

## РОЗРАХУНОК ПЕРЕТВОРЮВАЧА КУКА ЗА ДОПОМОГОЮ МЕТОДА УСЕРЕДНЕННЯ НА ОСНОВІ ТЕОРЕМ ЛАГРАНЖА

**Ю.В. Руденко**, докт. техн. наук  
 Інститут електродинаміки НАН України,  
 пр. Перемоги, 56, Київ, 03057, Україна  
 e-mail: [rudenko@ied.org.ua](mailto:rudenko@ied.org.ua)

*Розроблено математичну модель перетворювача Кука з використанням метода усереднення в просторі станів на основі теорем Лагранжа для режиму безперервних струмів та напруг у накопичувальних реактивних елементах. Отримано аналітичні співвідношення в базисі відносних змінних, що дає можливість розрахунку процесів у перетворювачі в широкому діапазоні параметрів у зоні регулювання тривалістю інтервалів комутації. Розраховано граничні залежності параметрів перетворювача між режимами переривчастих та безперервних струмів і напруг у накопичувальних елементах для визначення ефективних режимів роботи пристрою. Отримано аналітичні залежності, які дають можливість визначати максимальні значення струмів та напруг в елементах перетворювача у всьому діапазоні комутації та дають змогу обирати ці елементи пристрою з допустимими параметрами на етапі його проектування. Бібл. 14, рис. 5, таблиця.*

**Ключові слова:** методи розрахунку напівпровідникових перетворювачів, метод усереднення в просторі станів, перетворювач постійної напруги, перетворювач Кука.

У джерелах живлення електротехнічного обладнання, зарядних пристроях акумуляторних батарей, а також у джерелах технологічних установок, навантаження яких може змінюватися в широких межах, значне застосування знаходять найпростіші перетворювачі постійної напруги [1-10]. Особливе місце серед них займає перетворювач, виконаний за схемою Кука [1]. Головною перевагою такого перетворювача є можливість значного зменшення пульсацій вхідного і вихідного струмів завдяки відповідним індуктивним елементам. Причому, на відміну від більшості інших типів перетворювачів, які використовують накопичувальну індуктивність, перетворювач Кука використовує конденсатор у якості основного компонента накопичення енергії.

У технічній літературі дослідженню процесів у перетворювачах за схемою Кука присвячено багато уваги. Проте отримані в них аналітичні співвідношення для розрахунків стаціонарних режимів є досить складними і вимагають трудомістких проміжних перетворень. Значно спростити розрахунок параметрів перетворювача Кука та аналіз його властивостей дає змогу метод усереднення в просторі станів на основі теорем Лагранжа [11-14]. Тому завданням даної роботи є розробка математичної моделі перетворювача Кука з використанням зазначеного методу усереднення.

Структурна схема перетворювача Кука показана на рис. 1. Схема містить у собі силові перемикаючі елементи  $VT1$ ,  $VD1$ , вхідний і вихідний дроселі  $L1$ ,  $L2$  накопичувальний конденсатор  $C1$ , вихідний конденсатор  $C2$ .

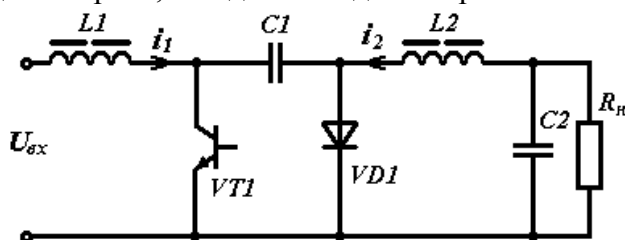


Рис. 1

Часові діаграми, що описують процеси в перетворювачі Кука в даному режимі зображено на рис. 2. Періодичний усталений процес у перетворювачі з періодом комутації  $T$  містить в собі два інтервали стану. Перший інтервал – відкритого стану транзистора  $VT1$  і закритого стану діода  $VD1$ , що відповідає тривалості імпульсу керування транзистором  $T_i$ .

Задля аналізу процесів будемо розглядати режим безперервних струмів індуктивних елементів і режим безперервної напруги накопичувального конденсатора. Припустимо також, що комутація перемикаючих елементів відбувається миттєво, їхні опори у відкритому стані, а також активні опори обмоток дроселів дорівнюють нулю.

Другий інтервал – закритий стан транзистора  $VT1$  і відкритий стан діода  $VD1$ . На рис. 2 також позначено:  $\Delta I_1$ ,  $\Delta I_2$  – прирости струмів  $i_1$ ,  $i_2$  на інтервалах,  $\Delta U_{c1}$  – приріст напруги на накопичувальному конденсаторі  $C1$ .

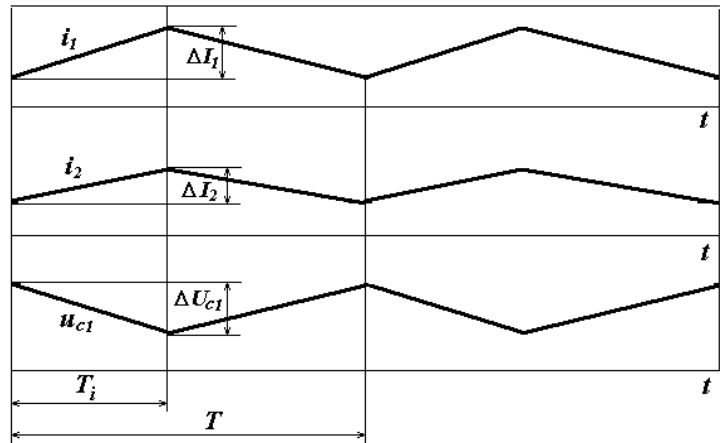


Рис. 2

Вказаним інтервалам роботи перетворювача відповідають еквівалентні схеми заміщення, що зображені на рис. 3, де  $a$  – схема заміщення у разі відкритого транзистора, який еквівалентовано резистором  $R_{VT}$  з нульовим опором;  $b$  – схема заміщення у разі відкритого діода, який еквівалентовано резистором  $R_{VD}$  з нульовим опором.

Як показано в роботі [13], для спрощення розрахунків процесів доцільною є заміна конденсатора в контурі навантаження схеми заміщення перетворювача джерелом постійної ЕРС, що відповідає реалізації припущення про нехтування пульсаціями і приростами напруги на ньому в разі достатньо великих значень ємності цього конденсатора. Тому в контурі навантаження схем заміщення перетворювача конденсатор  $C2$  замінено джерелом постійної ЕРС з величиною напруги  $U_{ch}$ .

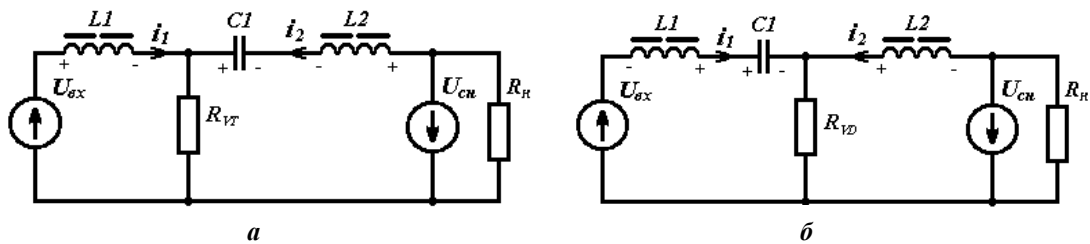


Рис. 3

Метод аналізу на основі усереднення в просторі станів з використанням теорем Лагранжа, який розроблено в роботах [11-14], дає змогу ефективно досліджувати процеси в перетворювачах, безпосередньо визначаючи їхні інтегральні характеристики та часові інтервали усталеного процесу. Відповідно до цього методу виконується усереднення змінних у вихідних диференціальних рівняннях, що описують процеси на кожному інтервалі постійності структури перетворювача в усталеному режимі із застосування теорем Лагранжа для середніх значень. Згідно з ними середнє значення похідних функцій на інтервалах визначається як відношення приростів функцій до величини тривалості інтервалів. Середньому значенню самих функцій присвоюється статус незалежної змінної, що має бути визначена далі. Отже, такий метод передбачає отримання системи алгебраїчних рівнянь, що відповідають вихідним диференціальним рівнянням. Подальше розв'язання системи алгебраїчних рівнянь для дослідження інтегральних характеристик перетворювача потребує визначення базису незалежних змінних, кількість яких має відповідати числу рівнянь системи. У такому разі отримана система алгебраїчних рівнянь є повною та має єдиний розв'язок.

Запишемо диференціальні рівняння, що описують процеси в схемах заміщення для вказаних інтервалів постійності структури перетворювача з урахуванням нульових опорів транзистора і діода у відкритому стані. На інтервалі відкритого транзистора і закритого діода тривалістю  $T_i$  маємо:  $L1 \frac{di_1}{dt} = U_{ex}$ ;  $C1 \frac{du_{c1}}{dt} = i_2$ ;  $u_{c1} - L2 \frac{di_2}{dt} - U_{ch} = 0$ .

На інтервалі закритого транзистора і відкритого діода тривалістю  $T - T_i$  запишемо:  $U_{ex} = -L1 \frac{di_1}{dt} + u_{c1}$ ;  $C1 \frac{du_{c1}}{dt} = i_1$ ;  $L2 \frac{di_2}{dt} = U_{ch}$ .

Використовуючи метод усереднення в просторі станів на основі теорем Лагранжа, перейдемо до алгебраїчної системи з усередненими змінними щодо струмів  $i_1$ ,  $i_2$ , напруги  $u_{c1}$ , з огляду на знак приросту функцій змінних станів на інтервалах комутації перетворювача:

$$L1 \frac{\Delta I_1}{T_i} = U_{ex}; \quad (1)$$

$$C1 \frac{\Delta U_{c1}}{T_i} = I_{ncp}; \quad (2)$$

$$L2 \frac{\Delta I_2}{T_i} = U_{c1cp} - U_{cn}; \quad (3)$$

$$L1 \frac{\Delta I_1}{T - T_i} = U_{c1cp} - U_{ex}; \quad (4)$$

$$C1 \frac{\Delta U_{c1}}{T - T_i} = I_{1cp}; \quad (5)$$

$$L2 \frac{\Delta I_2}{T - T_i} = U_{cn}, \quad (6)$$

де  $\Delta I_1$ ,  $\Delta I_2$ ,  $\Delta U_{c1}$  – прирости відповідних функцій змінних станів на інтервалах комутації перетворювача,  $U_{c1cp}$  – середнє значення напруги на конденсаторі  $C1$  за період комутації,  $I_{1cp}$  – середнє значення струму дроселя  $L1$ ,  $I_{ncp}$  – середнє значення струму навантаження, що дорівнює середньому струму  $I_{2cp}$  дроселя  $L2$  за період комутації.

Отримана система з шістьох алгебраїчних рівнянь (1)–(6) за інших заданих параметрів має шість невідомих незалежних змінних  $\Delta I_1$ ,  $\Delta I_2$ ,  $\Delta U_{c1}$ ,  $I_{1cp}$ ,  $I_{ncp}$ ,  $U_{c1cp}$  з урахуванням, що  $U_{cn} = I_{ncp} R_n$ . Тому ця система алгебраїчних рівнянь є повною та має єдиний розв’язок.

Перетворимо рівняння (1)–(6) в систему з відносними змінними. Для цього перепишемо всі члени системи відносно величини вихідної напруги  $U_{cn}$  у рівняннях (1), (3), (4), (6) та відносно  $I_{ncp}$  у рівняннях (2), (5). Введемо також наступні позначення:  $\gamma = T_i/T$  – відносна тривалість інтервалу відкритого стану транзистора,  $\tau_1^* = L1/R_n T$  – відносна постійна часу контуру з елементами  $L1$  і  $R_n$ ,  $\tau_2^* = L2/R_n T$  – відносна постійна часу контуру з елементами  $L2$  і  $R_n$ ,  $\tau_c^* = C1 R_n / T$  – відносна постійна часу контуру з елементами  $C1$  і  $R_n$ . Позначимо також відносні змінні:  $\Delta I_1^* = \Delta I_1 / I_{ncp}$ ,  $\Delta I_2^* = \Delta I_2 / I_{ncp}$ ,  $\Delta U_{c1}^* = \Delta U_{c1} / U_{cn}$ ,  $I_{1cp}^* = I_{1cp} / I_{ncp}$ ,  $U_{c1cp}^* = U_{c1cp} / U_{cn}$ ,  $U_{ex}^* = U_{ex} / U_{cn}$ . У такому разі система в базисі відносних усереднених змінних матиме вигляд:

$$\tau_1^* \frac{\Delta I_1^*}{\gamma} = U_{ex}^*; \quad (7)$$

$$\tau_c^* \frac{\Delta U_{c1}^*}{\gamma} = 1; \quad (8)$$

$$\tau_2^* \frac{\Delta I_2^*}{\gamma} = U_{c1cp}^* - 1; \quad (9)$$

$$\tau_1^* \frac{\Delta I_1^*}{1 - \gamma} = U_{c1cp}^* - U_{ex}^*; \quad (10)$$

$$\tau_c^* \frac{\Delta U_{c1}^*}{1 - \gamma} = I_{1cp}^*; \quad (11)$$

$$\tau_2^* \frac{\Delta I_2^*}{1 - \gamma} = 1. \quad (12)$$

Отримана система рівнянь (7)–(12) є математичною моделлю перетворювача Кука в режимі безперервних струмів та напруги в реактивних елементах, що відображає взаємозалежність параметрів у просторі відносних змінних. Дана математична модель дає змогу розраховувати середні та пульсаційні складові процесів у перетворювачі, визначати його регульовальні та навантажувальні характеристики, розраховувати параметри струмів та напруг у перемикаючих елементах, а також граничні параметри існування режиму безперервних

струмів та напруг в реактивних елементах. Для реалізації вказаних розрахунків необхідним є розв'язання отриманої системи алгебраїчних рівнянь щодо незалежних змінних. Розв'язком цієї системи є наступні вирази:

$$\Delta I_1^* = \frac{\Delta I_1}{I_{нсп}} = \frac{1-\gamma}{\tau_1^*}; \quad (13)$$

$$\Delta I_2^* = \frac{\Delta I_2}{I_{нсп}} = \frac{1-\gamma}{\tau_2^*}; \quad (14)$$

$$\Delta U_{c1}^* = \frac{\Delta U_{c1}}{U_{сн}} = \frac{\gamma}{\tau_c^*}; \quad (15)$$

$$U_{c1сп}^* = \frac{U_{c1}}{U_{сн}} = \frac{1}{\gamma}; \quad (16)$$

$$I_{1сп}^* = \frac{I_{1сп}}{I_{нсп}} = \frac{\gamma}{1-\gamma}; \quad (17)$$

$$U_{II}^* = \frac{U_{ex}}{U_{сн}} = \frac{1-\gamma}{\gamma}. \quad (18)$$

У якості прикладу розглянемо розрахунок процесів у перетворювачі Кука згідно з отриманими співвідношеннями (13)–(18) за умови наступних параметрів перетворювача:  $U_{ex} = 100$  В,  $T = 50$  мкс,  $T_i = 30$  мкс,  $L1 = L2 = 2$  мГн,  $C1 = 1$  мкФ,  $R_n = 40$  Ом. Для співставлення розрахункових результатів доцільно провести імітаційне моделювання процесів у перетворювачі із вказаними параметрами за допомогою пакету PSpice. На рис. 4 зображено часові діаграми струмів та напруг у реактивних елементах перетворювача.

У таблиці наведено результати розрахунку параметрів процесів у перетворювачі згідно з математичною моделлю по виразах (13)–(18) у стовпчику ММ та згідно з імітаційним

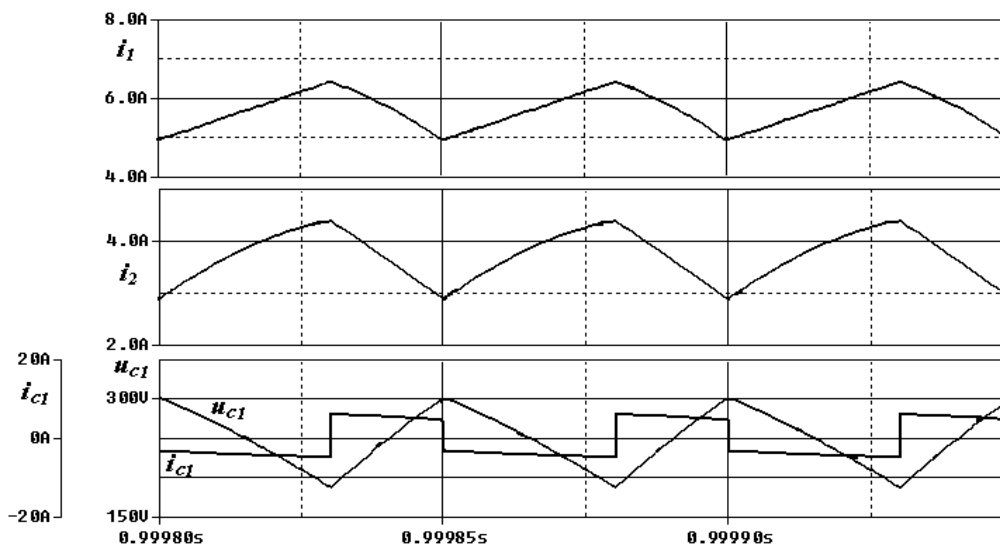


Рис. 4

моделюванням у стовпчику ІМ. За імітаційного моделювання в пакеті PSpice як основу розрахунку взято класичний метод чисельного інтегрування диференціальних рівнянь. Це є один з найбільш точних чисельних методів розрахунку, результати якого не залежать від ступеня нелінійності функцій змінних станів на інтервалах комутації. У стовпчику «Похибка» наведено результати розрахунку відносної похибки між обчисленнями за математичною моделлю та за імітаційного моделювання. Як видно з таблиці, похибка розрахунків для даного прикладу не перевищує 1,8 %, що підтверджує адекватність розробленої математичної моделі. Проведені дослідження показали, що для забезпечення припустимої точності розрахунків за допомогою розробленої математичної моделі з похибкою не вище 3 % достатньо,

щоб відносні постійні часу контурів з реактивними елементами перетворювача відповідали наступним співвідношенням:

$$\tau_1^* = L1/R_n T > 1, \tau_2^* = L2/R_n T > 1, \tau_c^* = C1R_n/T > 1.$$

| Параметр           | Результат розрахунків |       | Похибка,<br>% |
|--------------------|-----------------------|-------|---------------|
|                    | ММ                    | ІМ    |               |
| $\Delta I_1, A$    | 1,48                  | 1,50  | 1,3           |
| $I_{1cp}, A$       | 5,71                  | 5,62  | 1,8           |
| $\Delta I_2, A$    | 1,49                  | 1,5   | 1,3           |
| $I_{нсп}, A$       | 3,73                  | 3,75  | 0,5           |
| $\Delta U_{c1}, B$ | 113,13                | 112,5 | 1,2           |
| $U_{c1cp}, B$      | 248,6                 | 250,0 | 0,6           |
| $U_{сн}, B$        | 149,3                 | 150   | 0,5           |

Розглянемо використання отриманих співвідношень (13)–(18) для дослідження параметрів перетворювача Кука в режимі безперервних струмів та напруги в реактивних елементах. Область параметрів, що забезпечує безперервні струми в дроселях  $L1, L2$  та напруги на конденсаторі  $C1$ , визначається наступними співвідношеннями відповідно:

$$\frac{\Delta I_1}{2} < I_{1cp}, \frac{\Delta I_2}{2} < I_{нсп}, \frac{\Delta U_{c1}}{2} < U_{c1cp}.$$

Використовуючи співвідношення (13)–(18), отримуємо граничні значення відносних постійних часу між режимами безперервних та переривчастих струмів і напруги в зоні регулювання параметра  $\gamma$ :

$$\tau_{1cp}^* = \frac{(1-\gamma)^2}{2\gamma}, \tau_{2cp}^* = \frac{1-\gamma}{2}, \tau_{csp}^* = \frac{\gamma^2}{2}. \quad (19)$$

Графічні залежності параметрів згідно з виразами (19) зображено на рис. 5 а. Область параметрів, що розташована вище граничних значень, відповідає безперервним режимам струму та напруги.

Важливим аспектом у розрахунках перетворювача є забезпечення необхідної величини пульсації струму дроселів  $L1, L2$ . Тому визначимо з урахуванням співвідношень (13)–(18) відповідні вирази для розрахунку зазначених величин: коефіцієнт пульсації струму дроселя

$$L1 - K_{П1} = \frac{\Delta I_1}{I_{1cp}} = \frac{(1-\gamma)^2}{\tau_1^* \gamma}; \text{ коефіцієнт пульсації струму дроселя } L2 - K_{П2} = \frac{\Delta I_2}{I_{нсп}} = \frac{1-\gamma}{\tau_2^*}.$$

Визначимо також максимальні значення струмів через перемикаючі елементи перетворювача, струму через накопичувальний конденсатор, максимальні напруги в закритому стані на перемикаючих елементах. З аналізу процесів випливає, що в усталеному режимі миттєві значення струмів через перемикаючі елементи дорівнюють сумі миттєвих струмів  $i_1$  та  $i_2$  на обох інтервалах комутації. Максимальні значення струмів цих елементів є рівними між собою, тому запишемо для максимального струму  $I_{vm}$ :

$$I_{vm} = I_{1cp} + I_{нсп} + \frac{\Delta I_1}{2} + \frac{\Delta I_2}{2},$$

або у відносних змінних:

$$I_{vm}^* = \frac{I_{vm}}{I_{нсп}} = \frac{1 + A(1-\gamma)^2}{1-\gamma}, \quad (20)$$

$$\text{де } A = \frac{\tau_1^* + \tau_2^*}{2\tau_1^* \tau_2^*}.$$

Напруги на закритих транзисторі та діоді визначаються напругою  $U_{c1}$  на відповідних інтервалах комутації: середні значення на інтервалах співпадають із середніми значеннями

$U_{c1cp}$ , а максимальні значення напруги  $U_{vm}$  на перемикаючих елементах визначаються максимальною напругою  $U_{c1max}$ . Тому запишемо:

$$U_{vm} = U_{c1cp} + \frac{\Delta U_{c1}}{2},$$

або у відносних змінних:

$$U_{vm}^* = \frac{U_{vm}}{U_{cn}} = \frac{2\tau_c^* + \gamma^2}{2\gamma\tau_c^*}. \quad (21)$$

Перепишемо співвідношення (20), (21) відносно інших параметрів, що відображають наперед задані характеристики перетворювача. Врахуємо, що середнє значення вихідного струму залежить від вихідної потужності  $P_n$  у разі відомої вихідної напруги  $I_{нсп} = P_n / U_{cn}$ , причому вихідна напруга визначається виразом (18). У цьому випадку відносне значення максимального струму в перемикаючих елементах можна виразити так:

$$I_{vm}^* = \frac{I_{vm} U_{ex}}{P_n} = \frac{1 + A(1-\gamma)^2}{\gamma}. \quad (22)$$

Максимальне значення напруги на закритих перемикаючих елементах відносно заданої вхідної напруги виразимо таким чином:

$$U_{vm}^* = \frac{U_{vm}}{U_{ex}} = \frac{2\tau_c^* + \gamma^2}{2\tau_c^*(1-\gamma)}. \quad (23)$$

Графічні зображення залежностей (22), (23) показано на рис. 5 б за значень  $\tau_1^* = 1$ ,  $\tau_2^* = 1$ ,  $\tau_c^* = 0,8$ .

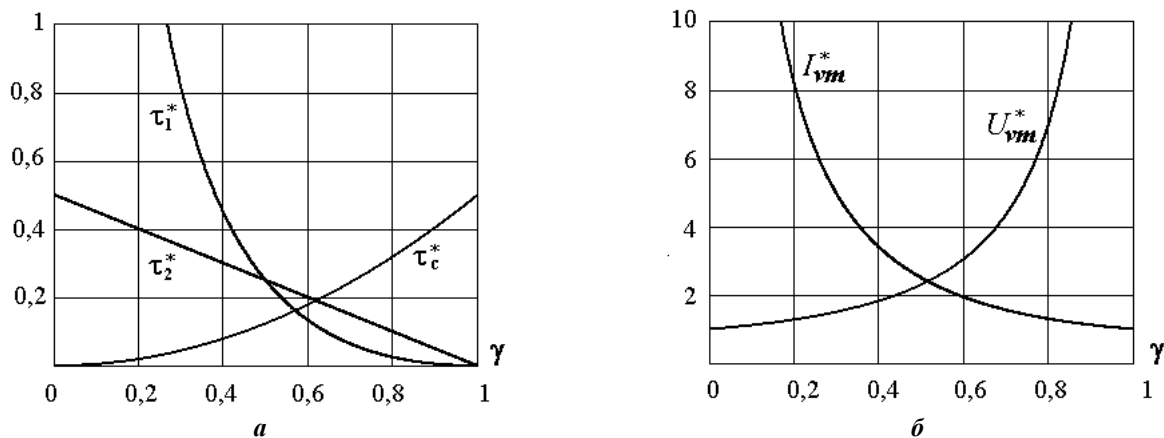


Рис. 5

Струм через накопичувальний конденсатор на інтервалі відкритого транзистора співпадає зі струмом  $i_2$  через дросель  $L2$ , а на інтервалі закритого транзистора – зі струмом  $i_1$  через дросель  $L1$ . Тому максимальне значення струму через накопичувальний конденсатор  $C1$  на інтервалі відкритого транзистора запишемо наступним чином:

$$I_{cvm} = I_{нсп} + \frac{\Delta I_2}{2},$$

а у відносних змінних:

$$I_{cvm}^* = \frac{I_{cvm}}{I_{нсп}} = 1 + \frac{1-\gamma}{2\tau_2^*}.$$

Максимальне значення струму через накопичувальний конденсатор на інтервалі закритого транзистора визначається такими виразами:

$$I_{czm} = I_{1cp} + \frac{\Delta I_1}{2},$$

та у відносних змінних:

$$I_{czt}^* = \frac{I_{czt}}{I_{нсп}} = \frac{\gamma}{1-\gamma} + \frac{1-\gamma}{2\tau_1^*}.$$

Розроблені співвідношення (13)–(18) дають змогу визначати також й інші властивості перетворювача, включаючи, наприклад, навантажувальні та регулювальні характеристики.

**Висновки.** 1. Результати дослідження показали, що застосування методу усереднення в просторі станів з використанням теорем Лагранжа дозволяє суттєво спростити розрахунок процесів у перетворювачах, зокрема, в перетворювачі Кука. Спрощення розрахунку здійснюється завдяки переходу до розв'язання системи алгебраїчних рівнянь замість розв'язання вихідних диференціальних, що виключає трудомісткі проміжні математичні перетворення та скорочує кількість обчислювальних процедур. Це забезпечує безпосереднє отримання аналітичних виразів для розрахунку інтегральних характеристик пристрою.

2. Актуальність отриманої в результаті досліджень математичної моделі перетворювача Кука та отриманих аналітичних співвідношень полягає в наступному:

- можливість розраховувати параметри перетворювача, які забезпечують безперервні, або переривчасті струми та напруги у накопичувальних реактивних елементах у всьому діапазоні комутації дозволяє визначати ефективні режими роботи пристрою;

- можливість визначати максимальні значення струмів та напруг в елементах перетворювача у всьому діапазоні комутації дозволяє обирати ці елементи пристрою з допустимими параметрами на етапі його проектування, що сприяє підвищенню його надійності.

3. Проведені дослідження показали, що для забезпечення прийнятної точності розрахунків процесів у перетворювачі (до 3 % похибки) достатньо, щоб постійні часу його еквівалентних кіл  $L1/R_n$ ,  $L2/R_n$  та  $R_n C$  були не меншими за період комутації  $T$  перетворювача.

*Фінансується за держбюджетною темою "Розвиток теорії та наукове обґрунтування принципів побудови потужних імпульсних напівпровідникових перетворювачів з нелінійним динамічним навантаженням модульної структури" (Джерело-3), державний реєстраційний номер роботи 0119U001289. КПКВК 6541030.*

1. U. S. Patent 4257087. Mar. 17, 1981. DC-to-DC Switching Converter With Zero Input And Output Current Ripple And Integrated Magnetics Circuits, Slobodan M. Cuk.
2. Mohan N., Undeland T.M., Robbins W.P. Power Electronics, John Wiley and Sons Inc., 2003. 802 p.
3. Мелешин В.И. Транзисторная преобразовательная техника. Москва: Техносфера, 2006. 632 с.
4. Мэк Р. Импульсные источники питания. Теоретические основы проектирования и руководство по практическому применению. М.: Додэка-XXI, 2008. 272 с.
5. Kazimierczuk M.K. Pulse-width modulated DC-DC power converters. Chichester: John Wiley & Sons, 2008. 782 p.
6. Chen Z. PI and sliding mode control of a Cuk converter. *IEEE Transactions on Power Electronics*. 2012. Vol. 27. Issue 8. Pp. 3695–3703.
7. Erickson R.W. Fundamentals of power electronics. Springer Science & Business Media, 2013. 773 p.
8. Cuk S. Power electronics: Modelling, Analysis and Measurements (Vol.2). Create Space Independent Publishing Platform, USA, 2015. 272 p.
9. Коршунов А. Импульсный преобразователь напряжения постоянного тока по схеме Кука. *Силовая электроника*. 2017. № 4. С. 60–66.
10. Karaarslan A. Modeling and performance analysis of Cuk converter using PI and OCC method. *Technical and Physical Problems of Engineering*. 2018. Vol.10. Issue 36. No 3. Pp. 1–5.
11. Руденко Ю.В. Способ усреднения модели импульсных преобразователей постоянного напряжения. *Технічна електродинаміка*. 2017. № 3. С. 42–48.
12. Руденко Ю.В., Щерба А.А. Аналіз багатоінтервальних процесів у напівпровідникових перетворювачах. Київ: Про Формат, 2020. 352 с.
13. Руденко Ю.В. Використання методу усереднення для аналізу перетворювачів постійної напруги в режимах переривчастих струмів в індуктивних елементах. *Праці Інституту електродинаміки НАНУ*. 2020. Вип. 57. С. 55–64.
14. Rudenko Y. Analysis of DC-DC Converters by Averaging Method based on Lagrange Theorems. *2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek)*, 2021, Pp. 367-370.

**CALCULATION OF CUK CONVERTER USING THE AVERAGING METHOD BASED ON LAGRANGE THEOREMS****Yu.V. Rudenko**

Institute of electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine,  
pr. Peremohy, 56, Kyiv, 03057, Ukraine  
e-mail: [rudenko@ied.org.ua](mailto:rudenko@ied.org.ua)

*A mathematical model of the Cuk converter has been developed using the state-space averaging method based on Lagrange theorems for the mode of continuous currents and voltages at storage reactive elements. Analytical expressions are obtained based on relative variables, making it possible to calculate processes in the converter in a wide range of parameters at the control zone of the duration of switching intervals. The limiting dependences of converter parameters between the modes of discontinuous and continuous currents and voltages in storage elements are calculated to determine the effective modes of operation of the device. Analytical dependencies are obtained, making it possible to determine the maximum values of currents and voltages in the elements of the converter over the entire switching range and allowing choosing these elements of the device with acceptable parameters at the stage of its design. Ref. 14, fig 5, table.*

**Keywords:** calculation methods for semiconductor converters, state-space averaging method, DC voltage converter, Cuk converter.

1. U. S. Patent 4257087. Mar. 17, 1981. DC-to-DC Switching Converter With Zero Input And Output Current Ripple And Integrated Magnetics Circuits, Slobodan M. Cuk.
2. Mohan N., Undeland T.M., Robbins W.P. Power Electronics, John Wiley and Sons Inc., 2003. 802 p.
3. Meleshin V.I. Transistor converter technique. Moscow: Technosphere, 2006. 632 p. (Rus)
4. Mack R. Switching power supplies. Theoretical foundations of design and guidance on practical application. Moskva: Dodeka-XXI, 2008. 272 p. (Rus)
5. Kazimierczuk M.K. Pulse-width modulated DC-DC power converters. Chichester: John Wiley & Sons, 2008. 782 p.
6. Chen Z. PI and sliding mode control of a Cuk converter. *IEEE Transactions on Power Electronics*. 2012. Vol. 27. Iss. 8. Pp. 3695–3703.
7. Erickson R.W. Fundamentals of power electronics. Springer Science & Business Media, 2013. 773 p.
8. Cuk S. Power electronics: Modelling, Analysis and Measurements (Vol.2). Create Space Independent Publishing Platform, USA, 2015. 272 p.
9. Korshunov A. Pulse DC converter by Cuk schematic. *Silovaya elektronika*. 2017. No 4. Pp. 60–66. (Rus)
10. Karaarslan A. Modeling and performance analysis of Cuk converter using PI and OCC method. *Technical and Physical Problems of Engineering*. 2018. Vol.10. Iss. 36. No 3. Pp. 1–5.
11. Rudenko Yu.V. Mode of averaging of pulse DC converter model. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2017. No 3. Pp. 42–48. (Rus)
12. Rudenko Yu.V., Shcherba A.A. Analysis of multi-interval processes in semiconductor converters. Kyiv: Pro Format, 2020. 352 p. (Ukr)
13. Rudenko Yu.V. Application of the average method for analysis of DC voltage converters with interrupted currents in inductive elements. *Pratsi Instytutu elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy*. 2020. No 57. Pp. 55–64. (Ukr)
14. Rudenko Yu. Analysis of DC-DC Converters by Averaging Method based on Lagrange Theorems. *2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek)*, 2021. Pp. 367–370.

Надійшла: 08.04.2022

Received: 08.04.2022