

УДК 621.311

DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2021.59.043>

## ДОСЛІДЖЕННЯ РЕЖИМУ НАПРУГИ В ДАЛЬНІХ ЛІНІЯХ ЕЛЕКТРОПЕРЕДАЧІ ЗМІННОГО СТРУМУ

Т.Л. Кацадзе\*, канд. техн. наук, Д.В. Настенко\*\*, О.М. Паненко\*\*\*, О.М. Янковська\*\*\*\*  
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»,  
пр. Перемоги, 37, Київ, 03056, Україна  
e-mail: [teymuraz@ukr.net](mailto:teymuraz@ukr.net)

*У роботі наведено результати дослідження розподілу напруги вздовж дальньої лінії електропередачі змінного струму. Представлено математичну модель розподілу напруги вздовж фактичної та ідеалізованої лінії. Досліджено залежність похибки моделювання профілю напруги за ідеалізації електропередачі від активного та реактивного навантаження, яке несе лінія. Запропоновано спосіб та математичні моделі визначення координати екстремальної точки за напругою вздовж траси лінії. Досліджено залежність похибки визначення екстремальної за напругою точки від навантаження та довжини електропередачі для ідеалізованої та лінеаризованої моделей, а також моделей другого та третього порядків. Показано можливість застосування запропонованих моделей в завданнях регулювання та налагодження параметрів гнучких ліній електропередач. Бібл. 12, рисунок, табл. 4.*

**Ключові слова:** дальня лінія електропередачі змінного струму, ефект Ферранті, гнучка електропередача, розподіл напруги.

**Вступ.** Формування сучасної системи передачі та розподілу електричної енергії вимагає застосування новітніх підходів до регулювання режимів електричних систем, зокрема, до створення електричних мереж, які самоорганізуються, змінюючи свої параметри відповідно до поточних умов робочого режиму. Для досягнення цієї мети широкого застосування набувають FACTS-технології, застосування яких забезпечує самоналагодження ліній електропередачі, що забезпечує гнучкість системи передачі електричної енергії, збільшення пропускної здатності магістральної електричної мережі, раціональне регулювання напруги в електричній системі тощо [1]. До FACTS-пристроїв відносять у тому числі керовані шунтувальні реактори (КШР), призначені для компенсації надлишкової зарядної потужності магістральних ліній електропередачі [2].

Формування законів регулювання параметрів КШР вимагає врахування експлуатаційних характеристик робочих режимів магістральних електричних мереж, які визначаються надвеликими зарядними струмами ліній електропередачі надвисокої номінальної напруги. Протікання таких струмів зумовлює виникнення ефекту Ферранті, що проявляється в збільшенні рівня напруги ближче до кінця лінії електропередачі [3, 4], тобто в певних режимах енергія передається від вузла з меншою напругою до вузла з більшою напругою.

Зазначимо особливості виникнення ефекту Ферранті в лініях електропередачі великої довжини, у яких зарядні потужності лінії певним чином розподіляються між вузловими підстанціями на початку та наприкінці лінії і, як наслідок, збільшення напруги спостерігається в проміжних точках лінії електропередачі, тобто спостерігається так званий «горб» профілю напруги вздовж траси лінії [4, 5]. Відомо, що найбільше зростання напруги внаслідок ефекту Ферранті спостерігається в режимах малих навантажень, коли зарядна потужність лінії електропередачі не скомпенсована індуктивними втратами, обумовленими робочим струмом лінії.

Тут треба зважати на жорсткі обмеження щодо допустимих перенапруг у лініях електропередачі надвисокої номінальної напруги. Так, відповідно до [6] ізоляційні підвіси повітряних ліній надвисокої напруги, зовнішня ізоляція електроустаткування та ізолятори розподільчих пристроїв повинні мати 50 %-ві розрядні напруги не нижче 315 кВ для ліній елект-

ропередачі напругою 330 кВ; 460 кВ – для ліній електропередачі напругою 500 кВ; 685 кВ – для ліній електропередачі напругою 750 кВ на відміну від ізоляції ліній напругою до 220 кВ, які повинні мати такий показник на рівні лінійної номінальної напруги. Така ситуація визначає обмеження допустимої перенапруги в нормальних режимах лінії електропередачі надвисокої напруги не більше 10 % у мережах напругою 330 кВ та 5 % у мережах напругою 500 кВ і 750 кВ [7].

Отже, можна визначити постановку завдання визначення найбільшої робочої напруги лінії електропередачі для оптимізації заходів, спрямованих на нормалізацію профілю напруги вздовж траси лінії. Відомі підходи до моделювання розподілу діючих (амплітудних) значень напруги вздовж лінії електропередачі базуються на громіздких міркуваннях [8], ідеалізації лінії електропередачі [9, 10] або дискретизації лінії електропередачі [11], що ускладнює оперативне визначення максимальної напруги вздовж траси лінії, наприклад, під час налагодження параметрів КШР у складі гнучкої лінії електропередачі відповідно до умов поточного режиму лінії електропередачі, та визначає похибку моделювання дальньої лінії електропередачі.

**Мета роботи** полягає в дослідженні законів розподілу напруги вздовж траси лінії та розробленні методу визначення координати точки з екстремальною напругою.

### Математична модель розподілу напруги вздовж лінії електропередачі.

Розподіл векторів напруги вздовж лінії електропередачі визначається відомими виразами за умовами початку або кінця лінії електропередачі відповідно

$$\begin{aligned}\underline{U}(x) &= \underline{U}_1 \cosh(\gamma_0 x) - \underline{I}_1 Z_c \sinh(\gamma_0 x); \\ \underline{U}(x) &= \underline{U}_2 \cosh(\gamma_0 x) + \underline{I}_2 Z_c \sinh(\gamma_0 x),\end{aligned}$$

де  $\underline{U}_1, \underline{U}_2, \underline{I}_1, \underline{I}_2$  – вектори напруги та струму на початку і наприкінці лінії електропередачі;  $Z_c$  – хвильовий опір лінії електропередачі;  $\gamma_0$  – коефіцієнт поширення електромагнітної хвилі;  $x$  – відстань від базисного кінця лінії електропередачі.

Розглянемо розв'язання задачі оцінювання режиму напруги вздовж ідеалізованої лінії електропередачі (без урахування втрат активної потужності) за умовами початку. У загальному випадку вектор напруги в довільній проміжній точці лінії електропередачі визначають за виразом

$$\underline{U}(x) = U_1 \cos(\beta_0^i x) - j \frac{\underline{S}_1^*}{U_1} Z_c^i \sin(\beta_0^i x), \quad (1)$$

де  $\underline{S}_1$  – потік потужності на початку лінії електропередачі;  $Z_c^i, \beta_0^i$  – хвильовий опір та коефіцієнт фази ідеалізованої лінії електропередачі;  $x$  – відстань від початку лінії електропередачі.

Якщо потужність навантаження на початку лінії електропередачі виразити у відносних одиницях щодо натуральної, а напругу – у відносних одиницях щодо номінальної, вираз (1) набуває вигляду

$$\underline{U}(x) = U_{1*} U_n \cos(\beta_0^i x) - j \frac{\underline{S}_{1*}^* P_c}{U_{1*} U_n} Z_c^i \sin(\beta_0^i x),$$

звідки

$$\underline{U}(x) = U_{1*} \left( \left( \cos(\beta_0^i x) - \frac{Q_{1*}}{U_{1*}^2} \sin(\beta_0^i x) \right) - j \frac{P_{1*}}{U_{1*}^2} \sin(\beta_0^i x) \right), \quad (2)$$

де  $U_n, P_c$  – номінальна напруга та натуральна потужність лінії електропередачі відповідно;  $U_{1*}$  – напруга на початку лінії електропередачі у відносних одиницях;  $\underline{S}_{1*}, P_{1*}, Q_{1*}$  – повна, активна та реактивна потужності на початку лінії електропередачі відповідно у відносних одиницях.

Своєю чергою модуль вектора напруги в довільній точці лінії електропередачі становить

$$U(x) = U_1 \sqrt{\left( \cos(\beta_0^i x) - \frac{Q_1^*}{U_1^{*2}} \sin(\beta_0^i x) \right)^2 + \left( \frac{P_1^*}{U_1^{*2}} \sin(\beta_0^i x) \right)^2}. \quad (3)$$

Аналіз виразу (3) свідчить про те, що напруга у довільній точці ідеалізованої лінії електропередачі пропорційна напрузі на початку лінії, коефіцієнт пропорційності визначається електричною довжиною ділянки від початку лінії до поточної точки та навантаженням на початку лінії електропередачі.

Для фактичної лінії електропередачі з урахуванням втрат активної потужності вираз для визначення розподілу діючих значень напруги можна дістати на підставі аналогічних викладок:

$$U(x) = \sqrt{k_{10}^U U_1^2 + k_{1k}^U I_1^2 + k_{1P}^U P_1 + k_{1Q}^U Q_1}, \quad (4)$$

де  $U_1, I_1$  – модулі векторів напруги та струму на початку лінії електропередачі;  $P_1, Q_1$  – активна та реактивна потужності навантаження на початку лінії електропередачі;  $k_{10}^U, k_{1k}^U, k_{1P}^U, k_{1Q}^U$  – коефіцієнти розподілу напруги: за неробочого ходу лінії електропередачі, за короткого замикання лінії електропередачі, транзиту активної потужності та транзиту реактивної потужності відповідно.

Коефіцієнти розподілу напруги у виразі (4) визначають у такий спосіб:

$$\begin{aligned} k_{10}^U &= \frac{1}{2} (\cosh(2\alpha_0 x) + \cos(2\beta_0 x)); \\ k_{1k}^U &= \frac{1}{2} Z_c^2 (\cosh(2\alpha_0 x) - \cos(2\beta_0 x)); \\ k_{1P}^U &= -p_c \sinh(2\alpha_0 x) + q_c \sin(2\beta_0 x); \\ k_{1Q}^U &= -p_c \sin(2\beta_0 x) - q_c \sinh(2\alpha_0 x), \end{aligned}$$

де  $Z_c, p_c, q_c$  – абсолютне значення, дійсна та уявна складові хвильового опору лінії електропередачі;  $\alpha_0, \beta_0$  – коефіцієнти послаблення та фази поширення електромагнітної хвилі.

В аналогічний спосіб можна визначити розподіл напруги вздовж лінії електропередачі за умовами кінця.

Для ідеалізованої лінії електропередачі такий розподіл визначається виразом

$$U(x) = U_2 \sqrt{\left( \cos(\beta_0^i x) + \frac{Q_2^*}{U_2^{*2}} \sin(\beta_0^i x) \right)^2 + \left( \frac{P_2^*}{U_2^{*2}} \sin(\beta_0^i x) \right)^2}, \quad (5)$$

де  $U_2$  – напруга наприкінці лінії електропередачі;  $P_2^*, Q_2^*$  – активна та реактивна потужності навантаження наприкінці лінії електропередачі у відносних одиницях щодо натуральної потужності лінії відповідно;  $\beta_0^i$  – коефіцієнт фази ідеалізованої лінії електропередачі;  $x$  – відстань від кінця лінії електропередачі.

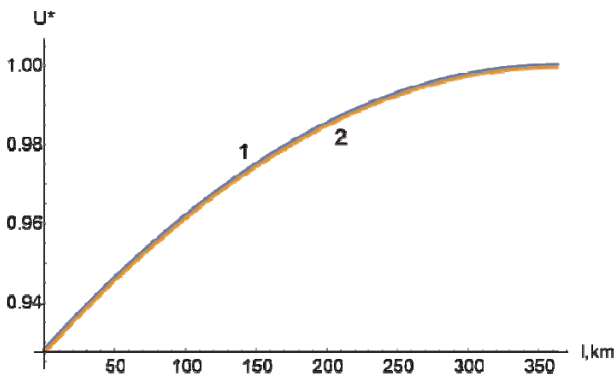
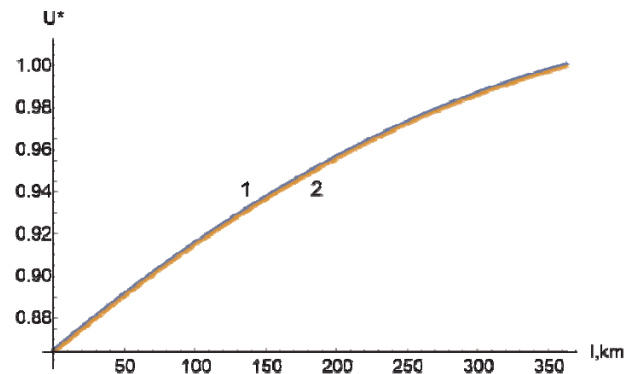
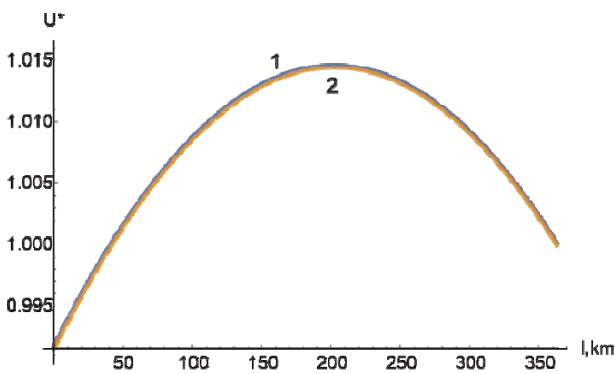
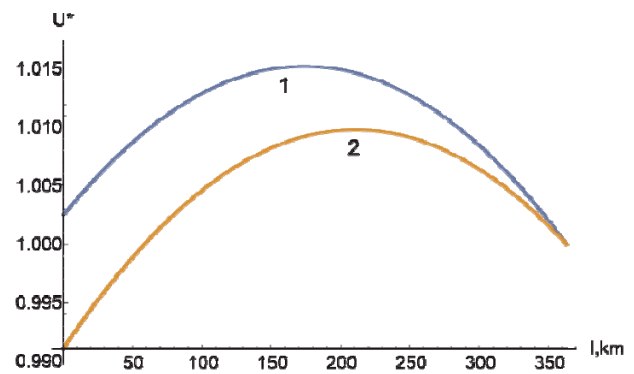
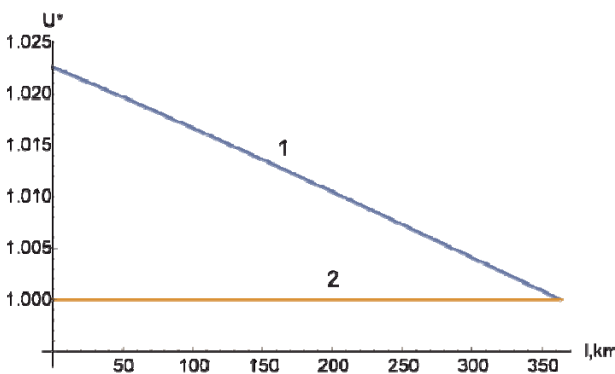
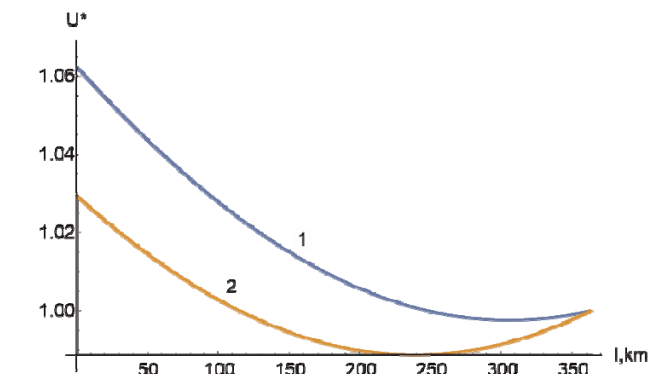
Для фактичної лінії електропередачі з урахуванням втрат активної потужності вираз для розподілу напруги вздовж лінії за умовами кінця має вигляд

$$U(x) = \sqrt{k_{20}^U U_2^2 + k_{2k}^U I_2^2 + k_{2P}^U P_2 + k_{2Q}^U Q_2}, \quad (6)$$

де коефіцієнти розподілу напруги становлять

$$\begin{aligned} k_{20}^U &= k_{10}^U = \frac{1}{2} (\cosh(2\alpha_0 x) + \cos(2\beta_0 x)); \\ k_{2k}^U &= k_{1k}^U = \frac{1}{2} Z_c^2 (\cosh(2\alpha_0 x) - \cos(2\beta_0 x)); \\ k_{2P}^U &= -k_{1P}^U = p_c \sinh(2\alpha_0 x) - q_c \sin(2\beta_0 x); \\ k_{2Q}^U &= -k_{1Q}^U = q_c \sinh(2\alpha_0 x) + p_c \sin(2\beta_0 x). \end{aligned}$$

На рисунку представлено епюри розподілу напруги вздовж типової лінії електропередачі напругою 750 кВ завдовжки 363 км із конструкцією фази 4×АС-400/93 на проміжних опорах ПП 750-1, що відповідає проектній документації лінії «Західноукраїнська–Вінницька». Моделювання виконано в середовищі Wolfram Mathematica для таких режимів лінії електропередачі: за неробочого ходу (рис. *a*); за ємнісного навантаження лінії (рис. *б*); за індуктивного навантаження лінії (рис. *в*); за активно-індуктивного навантаження лінії, меншого за натуральну потужність лінії електропередачі (рис. *г*); за активного навантаження лінії, що дорівнює натуральній потужності лінії електропередачі (рис. *д*); за активно-ємнісного навантаження лінії, що перевищує натуральну потужність лінії електропередачі (рис. *е*). На рисунку криві 1 представляють розподіл напруги фактичної лінії електропередачі, а криві 2 – ідеалізованої.

*a**б**в**г**д**е*

Аналіз інформації, наведеної на рисунку, призводить до таких висновків:

1) за відсутності активного навантаження лінії електропередачі криві розподілу напруги фактичної та ідеалізованої ліній практично збігаються (рис. *a-в*). Зі збільшенням активного навантаження лінії електропередачі зростає розбіг між такими кривими (рис. *г-е*);

2) у режимі неробочого ходу лінії електропередачі максимальна напруга має місце наприкінці лінії, що обумовлено ефектом Ферранті за протікання ємнісних зарядних струмів лінією (рис. а). Схожа ситуація має місце за суто ємнісного навантаження лінії електропередачі, коли потоки реактивної потужності направлені в бік енергосистеми на початку лінії електропередачі (рис. б);

3) за суто індуктивного навантаження наприкінці лінії електропередачі (у приймальну енергосистему надходить частина надлишкової зарядної потужності лінії) спостерігається «горб» профілю напруги через розподіл ємнісних зарядних струмів між поєднаними енергосистемами (рис. в). Аналогічна, але менш виражена ситуація має місце в разі активно-індуктивного навантаження, меншого за натуральну потужність лінії електропередачі (рис. г);

4) у разі навантаження лінії натуральною потужністю спостерігається майже лінійний спад напруги вздовж лінії електропередачі (лінія 1 на рис. д), а для ідеалізованої лінії електропередачі профіль напруги залишається незмінним вздовж всієї лінії (лінія 2 на рис. д);

5) за навантаження лінії, що перевищує натуральну потужність лінії електропередачі, спостерігається «провал» профілю напруги, обумовлений потоками реактивної потужності в лінію із суміжних енергосистем у режимах, коли індуктивні втрати реактивної потужності перевищують ємнісну зарядну потужність лінії (рис. е).

Аналіз розподілу напруги вздовж дальньої лінії електропередачі зазвичай має на меті дослідження допустимості перенапруги, яка виникає в режимах малих навантажень за умовами обмежень лінійної ізоляції. Вище було зазначено, що за умовами роботи лінійної ізоляції тривале перевищення фактичної робочої напруги понад номінальне значення жорстко обмежено. У жодній з вузлових і проміжних точок лінії в будь-якому її режимі не може бути порушена умова

$$U \leq k_{\max} U_n,$$

де  $U$  – фактична робоча напруга у вузлових і проміжних точках лінії електропередачі;  $k_{\max}$  – коефіцієнт допустимої перенапруги, значення якого дорівнює 1,1 для ліній номінальної напруги 330 кВ і 1,05 для ліній номінальної напруги 500 кВ і вище [7].

Із аналізу даних, наведених на рисунку, видно, що в режимах малих навантажень напруга досягає свого найбільшого значення здебільшого в проміжних точках ділянок лінії. Тому одним із практичних завдань дослідження режимів дальньої лінії електропередачі є визначення координати точки на ділянці лінії, у якій спостерігається найбільша напруга, і оцінювання цієї величини.

Таке завдання можна розглядати як екстремальну задачу пошуку точки, у якій похідна  $\partial U(x)/\partial x$  змінює свій знак із додатного на від'ємний під час пересування від початку ділянки лінії. В оцінкових розрахунках доцільно визначати координату точки з максимальною напругою для ідеалізованої лінії електропередачі. У цьому разі треба прирівняти до нуля похідну від виразу (3):

$$\frac{\partial U(x)}{\partial x} = \frac{U_1 \beta_0' (-2Q_{1*} U_{1*}^2 \cos(2\beta_0^i x) - (U_{1*}^4 - P_{1*}^2 - Q_{1*}^2) \sin(2\beta_0^i x))}{2U_{1*}^4 \sqrt{\left(\cos(\beta_0^i x) - \frac{Q_{1*}}{U_{1*}^2} \sin(\beta_0^i x)\right)^2 + \left(\frac{P_{1*}}{U_{1*}^2} \sin(\beta_0^i x)\right)^2}} = 0$$

або

$$-2Q_{1*} U_{1*}^2 \cos(2\beta_0^i x) = (U_{1*}^4 - P_{1*}^2 - Q_{1*}^2) \sin(2\beta_0^i x), \quad (7)$$

звідки

$$x_e = \frac{1}{2\beta_0^i} \arctan\left(\frac{-2Q_{1*} U_{1*}^2}{U_{1*}^4 - P_{1*}^2 - Q_{1*}^2}\right), \quad (8)$$

де  $P_{1*}$ ,  $Q_{1*}$  – активна та реактивна потужності на початку лінії електропередачі у відносних одиницях щодо натуральної потужності лінії.

В аналогічний спосіб можна розв'язати задачу пошуку координати точки з найбільшою напругою за умовами кінця лінії електропередачі. Зокрема, для ідеалізованої лінії електропередачі треба прирівняти до нуля похідну від виразу (5):

$$x_e = \frac{1}{2\beta_0^i} \arctan\left(\frac{2Q_{2*}U_{2*}^2}{U_{2*}^2 - P_{2*}^2 - Q_{2*}^2}\right). \quad (9)$$

Визначену за (9) відстань треба відраховувати від кінця лінії електропередачі.

Можливий випадок, що розрахунки за виразами (8) або (9) дадуть від'ємне значення координати шуканої точки, або величину, більшу за довжину лінії. Це означає, що точка з найбільшою робочою напругою розташовується на початку або наприкінці лінії електропередачі відповідно до порушеної межі.

Треба зауважити, що розрахунки за виразами (8) та (9) дають наближене значення координати шуканої точки, що обумовлено ідеалізацією дальньої лінії електропередачі. Фактична координата буде віддалена від отриманого результату тим більше, чим більше буде активне навантаження лінії електропередачі. Така ситуація проілюстрована, наприклад, на рис. 2.

Якщо розглядати задачу з визначення розподілу напруги вздовж траси лінії за умовами кінця (6), то для точного знаходження координати точки з найбільшою робочою напругою треба розв'язати рівняння

$$\frac{\partial U(x)}{\partial x} = \frac{dk_{20}^U U_2^2 + dk_{2k}^U I_2^2 + dk_{2P}^U P_2 + dk_{2Q}^U Q_2}{2\sqrt{k_{20}^U U_2^2 + k_{2k}^U I_2^2 + k_{2P}^U P_2 + k_{2Q}^U Q_2}} = 0$$

або

$$dk_{20}^U U_2^2 + dk_{2k}^U I_2^2 + dk_{2P}^U P_2 + dk_{2Q}^U Q_2 = 0, \quad (10)$$

де

$$\begin{aligned} dk_{20}^U &= \frac{\partial k_{20}^U}{\partial x} = \alpha_0 \sinh(2\alpha_0 x) - \beta_0 \sin(2\beta_0 x); \\ dk_{2k}^U &= \frac{\partial k_{2k}^U}{\partial x} = Z_c^2 (\alpha_0 \sinh(2\alpha_0 x) + \beta_0 \sin(2\beta_0 x)); \\ dk_{2P}^U &= \frac{\partial k_{2P}^U}{\partial x} = 2(p_c \alpha_0 \cosh(2\alpha_0 x) - q_c \beta_0 \cos(2\beta_0 x)); \\ dk_{2Q}^U &= \frac{\partial k_{2Q}^U}{\partial x} = 2(p_c \beta_0 \cos(2\beta_0 x) + q_c \alpha_0 \cosh(2\alpha_0 x)). \end{aligned}$$

У результаті нескладних перетворень рівняння (10) набуває такого вигляду:

$$\begin{aligned} &2(P_2 p_c + Q_2 q_c) \alpha_0 \cosh(2\alpha_0 x) + (U_2^2 + I_2^2 Z_c^2) \alpha_0 \sinh(2\alpha_0 x) = \\ &= 2(P_2 q_c - Q_2 p_c) \beta_0 \cos(2\beta_0 x) + (U_2^2 - I_2^2 Z_c^2) \beta_0 \sin(2\beta_0 x). \end{aligned} \quad (11)$$

Треба зазначити, що аналітичного розв'язку рівняння (11) немає. Отже, для визначення координати точки з найбільшою напругою треба скористатися числовими методами розв'язання нелінійних алгебраїчних рівнянь. Проте найсуттєвіше збільшення напруги в проміжних точках лінії електропередачі спостерігається в режимах малих навантажень лінії електропередачі, коли лінією протікають істотні, не скомпенсовані індуктивними втратами зарядні струми. Для таких режимів епюри розподілу напруги вздовж траси лінії фактичної та ідеалізованої лінії електропередачі практично збігаються (наприклад, рис. в), і координату точки з найбільшою напругою можна визначати за виразом (9). Своєю чергою, найбільшу напругу в лінії електропередачі визначає вираз (5).

Водночас у разі потреби більш точного визначення координати точки вздовж траси лінії електропередачі з найвищою напругою можна скористатися лінеаризацією задачі, яка базується на розкладанні в обмежений ступеневий ряд тригонометричних та гіперболічних

функцій рівняння (11):

$$\begin{aligned}\cosh(\alpha_0 \lambda) &\approx 1; & \cos(\beta_0 \lambda) &\approx 1; \\ \sinh(\alpha_0 \lambda) &\approx \alpha_0 \lambda; & \sin(\beta_0 \lambda) &\approx \beta_0 \lambda.\end{aligned}$$

У результаті рівняння (11) набуває вигляду

$$2(P_2 p_c + Q_2 q_c) \alpha_0 + (U_2^2 + I_2^2 Z_c^2) 2\alpha_0^2 x = 2(P_2 q_c - Q_2 p_c) \beta_0 + (U_2^2 - I_2^2 Z_c^2) 2\beta_0^2 x.$$

Звідки

$$x_e = \frac{-P_2(p_c \alpha_0 - q_c \beta_0) - Q_2(p_c \beta_0 + q_c \alpha_0)}{U_2^2(\alpha_0^2 - \beta_0^2) + I_2^2 Z_c^2(\alpha_0^2 + \beta_0^2)}. \quad (12)$$

Очевидно, що застосування виразу (12) для визначення координати екстремальної точки вздовж траси лінії пов'язано із похибкою, обумовленою обмеженням розкладання в ряд Тейлора гіперболічних та тригонометричних функцій рівняння (11). Точність розрахунків координати екстремальної точки можна підвищити, якщо розкладання тригонометричних та гіперболічних функцій обмежити вищими ступенями. Так, розрахункова модель другого порядку потребує розв'язання квадратного рівняння

$$a_{(2)} x_e^2 + b_{(2)} x_e + c_{(2)} = 0, \quad (13)$$

де коефіцієнти поліному становлять

$$\begin{aligned}a_{(2)} &= 4(P_2 p_c + Q_2 q_c) \alpha_0^3 + 4(P_2 q_c - Q_2 p_c) \beta_0^3; \\ b_{(2)} &= 2\alpha_0^2 (U_2^2 + Z_c^2 I_2^2) - 2\beta_0^2 (U_2^2 - Z_c^2 I_2^2); \\ c_{(2)} &= 2(P_2(p_c \alpha_0 - q_c \beta_0) + Q_2(p_c \beta_0 + q_c \alpha_0)).\end{aligned}$$

Зазначимо, що серед двох можливих коренів рівняння (13) практичний зміст несе менший за модулем, який визначають за виразом

$$x_e = \frac{-b_{(2)} - \sqrt{b_{(2)}^2 - 4a_{(2)}c_{(2)}}}{2a_{(2)}}. \quad (14)$$

Свою чергою розрахункова модель третього порядку визначається кубічним рівнянням

$$a_{(3)} x_e^3 + b_{(3)} x_e^2 + c_{(3)} x_e + d_{(3)} = 0, \quad (15)$$

де

$$\begin{aligned}a_{(3)} &= \frac{4}{3} \alpha_0^4 (U_2^2 + Z_c^2 I_2^2) + \frac{4}{3} \beta_0^4 (U_2^2 - Z_c^2 I_2^2); \\ b_{(3)} &= 4(P_2 p_c + Q_2 q_c) \alpha_0^3 + 4(P_2 q_c - Q_2 p_c) \beta_0^3; \\ c_{(3)} &= 2\alpha_0^2 (U_2^2 + Z_c^2 I_2^2) - 2\beta_0^2 (U_2^2 - Z_c^2 I_2^2); \\ d_{(3)} &= 2(P_2(p_c \alpha_0 - q_c \beta_0) + Q_2(p_c \beta_0 + q_c \alpha_0)).\end{aligned}$$

Практичний зміст тут також несе менший за модулем дійсний корінь рівняння (15), який визначають за виразом

$$x_e = -\frac{b_{(3)}}{3a_{(3)}} + \frac{(1 - j\sqrt{3})(-b_{(3)}^2 + 3a_{(3)}c_{(3)})}{3\sqrt[3]{4a_{(3)}e_{(3)}}} - \frac{(1 + j\sqrt{3})e_{(3)}}{6\sqrt[3]{2a_{(3)}}}, \quad (16)$$

де

$$e_{(3)} = \sqrt[3]{-2b_{(3)}^3 + 9a_{(3)}b_{(3)}c_{(3)} - 27a_{(3)}^2d_{(3)}} + \sqrt{4(-b_{(3)}^2 + 3a_{(3)}c_{(3)})^3 + (-2b_{(3)}^3 + 9a_{(3)}b_{(3)}c_{(3)} - 27a_{(3)}^2d_{(3)})^2}.$$

**Дослідження розрахункових моделей визначення координати екстремальної за напругою точки.** У роботі досліджено точність представлених моделей визначення координати екстремальної точки за напругою для типової конструкції лінії електропередачі напругою 750 кВ щодо активного та реактивного навантаження лінії електропередачі та її довжини.

Табл. 11 містить інформацію про похибку визначення координати екстремальної точки за напругою лінії електропередачі напругою 750 км завдовжки 363 км у діапазоні навантажень 0...0,9 натуральної потужності за фіксації напруги наприкінці лінії електропередачі на рівні номінальної. Реактивна потужність наприкінці лінії дорівнює половині оцінного значення «надлишкової» зарядної потужності лінії електропередачі. Наведено інформацію про похибку моделювання за ідеалізації лінії електропередачі за виразом (9), для лінеаризованої моделі – за виразом (12) та для моделей другого та третього порядку – за виразами (14) та (1616)(16) відповідно. Фактичне значення координати екстремальної точки визначено за допомогою числового розв’язання рівняння (11) у середовищі Wolfram Mathematica. Зазначимо, що від’ємне значення фактичної координати екстремальної точки за навантаження, що становить 0,9 натуральної потужності лінії, свідчить про розташування екстремальної точки поза межами ділянки. У такому режимі найбільша напруга спостерігається на початку лінії.

Таблиця 1

$P_{2*}$	Фактичне $x_e$ , km	За моделлю ідеалізованої лінії		За лінеаризованою моделлю		За моделлю другого ступеня		За моделлю третього ступеня	
		$x_e$ , km	$\Delta_x$ , %	$x_e$ , km	$\Delta_x$ , %	$x_e$ , km	$\Delta_x$ , %	$x_e$ , km	$\Delta_x$ , %
0,0	183,56	183,66	0,03	174,50	2,49	187,39	1,06	183,68	0,03
0,1	178,10	183,72	1,55	168,44	2,66	182,28	1,15	178,24	0,04
0,2	172,44	183,91	3,16	162,14	2,84	176,99	1,25	172,60	0,04
0,3	166,18	184,21	4,97	155,13	3,04	171,16	1,37	166,35	0,05
0,4	158,71	184,64	7,14	146,75	3,30	164,26	1,53	158,92	0,06
0,5	149,09	185,19	9,94	135,89	3,64	155,40	1,74	149,34	0,07
0,6	135,45	185,85	13,89	120,35	4,16	142,95	2,07	135,77	0,09
0,7	113,56	186,63	20,13	95,10	5,09	123,27	2,68	114,04	0,13
0,8	71,18	187,52	32,05	44,93	7,23	86,14	4,12	72,14	0,26
0,9	-48,69	188,52	65,34	-107,3	16,14	-11,42	10,27	-44,33	1,20

Аналіз інформації, наведеної в табл. 11, свідчить про те, що в діапазоні малих навантажень меншу похибку дає модель ідеалізованої лінії електропередачі, а в діапазоні середніх та великих навантажень – лінеаризована модель. Похибка визначення екстремальної точки за напругою істотно збільшується за великих навантажень лінії електропередачі, коли екстремальна точка є поза межами ділянки лінії електропередачі. Для таких режимів найбільша напруга спостерігається на початку або наприкінці лінії електропередачі відповідно до порушеної межі. Збільшення деталізації в разі використання розрахункової моделі другого та третього порядку обумовлює підвищення точності розрахунку. Водночас застосування найбільш точної моделі третього ступеня вимагає залучення апарату комплексних чисел, що ускладнює її використання в режимі реального часу, наприклад, у разі визначення закону регулювання індуктивності КШР.

Табл. 22 містить інформацію про похибку визначення координати екстремальної точки за напругою вздовж траси лінії електропередачі напругою 750 км завдовжки 363 км у діапазоні реактивних навантажень від 0,5 (ємн) до 1,0 (інд) зарядної потужності лінії електропередачі за фіксації напруги наприкінці лінії електропередачі на рівні номінальної та активного навантаження наприкінці лінії, що становить 0,25 натуральної потужності лінії. Ємніс-



ному навантаженню відповідають від'ємні значення реактивної потужності в першому стовпці табл. 2, а індуктивному – додатні.

Зазначимо, що в діапазоні ємнісного навантаження лінії електропередачі екстремальна точка за напругою міститься поза межами ділянки, про що свідчать значення координати екстремальної точки, більші за довжину ділянки. У таких режимах найбільша напруга спостерігається наприкінці лінії. Так само за великих індуктивних навантажень від'ємні значення координати екстремальної точки свідчать про її положення поза межами ділянки. Найбільша напруга тут спостерігається на початку лінії.

Таблиця 2

$Q_{2*}$	Фактичне $x_e$ , km	За моделлю ідеалізованої лінії		За лінеаризованою моделлю		За моделлю другого ступеня		За моделлю третього ступеня	
		$x_e$ , km	$\Delta x$ , %	$x_e$ , km	$\Delta x$ , %	$x_e$ , km	$\Delta x$ , %	$x_e$ , km	$\Delta x$ , %
-0,5	562,15	596,55	9,48	576,92	4,07	557,10	1,39	561,93	0,06
-0,25	445,07	482,88	10,41	446,24	0,32	444,68	0,11	445,07	0,00
0,0	324,00	363,00	10,74	323,99	0,01	324,05	0,01	324,00	0,00
0,25	205,51	243,12	10,36	200,77	1,31	208,19	0,74	205,56	0,01
0,5	95,25	129,45	9,42	67,05	7,77	106,73	3,16	96,04	0,22
0,75	-3,68	26,09	8,20	-89,50	23,64	21,22	6,86	-0,01	1,01
1,0	-90,73	-65,48	6,96	-288,3	54,44	-51,15	10,90	-80,75	2,75

Аналіз інформації, наведеної в табл. 22, свідчить про те, що точність лінеаризованої моделі визначається переважно активним навантаженням, яке несе лінія, водночас збільшення реактивного навантаження як у бік ємнісного, так й у бік індуктивного навантаження зумовлює невелике зменшення похибки моделювання. Лінеаризована розрахункова модель характеризується високою точністю в діапазоні малих навантажень реактивною потужністю. Похибка визначення екстремальної точки за напругою істотно збільшується за великих індуктивних навантажень лінії електропередачі, більших за 60...65 % зарядної потужності лінії. Використання моделей вищих ступенів імовірно обумовлює підвищення точності розрахунків за варіювання реактивного навантаження, яке несе лінія електропередачі.

У роботі проведено також дослідження точності застосування розрахункових моделей визначення координати екстремальної точки за напругою від довжини лінії електропередачі в діапазоні від 100 до 600 км. Нижня межа діапазону обумовлена необхідністю врахування розподілу параметрів вздовж ліній електропередачі середньої довжини, а верхня межа визначається економічно обґрунтованою межею, вище якої доцільно застосовувати технології постійного струму для передавання електричної енергії на наддалекі відстані. Табл. 33 містить інформацію про похибку визначення координати екстремальної точки за напругою вздовж траси лінії електропередачі напругою 750 кВ за фіксації напруги наприкінці лінії електропередачі на рівні номінальної та активного навантаження наприкінці лінії, що становить 0,25 натуральної потужності лінії, та реактивного навантаження, яке дорівнює половині оцінного значення «надлишкової» зарядної потужності лінії електропередачі.

Аналіз інформації, наведеної в табл. 33, свідчить про те, що в разі застосування розрахункової моделі ідеалізованої лінії абсолютна похибка визначення координати екстремальної точки є практично сталою величиною та неістотно зменшується зі збільшенням довжини лінії електропередачі. Лінеаризована розрахункова модель характеризується похибкою, якою можна знехтувати для ліній середньої довжини, що зростає зі збільшенням довжини лінії електропередачі. Точність розрахунків істотно збільшується в разі застосування розрахункової моделі другого та третього ступенів.

Таблиця 3

$l, \text{ km}$	Фактичне $x_e, \text{ km}$	За моделлю ідеалізованої лінії		За лінеаризо- ваною модел- лю		За моделлю другого ступеня		За моделлю третього ступеня	
		$x_e, \text{ km}$	$\Delta_x, \text{ km}$	$x_e, \text{ km}$	$\Delta_x, \text{ km}$	$x_e, \text{ km}$	$\Delta_x, \text{ km}$	$x_e, \text{ km}$	$\Delta_x, \text{ km}$
100	34,53	50,05	15,52	34,20	0,33	34,74	0,20	34,54	0,00
200	85,14	100,43	15,30	83,11	2,02	86,21	1,07	85,15	0,01
300	136,52	151,45	14,93	130,31	6,21	139,49	2,96	136,59	0,07
400	188,95	203,38	14,43	174,87	14,09	194,98	6,03	189,21	0,25
500	242,65	256,48	13,83	215,69	26,96	252,89	10,25	243,33	0,68
600	297,78	310,94	13,16	251,47	46,31	313,23	15,45	299,28	1,50

Порівняльний аналіз розрахункових моделей визначення координати екстремальної точки вздовж траси повітряної лінії свідчить про високу точність моделі ідеалізованої лінії електропередачі виключно в діапазоні малих навантажень активною потужністю. Причому висока точність моделювання практично не залежить від реактивного навантаження, яке несе лінія.

У діапазоні середніх та великих навантажень меншу похибку моделювання забезпечують лінеаризована модель лінії електропередачі та моделі другого і третього порядку, причому збільшення деталізації моделі безперечно обумовлює підвищення її точності. Водночас моделі вищих порядків характеризуються більшою громіздкістю, до того ж модель третього порядку вимагає залучення апарату комплексних чисел, що ускладнює її застосування. Ба більше висока точність моделі третього порядку в діапазоні великих навантажень може виявитися невиправданою, адже в таких режимах екстремальна точка за напругою є поза межами ділянки лінії електропередачі, і найбільша напруга спостерігається на початку або наприкінці лінії відповідно до порушеної межі.

Відомо, що хвильові параметри повітряних ліній електропередачі визначаються, зокрема, втратами енергії під час коронного розряду, які носять кліматичний характер. Відповідно до [12] втрати активної потужності на корону для типової конструкції повітряної лінії напругою 750 кВ становлять: за ясної погоди – 4,6 кВт/км, під час снігу – 17,5 кВт/км, за дощової погоди – 65,0 кВт/км, у разі паморозі – 130 кВт/км. Це обумовлює їхню зміну протягом експлуатації лінії електропередачі відповідно до поточних погодних умов у районі траси лінії. Водночас змінюється і координата екстремальної точки з найбільшою робочою напругою.

У табл. 44 наведені інформація про визначення екстремальної точки з максимальною напругою вздовж траси лінії за типових груп погоди за навантаження, що становить 0, 25, 50 і 75 % натуральної потужності лінії електропередачі, та похибка визначення екстремальної точки за нехтування втратами на корону.

Таблиця 4

$P_{2*}$	– $x_e, \text{ km}$	Ясно		Сніг		Дощ		Паморозь	
		$x_e, \text{ km}$	$\Delta_x, \%$	$x_e, \text{ km}$	$\Delta_x, \%$	$x_e, \text{ km}$	$\Delta_x, \%$	$x_e, \text{ km}$	$\Delta_x, \%$
0,00	183,65	183,63	0,01	183,56	0,02	183,32	0,09	182,99	0,18
0,25	169,61	169,56	0,01	169,43	0,05	168,92	0,19	168,24	0,38
0,50	149,49	149,39	0,03	149,11	0,10	148,07	0,39	146,60	0,80
0,75	97,71	97,39	0,09	96,49	0,34	93,07	1,28	88,09	2,65

Аналіз інформації, наведеної в табл. 44, свідчить про допустимість нехтування втратами на корону під час визначення координати екстремальної точки з максимальною напругою вздовж траси досліджуваної лінії. Це дає змогу спростити формулу (12) лінеаризованої моделі та визначити координату екстремальної точки за виразом

$$x_e = \frac{P_2 r_0 + Q_2 x_0}{U_2^2 \beta_0^2 - I_2^2 (r_0^2 + x_0^2)}.$$

Так само спрощуються розрахункові моделі вищих порядків. Формально вигляд таких моделей залишається таким самим, як представлено у виразах (1414) та (1616), але на етапі визначення коефіцієнтів відповідних поліномів необхідно враховувати нульові значення погонних кондуктансів ліній електропередачі, що спрощує відповідні розрахункові моделі.

### **Висновки.**

1. Надвелика зарядна потужність магістральних ліній електропередачі надвисокої номінальної напруги обумовлює виникнення ефекту Ферранті в режимах неробочого ходу за малих навантажень лінії електропередачі. Особливість ефекту Ферранті в дальніх електропередачах полягає в тому, що зазвичай зарядна потужність лінії розподіляється певним чином між підстанціями на початку та наприкінці лінії електропередачі, зумовлюючи найбільшу напругу в проміжних точках лінії.

2. Розподіл напруги вздовж траси лінії визначається складною нелінійною функцією, яка містить компоненти неробочого ходу, короткого замикання, транзиту активної та реактивної потужностей. Показано, що характер розподілу напруги вздовж траси лінії визначається активним та реактивним навантаженнями, які несе електропередача.

3. Визначення координати екстремальної точки за напругою вздовж траси лінії потребує розв'язання складного нелінійного рівняння, яке не має аналітичного розв'язку, що ускладнює розв'язання задачі налаштування пристроїв налагодження та компенсації параметрів лінії електропередачі відповідно до поточного режиму лінії. Показано, що застосування моделі ідеалізованої лінії електропередачі для визначення координати екстремальної точки забезпечує високу точність моделювання тільки в режимах малих навантажень лінії електропередачі. Висока точність у такому разі не залежить від реактивного навантаження, яке несе лінія, та від довжини лінії електропередачі.

4. Запропоновано застосовувати математичні моделі лінеаризованої лінії електропередачі, а також більш детальні моделі другого та третього порядку для визначення координати екстремальної точки за напругою вздовж лінії електропередачі.

Показано, що застосування лінеаризованої моделі лінії електропередачі забезпечує прийнятну похибку моделювання в широкому діапазоні навантажень лінії електропередачі, за виключенням режимів великих навантажень, коли екстремальна точка за напругою є поза межами ділянки, і найбільша напруга спостерігається на початку або наприкінці лінії. Водночас лінеаризована модель виявилася чутливою до реактивного навантаження, яке несе лінія, зі збільшенням якого в індуктивному або в ємнісному напрямі похибка моделювання істотно зростає. Також лінеаризована модель виявилася чутливою до довжини лінії: зі збільшенням довжини лінії понад 300...400 км вона дає неприпустимо велику похибку.

Показано, що збільшення точності розрахунків можна досягти в разі застосування математичних моделей другого та третього порядку. Очевидно, що підвищення деталізації моделювання обумовлює збільшення точності моделі, але спричинює збільшення громіздкості математичної моделі, а застосування моделі третього порядку взагалі вимагає залучення апарату комплексних чисел для реалізації відповідних розрахунків.

Показано, що для типових конструкцій магістральних електропередач ОЕС України достатню точність розрахунків забезпечують моделі першого та другого порядку, і тільки для електропередач надвеликої довжини (до 600 км) доцільно використовувати математичну модель третього порядку.

5. Показано, що нехтування втратами активної потужності на корону практично не впливає на точність розрахунку координати екстремальної точки за напругою, що дає змогу спростити лінійну розрахункову модель та моделі другого та третього порядку.

1. Zhang X., Rehtanz C., Pal B. Flexible AC Transmission Systems: Modelling and Control. Springer, 2012. 546 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-28241-6>
2. Тугай Ю.І., Кучанський В.В., Тугай І.Ю. Застосування керованих пристроїв компенсації зарядної потужності ЛЕП НВН в електричних мережах. *Технічна електродинаміка*. 2021. № 1. С. 53–56. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2021.01.053>
3. Hase Y. Handbook of Power Systems Engineering with Power Electronics Applications, 2nd Edition. John Wiley & Sons, Ltd, 2013. XXVIII, 768 p. DOI: <https://doi.org/10.1002/9781118443156>
4. Petcharaks N., Cunyi Yu, Panprommin C. A study of Ferranti and energization overvoltages case of 500 kV line in Thailand. *Eleventh International Symposium on High Voltage Engineering*, London, UK, 1999. DOI: <https://doi.org/10.1049/cp:19990564>
5. Сулейманов В.М., Кацадзе Т.Л. Електричні мережі та системи, Київ: НТУУ "КПІ", 2008, 456 с.
6. Міненерговугілля України. Правила улаштування електроустановок, Харків: Видавництво "Форт", 2017.
7. ГКД 34.20.507-2003 Технічна експлуатація електричних станцій і мереж. Правила.
8. Веніков В.А., Рыжов Ю.П. Дальние электропередачи переменного и постоянного тока. Москва: Энергоатомиздат, 1985, 272 с.
9. Рыжов Ю.П. Дальние электропередачи сверхвысокого напряжения. Москва: Издательский дом МЭИ, 2007. 478 с.
10. Александров Г.Н. Передача электрической энергии. Санкт-Петербург: Издательство Политехнического Университета, 2009. 412 с.
11. Qin X., Shen H., Zhou Q., Guo Q., Zheng B., Xiang Z., Ban L. Transmission-line theory based study on voltage distribution along the line and the disposition scheme of series capacitors of UHV transmission lines with series capacitors. 2010 *International Conference on Power System Technology*, Zhejiang, China, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1109/POWERCON.2010.5666658>
12. СОУ-Н ЕЕ 40.1-37471933-82:2013 Методичні рекомендації визначення технологічних витрат електричної енергії в трансформаторах і лініях електропередавання, 2013.

## STUDY OF VOLTAGE MODE IN THE LONG-DISTANCE AC TRANSMISSION LINE

T.L. Katsadze, D.V. Nastenko, O.M. Panienko, O.M. Iankovska

National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»,

pr. Peremohy, 37, Kyiv, 03056, Ukraine

e-mail: [teymuraz@ukr.net](mailto:teymuraz@ukr.net)

*The charging currents of EHV transmission lines cause the Ferranti effect, which causes an increase in voltage at intermediate points transmission line. The work aims to study the laws of the voltage distribution along the line route and to develop a method for determining the coordinates of a point with extreme voltage. Methodology. Mathematical modeling of long-distance transmission lines in Wolfram Mathematica allowed to form the laws of the voltage distribution along the line and determine the coordinate of the extreme point on the voltage. Results. It is shown that the application of the traditional model of idealized power transmission causes high modeling accuracy only in the modes of unloaded line and low loads. In the range of medium and high loads, the simulation error reaches unacceptably large values. The paper proposes more accurate models for determining the coordinate of an extreme voltage point: linearized and second- and third-order models. It is shown that the proposed models are characterized by higher accuracy in a wide range of loads. Increasing the degree of the model results in higher accuracy, but is associated with an increase in the cumbersomeness of the mathematical model. It is shown that first and second-order models provide sufficient accuracy for typical designs of 750 kV power transmission lines. It is shown that neglecting the losses on the corona has almost no effect on the accuracy of calculating the coordinates of the extreme point on the voltage, which simplifies the linear calculation model and models of the second and third-order. Originality. Mathematical models of the first, second and third orders have been developed for high-precision determination of the coordinate of a voltage-extreme point along a long-distance transmission line. Practical significance. The offered mathematical models are intended for application in problems of regulation and adjustment of parameters of flexible power transmissions. Ref. 12, figure, tables 4.*

**Keywords:** long-distance AC power transmission, Ferranti effect, flexible power transmission, voltage distribution.

1. Zhang X., Rehtanz C., Pal B. Flexible AC Transmission Systems: Modelling and Control. Springer, 2012. 546 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-28241-6>
2. Tuhay Yu.I., Kuchansky V.V., Tuhay I.Yu. The Using Of Controlled Devices For The Compensation Of Charging Power On EHV Power Lines In Electric Networks. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2021. No 1. Pp. 53–56. (Ukr) DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2021.01.053>
3. Hase Y. Handbook of Power Systems Engineering with Power Electronics Applications, 2nd Edition. John Wiley & Sons, Ltd, 2013. XXVIII, 768 p. DOI: <https://doi.org/10.1002/9781118443156>
4. Petcharaks N., Cunyi Yu, Panprommin C. A study of Ferranti and energization overvoltages case of 500 kV line in Thailand. *Eleventh International Symposium on High Voltage Engineering*, London, UK, 1999.

- DOI: <https://doi.org/10.1049/cp:19990564>
5. Suleymanov V.M., Katsadze T.L. Electrical Networks and Systems, Kyiv, NTUU KPI, 2008, 456 p. (Ukr)
  6. Minenergovugillia Ukrainy. Rules of arrangement of electrical installations, Kharkiv: Vidavnitctvo "Fort", 2017. (Ukr)
  7. GKD 34.20.507-2003 Technical operation of power plants and networks. Rules. (Ukr)
  8. Venikov V.A., Ryzhov Iu.P. Long-distance AC and DC power transmission, Moskva: Energoatomizdat, 1985, 272 p. (Rus)
  9. Ryzhov Iu.P. EHV Long-Distance Power Transmission, Moskva: Izdatelskii dom MEI, 2007, 478 p. (Rus)
  10. Alexanderov G.N. Electricity transmission, Sankt Peterburg: Izdatelstvo Politekhnicheskogo Universiteta, 2009. 412 p. (Rus)
  11. Qin X., Shen H., Zhou Q., Guo Q., Zheng B., Xiang Z., Ban L. Transmission-line theory based study on voltage distribution along the line and the disposition scheme of series capacitors of UHV transmission lines with series capacitors. *2010 International Conference on Power System Technology*, Zhejiang, China, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1109/POWERCON.2010.5666658>
  12. SOU-N EE 40.1-37471933-82:2013. Methodical recommendations for determining the technological costs of electricity in transformers and transmission lines, 2013. (Ukr)

Надійшла: 03.06.2021

Received: 03.06.2021