_0 \cdot \left(\sum_{n=1}^N X_n^2 - \frac{2}{N} \cdot \sum_{n=1}^N X_n \cdot \sum_{n=1}^N X_n \right) - 2Y'_0 \cdot \left(\sum_{n=1}^N (X_n Y_n) - \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N Y_n \cdot \sum_{n=1}^N X_n \right) = 0 \\ \sum_{n=1}^N Y_n^3 + \sum_{n=1}^N (X_n^2 Y_n) - \sum_{n=1}^N (Y_n d_{VZn}^2) + \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N Y_n \cdot \left(\sum_{n=1}^N d_{VZn}^2 - \sum_{n=1}^N X_n^2 - \sum_{n=1}^N Y_n^2 \right) - \\ - 2X'_0 \cdot \left(\sum_{n=1}^N (X_n Y_n) - \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N X_n \cdot \sum_{n=1}^N Y_n \right) - 2Y'_0 \cdot \left(\sum_{n=1}^N Y_n^2 - \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N Y_n \cdot \sum_{n=1}^N Y_n \right) = 0. \end{cases} \quad (19)$$

З метою спрощення запису системи рівнянь (19) введемо нові змінні:

$$\begin{aligned} a_{CSM1} &= \sum_{n=1}^N X_n^2 - \frac{2}{N} \cdot \sum_{n=1}^N X_n \cdot \sum_{n=1}^N X_n; & a_{CSM2} &= \sum_{n=1}^N (X_n Y_n) - \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N X_n \cdot \sum_{n=1}^N Y_n; \\ b_{CSM1} &= \sum_{n=1}^N (X_n Y_n) - \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N Y_n \cdot \sum_{n=1}^N X_n; & b_{CSM2} &= \sum_{n=1}^N Y_n^2 - \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N Y_n \cdot \sum_{n=1}^N Y_n; \\ c_{CSM1} &= \sum_{n=1}^N X_n^3 + \sum_{n=1}^N (X_n Y_n^2) - \sum_{n=1}^N (X_n d_{VZn}^2) + \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N X_n \left(\sum_{n=1}^N d_{VZn}^2 - \sum_{n=1}^N X_n^2 - \sum_{n=1}^N Y_n^2 \right); \\ c_{CSM2} &= \sum_{n=1}^N Y_n^3 + \sum_{n=1}^N (X_n^2 Y_n) - \sum_{n=1}^N (Y_n d_{VZn}^2) + \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N Y_n \left(\sum_{n=1}^N d_{VZn}^2 - \sum_{n=1}^N X_n^2 - \sum_{n=1}^N Y_n^2 \right), \end{aligned}$$

тоді

$$\begin{cases} 2X'_0 \cdot a_{CSM1} + 2Y'_0 \cdot b_{CSM1} = c_{CSM1} \\ 2X'_0 \cdot a_{CSM2} + 2Y'_0 \cdot b_{CSM2} = c_{CSM2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X'_0 = \frac{b_{CSM1} \cdot c_{CSM2} - b_{CSM2} \cdot c_{CSM1}}{2(a_{CSM1} \cdot b_{CSM2} - a_{CSM2} \cdot b_{CSM1})} \\ Y'_0 = \frac{a_{CSM1} \cdot c_{CSM2} - a_{CSM2} \cdot c_{CSM1}}{2(a_{CSM1} \cdot b_{CSM2} - a_{CSM2} \cdot b_{CSM1})} \end{cases} \quad (20)$$

Визначаючи координати центра за результатами вирішення систем рівнянь (20) та враховуючи початкові координати центра $O(X_0, Y_0)$, можна визначити значення ексцентриситету ε та кута α , що його характеризує за наявності модуляційної функції $f_{mp}(\theta_n)$. Як і в минулому випадку використовуючи знайдені значення, можливо будувати траєкторію (годограф) руху центра та визначати тип ексцентриситету.

У випадку виявлення наявності нерівномірності геометричних параметрів полюсів ротора (модуляційної функції $f_{mp}(\theta_n) \neq 0$) та еліптичності $\varepsilon_{2p} \neq 0$ задача пошуку центра вирішується шляхом використання методу найменших квадратів для моделі еліпса, заданого його канонічним рівнянням (10), виконується аналогічно розглянутому випадку із рівнянням для кола, що описує форму ротора.

Висновки:

1. Отримано результати для аналітичного визначення параметрів форми обвідної полюсів ротора гідрогенератора та її просторових параметрів, ступінь ексцентриситету ротора та його параметрів.

2. Для визначення параметрів обвідної використано дані про величини повітряних зазорів між ротором і статором, отримані від системи вимірювачів, встановлених на розточенні осердя статора.

3. Отримані результати можуть бути використані при розробці програмно-математичного забезпечення в системах контролю та діагностики гідрогенераторів.

1. Левицький А.С., Зайцев Є.О., Кромпляс Б.А. Визначення функції перетворення ємнісного сенсора повітряного зазору в гідрогенераторі SGK 538/160-70М. *Праці Інституту електродинаміки Національної академії наук України*. Київ, 2016. Вип. 43. С. 134–137.
2. Бабак С.В., Мыслович М.В., Сысак Р.М. Статистическая диагностика электротехнического оборудования. Киев: ИЭД НАН Украины, 2015. 456 с.
3. Коваль А.А., Нецевский А.Б. Эксплуатационный контроль асимметрии магнитного поля в воздушном зазоре гидрогенератора. *Энергетика и электрификация*. Київ, 1984. № 2. С. 17–20.
4. Патент України на винахід UA 115924 C2, G01B 7/14, G01D 5/24. Ємнісний сенсор для вимірювання повітряного зазору в генераторах / Левицький А.С., Зайцев Є.О., Кромпляс Б.А. – заявник Інститут електродинаміки НАН України. – № а 2016 03404; заявл. 01.04.2016; публ. 10.01.2018. – Бюл. № 1/2018.
5. Pollock G.B., Lyles I.F. Vertical hydraulic generators experience with dynamic air gap monitoring. *IEEE Transactions on Energy Conversion*. Vancouver (Canada), 1992. Vol. 7, № 4. С. 680–668.
6. Левицький А.С., Федоренко Г.М., Грубой О.П. Контроль стану потужних гідро- та турбогенераторів за допомогою ємнісних вимірювачів параметрів механічних дефектів. Київ: Ін-т електродинаміки НАН України, 2011. 242 с.
7. Griščenko M. Air gap monitoring unit generator to advance vibration diagnostic procedure: Summary of the Doctoral Thesis: Summary of the Doctoral Thesis. Riga: RTU, 2015. 20 с.

8. Volkovas V., Mikalauskas R., Eidukeviciute M. Air gap measuring system for purpose of diagnostics and condition monitoring. *Thesis conference 3rd International Congress of Technical Diagnostics' 2004*. Poznan(POLAND), 2004. Vol. 30(2). С. 169–174.
9. Airgap sensors. Режим доступу: <http://www.mc-monitoring.com/sensors/airgap-sensors.html>. (дата звернення: 10.03.2018)
10. Air Gap Monitoring SA. Режим доступу: <http://pdf.directindustry.com/pdf/mc-monitoring/agt-525/163977-644798.html> (дата звернення: 10.03.2018)
11. Левицький А.С., Зайцев Є.О. Гібридні волоконно-оптичні вимірювачі контрольно-діагностичних параметрів гідрогенераторів. *Гідроенергетика України*. Київ, 2016. № 3-4. С. 32–33.
12. Zaitsev I.O., Levytskyi A.S., Kromplyas B.A. Hybrid capacitive sensor for hydro- and turbo generator monitoring system. *Proceedings of the International conference on modern electrical and energy system (MEES-17)*. Kremenchuk (Ukraine), 2017. С. 288–291.
13. Зайцев Є.О., Левицький А.С., Кромпляс Б.А., Сидорчук В.Є. Розробка апаратно-програмного забезпечення системи контролю повітряного зазору гідрогенераторів. *Електротехнічні та комп'ютерні системи*. Одеса, 2017. № 24(100). С.151–161.
14. Зайцев Е.А., Левицкий А.С., Сидорчук В.Е. Система контроля воздушного зазора гидрогенераторов. *Приборы и методы измерений*. Минск, 2017. Т.8, № 2. С. 122–130. DOI: 10.21122/2220-9506-2017-8-2-122-130
15. СОУ-Н ЕЕ 20.302:2007. Норми випробування електрообладнання – Офіц. вид., наказ Мінпаливенерго 2007-01-15 г. №13. Київ: ОЕП «ГРИФРЕ»: Мін-во палива та енергетики України, 2007. 262 с.
16. Нецевский А.Б., Геллер Р.Л., Щетинин А.Д. Устранение асимметрии воздушного зазора в гидрогенераторе типа СВ 1340/50-96. *Электрические станции*. Москва, 1975. № 1. С. 45–48.
17. Зайцев Е.А., Сидорчук В.Е., Шпилька А.Н. Использование спектрального анализа методом Берга при построении программно-математического обеспечения оптических систем вибродиагностики. *Приборы и методы измерений*. Минск, 2016. Т. 7, № 2. С. 186–194. DOI: 10.21122/2220-9506-2016-7-2-186-194
18. Poularikas A.D. *The Transforms and Applications Handbook*. Boca Raton(USA):CRC Press LLC, 2000. 1233 с.
19. Мардиа К. Статистический анализ угловых наблюдений. Москва: Наука, 1978. 240 с.
20. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А. Анализ данных на компьютере. Москва: ИНФРА-М, 2002. 528 с.
21. Большев Л. Н., Смирнов Н. В. Таблицы математической статистики. Москва: Наука, 1983. 416 с.

УДК 621.3

Е.А. Зайцев, канд. техн. наук, **А.С. Левицкий**, докт. техн. наук

Институт электродинамики НАН Украины,

пр. Победы, 56, Киев–57, 03680, Украина

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ОГИБАЮЩЕЙ ПОЛЮСОВ РОТОРА ГИДРОГЕНЕРАТОРОВ ПО ДАННЫМ СЕНСОРОВ ВОЗДУШНОГО ЗАЗОРА

Разработаны математические модели, которые могут быть использованы для реализации программно-математического обеспечения систем технической диагностики гидрогенераторов при определении некоторых механических дефектов мощных генераторов. Рассмотрены способы аналитического определения параметров искажения огибающей полюсов ротора гидрогенератора. Для определения используются данные о величинах воздушных зазоров между каждым полюсом ротора и расточкой сердечника статора от системы сенсоров воздушного зазора, размещенных на расточке сердечника. Определены математические зависимости, характеризующие искажения огибающей полюсов ротора гидрогенератора. Предложено использование метода наименьших квадратов для определения центра обводной полюсов ротора. Показано, что при этом методе определения центра уменьшается влияние разброса радиальных размеров полюсов ротора. Установлены аналитические зависимости для определения центра обводной полюсов ротора как при наличии, так и при отсутствии неравномерности воздушного зазора между статором и ротором, вызванной разбросом радиальных размеров полюсов ротора. Аналитически установленные параметры огибающей ротора могут быть использованы для построения траектории (годограф) движения центра ротора и при определении степени эксцентриситета ротора. Библ. 21.

Ключевые слова: турбогенератор, сердечник статора, стяжная призма, усилие, измерение, трубчатый упругий элемент, функция преобразования, погрешность.

I.O. Zaitsev, A.S. Levytskyi,

Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine,

Peremohy, 56, Kyiv-57, 03057, Ukraine

ANALYTICAL DETERMINATION OF THE HYDROGENERATOR ROTOR ENVELOPE POLES GEOMETRICAL PARAMETERS BASED ON AIR GAP SENSORS SIGNALS

This paper are devoted to the development of mathematical models that can be used to implement software and software for the systems of technical diagnostics of hydrogenerators in determining mechanical defects of high-power generators based on data obtained from the sensor system installed on the bore of the stator core. Methods for the analyti-

cal determination of the distortion parameters of the envelope of the rotor of a hydrogenerator are considered. For the determination, data are used about the values of the air gaps between the rotor and the stator, measured with the aid of an air gap measuring system placed on the bore of the stator core. The mathematical dependences describing the distortions of the envelope of the rotor poles of the hydrogenerator are determined. The use of the method of least squares to determine the center of the rim of the rotor is proposed. It is shown that in this case the influence of the spread of the geometric parameters of the rotor poles on the determination of the center of the rotor rim is reduced. Analytical dependencies for determining the center of the rotor rim are established, provided that the component of the uneven air gap between the stator and the rotor is present and absent, caused by the scatter of geometrical parameters of the rotor poles. Analytically, the parameters of the envelope of the rotor can be used to plot the trajectory (hodograph) of the motion of the center of the rotor and in determining its degree of eccentricity. References 21.

Key words: turbogenerator, stator core, tightening prism, effort, cylindrical elastic sensor element, error, measurements, conversion function.

1. Levytskyi A.S., Zaitsev E.A., Kromplyas B.A. Determination of the response characteristic of the capacitive sensor of the air gap in the hydrogenerator CIK 538/160-70M. *Pratsi Instytutu elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy*. Kyiv, 2016. Vol. 43. P. 134–137.
2. Babak SV, Myslowich MV, Sysak RM Statistical diagnostics of electrical equipment. Kyiv: IED NAS of Ukraine, 2015. 456 p.
3. Koval AA, Netseevsky AB Operational control of the asymmetry of the magnetic field in the air gap of the generator. *Power and electrification*. Kiev, 1984. № 2. P. 17–20.
4. Levytskyi A.S., Zaitsev E.A., Kromplyas B.A. "Capacitive sensor for measuring air gap in generators" Patent UA 115924 C2, G01B 7/14, G01D 5/24. Publ. 10.01.2018.
5. Pollock G.B., Lyles I.F. Vertical hydraulic generators experience with dynamic air gap monitoring. *IEEE Transactions on Energy Conversion*. Vancouver (Canada), 1992. Vol. 7, № 4. C. 680–668.
6. Levitsky AS, Fedorenko GM, Gruba O.P. Control of the state of powerful hydro and turbogenerators by means of capacitive measuring instruments of mechanical defects parameters. Kyiv: Institute of Electrodynamics, NAS of Ukraine, 2011. 242 p.
7. Griščenko M. Air gap monitoring unit generator to advance vibration diagnostic procedure: Summary of the Doctoral Thesis: Summary of the Doctoral Thesis. Riga: RTU, 2015. 20 p.
8. Volkovas V., Mikalauskas R., Eidukeviciute M. Air gap measuring system for purpose of diagnostics and condition monitoring. *Thesis conference 3rd International Congress of Technical Diagnostics' 2004*. Poznan(POLAND), 2004. Vol.30(2). P.169–174.
9. Airgap sensors. Access mode: <http://www.mc-monitoring.com> (Access data: 10.03.2018)
10. Air Gap Monitoring SA. Access mode: <http://pdf.directindustry.com/pdf/mc-monitoring/agt-525/163977-644798.html> (Access data: 10.03.2018)
11. Levytsky AS, Zaitsev I.O. Hybrid fiber-optic meters for control and diagnostic parameters of hydrogenerators. *Hydropower of Ukraine*. Kyiv, 2016. No. 3-4. P. 32–33.
12. Zaitsev I.O., Levytskyi A.S., Kromplyas B.A. Hybrid capacitive sensor for hydro- and turbo generator monitoring system. *Proceedings of the International conference on modern electrical and energy system (MEES-17)*. Kremenchuk (Ukraine), 2017. P. 288-291.
13. Zaitsev O.I, Levytskyi A. S., Kromplyas B. A., Sydorhuk V.I. Development of the hardware and software solutionfor system of control air gap in the hydrogenerators. *Electrotechnic and computer systems*. Odesa, 2017. №24(100). P.151–161.
14. Zaitsev I.O., Levytskyi A.S., Sydorhuk V.E. Air gap control system for hydrogenerators. *Devices and Methods of Measurements*. Minsk, 2017. Vol.8, № 2. P. 122–130. DOI: 10.21122/2220-9506-2017-8-2-122-130
15. COY-H EE 20.302: 2007. Standards for testing electrical equipment - Officer. Kind., the order of the Ministry of Fuel and Energy of 2007-01-15, No. 13. Kyiv: ORE "GRYFRE": Ministry of Fuel and Energy of Ukraine, 2007. 262 p.
16. Netseevsky AB, Heller RL, Shchetinin AD Elimination of asymmetry of the air gap in a hydro generator of the type SV 1340 / 50-96. *Electric stations*. Moscow, 1975. № 1. P. 45–48.
17. Zaitsev E.O., Sydorhuk V.E., Shpilka A.N. Application of the spectrum analysis with using Berg method to developed special software tools for optical vibration diagnostics system. *Devices and Methods of Measurements*. Minsk, 2016. Vol. 7, № 2. P. 186–194. DOI: 10.21122/2220-9506-2016-7-2-186-194
18. Poularikas A.D. The Transforms and Applications Handbook. Boca Raton: CRC Press, 2000. 1233 p.
19. Mardia K. Statistical analysis of angular observations. Moscow: Nauka, 1978. 240 p.
20. Tyurin Yu.N., Makarov A.A. Analyze data on the computer. Moscow: INFRA-M, 2002. 528 p.
21. Bolshev L.N., Smirnov N.V. Tables of mathematical statistics. Moscow: Nauka, 1983. 416 p.

Надійшла 25.05.2018

Received 25.05.2018