

**ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНІ КОМПЛЕКСИ ТА СИСТЕМИ**

УДК 621.313

DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2025.72.071>**ВИБІР ПЕРІОДУ ДИСКРЕТИЗАЦІЇ ЦИФРОВИХ РЕГУЛЯТОРІВ ПРОМИСЛОВИХ ЕЛЕКТРОПРИВОДІВ****Ю.В. Шуруб<sup>1\*</sup>**, канд. техн. наук, **Ю.Л. Цицюрський<sup>2\*\*</sup>**1 – Інститут електродинаміки НАН України,  
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна2 – Національний університет біоресурсів і природокористування України,  
вул. Героїв Оборони, 15, Київ, 03041, Українаe-mail: [yvshur@ukr.net](mailto:yvshur@ukr.net)

*Статтю присвячено аналізу впливу методу визначення допустимого періоду дискретизації у цифрових регуляторах систем автоматичного регулювання промислових електроприводів на їхні показники якості. Досліджено можливості визначення допустимого періоду дискретизації за частотою смуги пропускання амплітудно-частотної характеристики як розімкненої, так і замкненої системи. Показано, що застосування смуги пропускання розімкненої системи для визначення допустимого періоду дискретизації не дозволяє враховувати такі властивості об'єкта керування, як запізнення та астатичність. Дано кількісні рекомендації по завданню смуги пропускання замкненої системи для визначення допустимого періоду дискретизації цифрових регуляторів промислових електроприводів. Бібл. 10, рис. 12.*

**Ключові слова:** період дискретизації, смуга пропускання, амплітудно-частотна характеристика, цифровий регулятор.

**Вступ.** У цифрових регуляторах відбувається аналого-цифрове перетворення сигналу, що надходить від неперервної частини системи. Основним елементом аналого-цифрового перетворювача, який впливає на динамічні процеси в цифровій системі, є пристрій вибірки та зберігання, який дискретизує аналоговий сигнал і потім підтримує його рівень постійним до наступної дискретизації. На структурних схемах пристрій вибірки та зберігання можна представити як послідовне з'єднання ідеального квантувача за часом, який здійснює вибірку неперервного сигналу з періодичністю  $T$  та фіксатора нульового порядку, який зберігає вибране значення до наступної вибірки.

Існує проблема, пов'язана із суб'єктивністю підходів проектувальників цифрових автоматичних систем до встановлення необхідної точності відтворення неперервного сигналу за скінченною кількістю його дискретних значень. Зокрема, у [1] вказується, що згідно з теоремою Котельникова-Шеннона цифрова система буде еквівалентна неперервній, якщо частота дискретизації буде не менша за подвоєну частоту смуги пропускання  $\omega_c$ , але не вказується, як визначається смуга пропускання. Деякі джерела [2–4] під частотою смуги пропускання розуміють частоту зрізу, що відповідає значенню амплітуди вихідного сигналу на амплітудно-частотній характеристиці (АЧХ) системи  $0,707A(0)$ , де  $A(0)$  – значення АЧХ неперервної автоматичної системи на нульовій частоті  $\omega=0$ . Однак, як буде показано нижче, таке визначення  $\omega_c$  призводить до великих відхилень вихідного сигналу цифрової системи від вихідного сигналу неперервної, що не дозволяє в цьому випадку вважати цифрову систему еквівалентною неперервній. Інші джерела [5, 6] оцінюють смугу пропускання значенням частоти, що відповідає амплітуді вихідного сигналу на рівні  $0,05A(0)$ . Отже, існує невизначеність щодо визначення частоти та періоду дискретизації за частотою смуги пропускання.

Другим аспектом вибору періоду дискретизації є невизначеність, смугу пропускання якої саме неперервної автоматичної системи, розімкненої чи замкненої, слід враховувати при

визначенні допустимих частоти та періоду дискретизації. Зокрема, смуга пропускання може визначатись за АЧХ об'єкта керування [7], АЧХ розімкненої системи [1], АЧХ замкненої системи [4, 8]. Тут слід враховувати, що при побудові систем регулювання з цифровими регуляторами на відміну від систем зв'язку визначальним для вибору періоду дискретизації є не смуга частот вхідних дій, а смуга частот, що пропускається системою регулювання у цілому [3], тобто замкненою системою. Причому, як буде показано нижче, визначення смуги пропускання за АЧХ розімкненої системи не дозволяє враховувати наявність таких властивостей об'єкта керування, як запізнення та астатизм. Тому для визначення допустимого періоду дискретизації більш доцільним є використання смуги пропускання саме замкненої системи. Відзначимо, що для деяких методик синтезу цифрових регуляторів [9] необхідно вже знати допустимий період дискретизації на етапі визначення параметрів регулятора, тому у рамках даної роботи будемо проводити аналіз впливу періоду дискретизації на динамічні характеристики скоректованої системи з цифровим регулятором, що забезпечує задану смугу пропускання замкненої неперервної нескорегованої системи, тобто системи з аналоговим регулятором з коефіцієнтом передачі, що дорівнює 1.

**Метою даної роботи** є аналіз впливу методу визначення допустимого періоду дискретизації цифрових регуляторів промислових електроприводів на їхні показники якості та розробка рекомендацій до вибору періоду дискретизації залежно від динамічних властивостей об'єкта керування.

**Матеріали досліджень.** Відповідно до [10], амплітудно-частотний спектр вихідного сигналу ідеального квантувача має вигляд

$$A^*(\omega) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A(\omega - n\omega_s), \quad (1)$$

де  $A(\omega)$  – амплітудний спектр неперервного вхідного сигналу, визначений амплітудно-частотною характеристикою відповідної неперервної системи.

Співвідношення (1) показує, що ідеальний квантувач є генератором гармонік з частотою, кратною частоті дискретизації  $\omega_s$ . На виході ідеального квантувача відтворюється як спектр неперервного вхідного сигналу, так і додаткові складові на частотах, кратних частоті квантування  $\omega_s$ , а також зменшуються амплітуди всіх гармонік у  $T$  разів. Якщо припустити, що амплітудний спектр неперервного вхідного сигналу  $A(\omega)$  має вигляд, наведений на рис. 1 а, то відповідний амплітудний спектр вихідного сигналу квантувача при  $\omega_s > 2\omega_c$  матиме вигляд, наведений на рис. 1 б, де  $\omega_s$  – частота дискретизації;  $\omega_c$  – найбільша частота вхідного неперервного сигналу, яка зустрічається в його амплітудному спектрі. Якщо частота дискретизації менше  $2\omega_c$ , то в спектрі вихідного сигналу з'являться спотворення через накладення додаткових побічних складових.

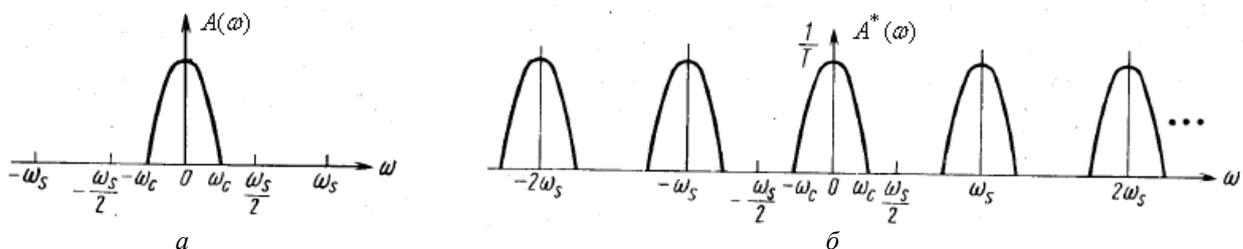


Рис. 1. Амплітудні спектри вхідного та вихідного сигналів ідеального квантувача

Оскільки частота дискретизації  $\omega_s = 2\pi/T$ , і має виконуватися нерівність  $\omega_s \geq 2\omega_c$ , то неперервний сигнал з обмеженим спектром можна описати його значеннями, вимірними в дискретні моменти часу з інтервалом  $T \leq \pi/\omega_c$ . Отже, гранично допустимий період дискретизації визначається формулою

$$T = \pi/\omega_c. \quad (2)$$

У реальних автоматичних системах спектр неперервного сигналу необмежений, на відміну від рис. 1 а, тобто  $\omega_c \rightarrow \infty$ . Але оскільки амплітуди високочастотних складових неперервних сигналів істотно послаблені, можна вважати, що сигнал має обмежений спектр при заданій точності відтворення сигналу. Тоді найвищу частоту неперервного сигналу (смугу пропускання)  $\omega_c$  можна визначити як розв'язок рівняння:

$$A(\omega) = \theta \cdot A(0), \tag{3}$$

де  $\theta$  – коефіцієнт, що визначає ширину смуги пропускання;  $A(0)$  – амплітудно-частотна характеристика неперервної замкненої нескорегованої автоматичної системи при частоті  $\omega=0$ .

На першому етапі розглянемо замкнену систему електроприводу з ПІ-регулятором, вихідною величиною якого є швидкість обертання, наприклад, електропривод відцентрового механізму (насоса, вентилятора). Об'єктом керування є електродвигун з узагальненою передатною функцією за керуючою дією [11]

$$W_{ок}(s) = \frac{1}{T_e T_M s^2 + T_M s + 1}, \tag{4}$$

де  $T_e$  – електромагнітна постійна часу;  $T_M$  – електромеханічна постійна часу.

До такої передатної функції можуть бути зведені з деякими припущеннями регульовані за напругою електроприводи постійного струму з незалежним збудженням та вентиляльні електроприводи, асинхронні електроприводи з частотним скалярним керуванням [11]. Вхідним керуючим сигналом у даному випадку є кутова швидкість холостого ходу  $\omega_0$ , що визначається напругою живлення електроприводів постійного струму та вентиляльних, частотою живлення асинхронних електроприводів. У даній роботі розрахунки будуть проводитись для частотно-регульованого двигуна 4A90L2 потужністю 3 кВт при  $T_e = 0,0098$  с,  $T_M = 0,0429$  с (за сумарного моменту інерції електроприводу, що дорівнює шести моментам інерції ротора двигуна). Тоді передатна функція об'єкта керування матиме вигляд

$$W_{ок}(s) = \frac{1}{0,0004s^2 + 0,0429s + 1}. \tag{5}$$

Структурні схеми такого електроприводу з аналоговим та цифровим ПІ-регулятором з інтегратором за методом трапецій [9] наведені на рис. 2 а та б відповідно.

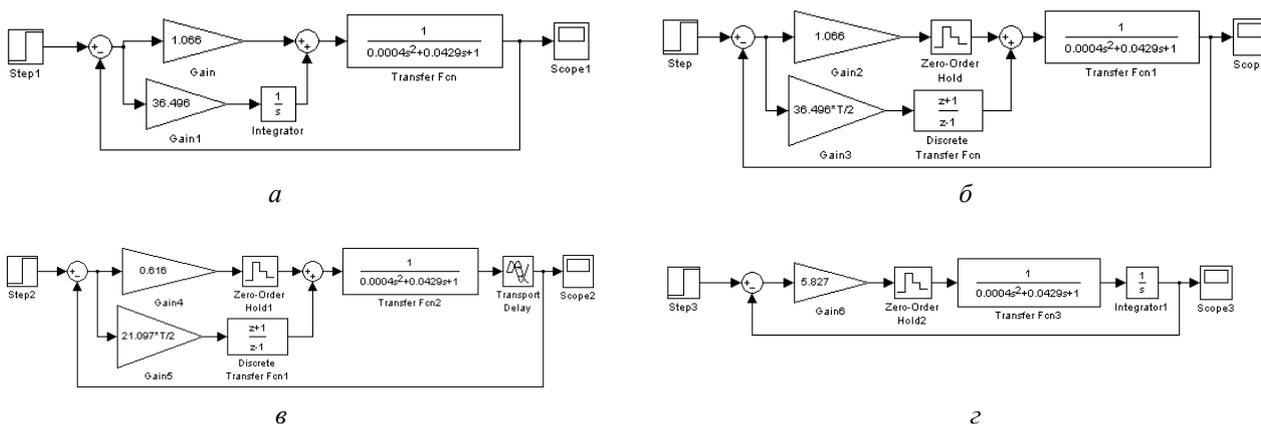


Рис. 2. Структурні схеми електроприводу

Визначення параметрів регулятора здійснено згідно з налаштуванням на технічний оптимум. Для синтезу ПІ-регулятора передатну функцію (5) доцільно подати у наступному вигляді

$$W_{ок}(s) = \frac{1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} = \frac{1}{(0,0292s + 1)(0,0137s + 1)}, \tag{6}$$

де  $T_1$  та  $T_2$  – постійні часу еквівалентних інерційних ланок.

Бажана передатна функція розімкненої системи водночас шукається у вигляді

$$W_{\text{роз}}(s) = \frac{1}{2T_{\mu}s(T_{\mu}s + 1)}, \quad (7)$$

де  $T_{\mu} = T_2 = 0,0137$  с – некомпенсована постійна часу.

Передатна функція регулятора у відповідності з (6) та (7) визначиться таким чином:

$$W_{\text{рег}}(s) = \frac{W_{\text{роз}}(s)}{W_{\text{ок}}(s)} = \frac{T_i s + 1}{K 2 T_{\mu} s}, \quad (8)$$

з параметрами налаштування  $K_p = \frac{T_1}{K 2 T_{\mu}} = \frac{0,0292}{1 \cdot 2 \cdot 0,0137} = 1,066$ ,  $K_i = \frac{1}{K 2 T_{\mu}} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 0,0137} = 36,496$ ,

де  $K=1$  – коефіцієнт передачі об'єкта керування.

Розглянемо, як впливає період квантування, визначений за умови прийняття смуги пропускання, що обмежується частотою, за якої  $A(\omega) = 0,707A(0)$  на якість замкненої системи керування електроприводом з цифровим ПІ-регулятором. Вираз АЧХ об'єкта керування (нескорегованої розімкненої системи) буде наступним

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(1 - T_e T_m \omega^2)^2 + (T_m \omega)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - 0,0004 \omega^2)^2 + (0,0429 \omega)^2}}. \quad (9)$$

АЧХ замкненої (нескорегованої) неперервної системи матиме вигляд

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(2 - T_e T_m \omega^2)^2 + (T_m \omega)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(2 - 0,0004 \omega^2)^2 + (0,0429 \omega)^2}}. \quad (10)$$

Графіки АЧХ розімкненої та замкненої неперервних систем (нескорегованих) показано на рис. 3.

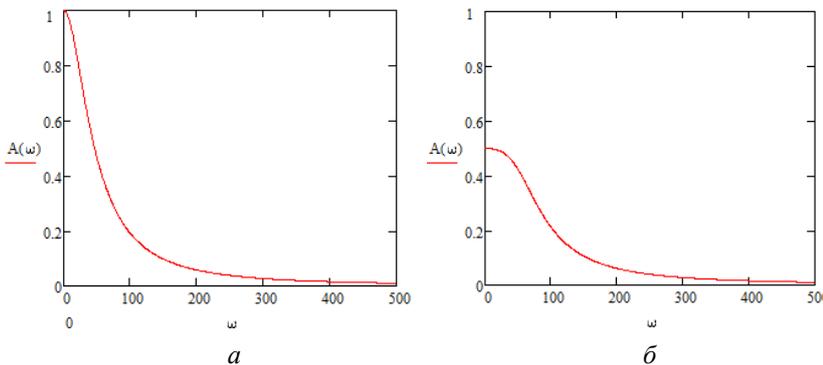


Рис. 3. АЧХ розімкненої та замкненої неперервних систем

Розв'язками рівняння (3) для АЧХ виду (9) та (10) будуть значення  $\omega_c = 29,163$  рад/с та  $\omega_c = 65,623$  рад/с відповідно. Отже, періоди дискретизації, визначені за умови забезпечення полоси пропускання  $0,707A(0)$ , згідно з (2) будуть дорівнювати  $T = 0,1077$  с для розімкненої та  $T = 0,0479$  с для замкненої систем. Внесемо ці значення періоду дискретизації

до структурної схеми цифрового ПІ-регулятора на рис. 2 та отримаємо перехідні характеристики замкненої системи (рис. 4) з аналоговим ПІ-регулятором (крива 1, також на рис. 5 та 6) та з цифровим ПІ-регулятором при періодах дискретизації  $T = 0,1077$  с (крива 2) та  $T = 0,0479$  с (крива 3).

З порівняння отриманих перехідних характеристик видно значне їхнє спотворення цифровим регулятором: при періоді  $T = 0,0479$  с, визначеним за смугою пропускання замкненої системи, перерегулювання  $\sigma$  збільшується з 4,3 % за аналогового регулятора до 40,9 % за цифрового регулятора, час перехідного процесу збільшується з 0,06 до 0,18 с. При періоді  $T = 0,1077$  с, визначеним за смугою пропускання розімкненої системи, цифрова система стає нестійкою.

Задамо смугу пропускання, що відповідає амплітуді  $A(\omega) = 0,05A(0)$ . Розв'язками рівняння (3) для АЧХ виду (9) та (10) будуть значення  $\omega_c = 216,317$  рад/с та  $\omega_c = 318,845$  рад/с відповідно. Отже, граничні періоди дискретизації, визначені за умови забезпечення полоси пропускання  $0,05A(0)$ , згідно з (2) будуть дорівнювати  $T = 0,0145$  с для розімкненої та  $T = 0,0098$  с для замкненої систем. Перехідні характеристика замкненої системи з цифровим

ПІ-регулятором при періодах дискретизації  $T = 0,0145$  с (крива 2) та  $T = 0,0098$  с (крива 3) зображені на рис. 5.

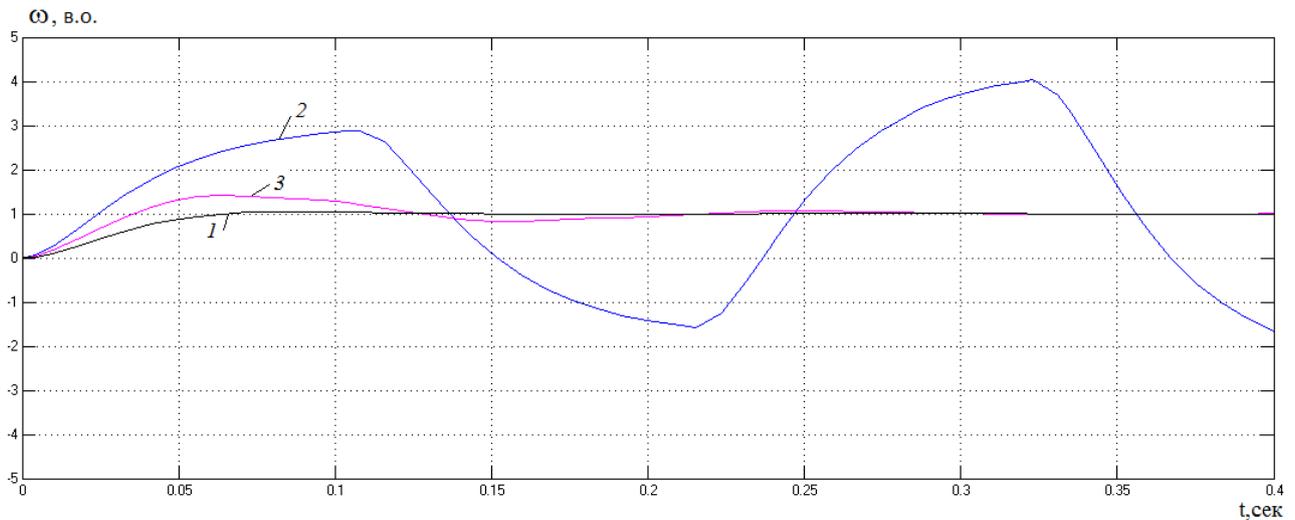


Рис. 4. Перехідні характеристики електроприводу при  $\theta = 0,707$

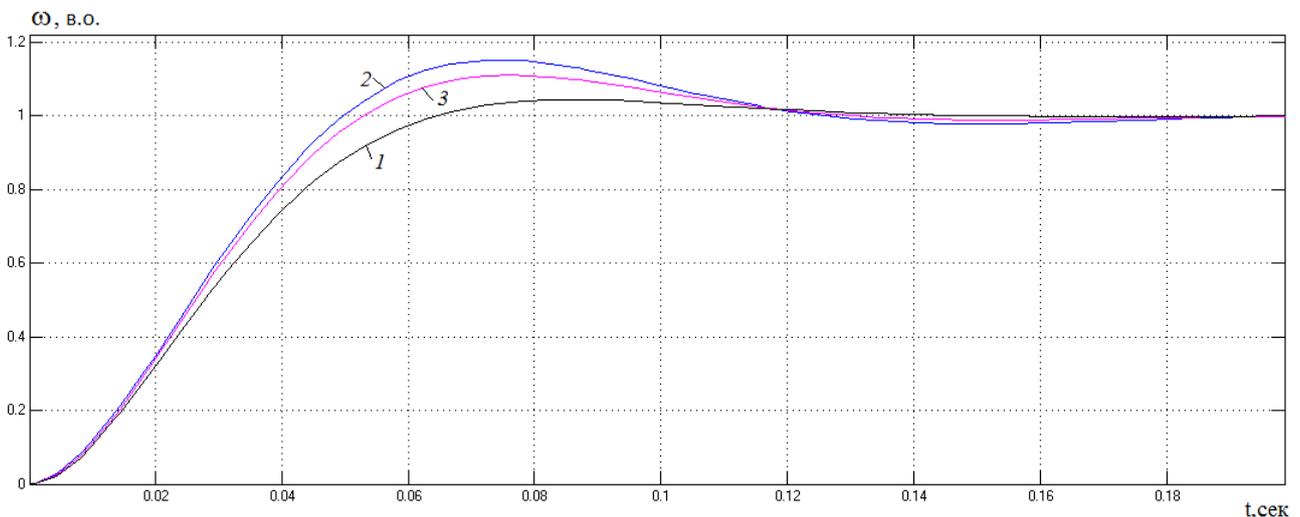


Рис. 5. Перехідні характеристики електроприводу при  $\theta = 0,05$

Видно з рис. 5, що при періоді  $T = 0,0145$  с, визначеним за смугою пропускання розімкненої системи, перерегулювання  $\sigma$  становить 15 %, а при періоді  $T = 0,0098$  с, визначеним за смугою пропускання замкненої системи, перерегулювання  $\sigma$  зменшується до 11 %, що ще суттєво відрізняється від показника технічного оптимуму для неперервної системи  $\sigma = 4,3$  %.

Тепер задамо смугу пропускання, що відповідає амплітуді  $A(\omega) = 0,01A(0)$ . Розв'язками рівняння (3) для АЧХ розімкненої системи (9) буде значення  $\omega_c = 406,761$  рад/с, для АЧХ замкненої нескорегованої системи (10) буде значення  $\omega_c = 706,593$  рад/с. Відповідні періоди дискретизації, визначені за умови забезпечення полоси пропускання  $0,01A(0)$  за формулою (2), будуть дорівнювати  $T = 0,0077$  с та  $T = 0,0044$  с. Перехідні характеристики замкненої системи з цифровим ПІ-регулятором при періодах дискретизації  $T = 0,0077$  с (крива 2) та  $T = 0,0044$  с (крива 3) зображені на рис. 6. Порівнюючи перехідні характеристики систем з аналоговим регулятором та цифровим регулятором за відповідні періоди дискретизації, можна сказати, що їхні показники якості є близькими. Отже, завдання смуги пропускання, що обмежується частотою, за якої  $A(\omega) = 0,01A(0)$ , майже не спотворює перехідну характеристику системи цифровим регулятором.

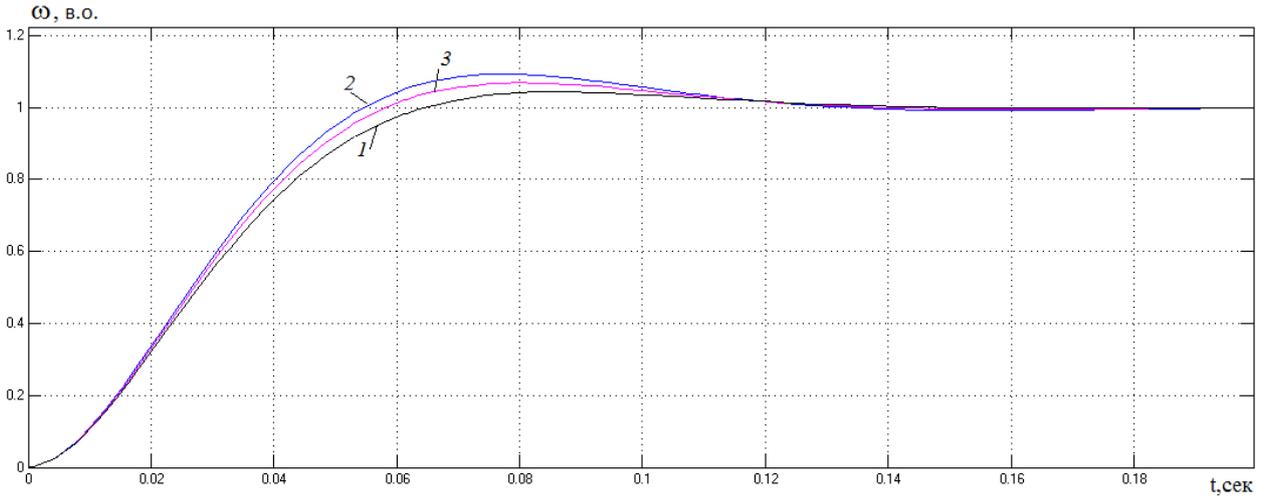


Рис. 6. Перехідні характеристики електроприводу при  $\theta = 0,01$

Далі введемо до неперервної частини системи ланку запізнення  $W(s) = e^{-s\tau}$ , де  $\tau$  – час запізнення, що може відповідати, наприклад, перетворювачу електричної енергії електроприводу (ланка Transport Delay на рис. 2 в). Вирази АЧХ розімкненої та замкнутої систем матимуть вигляд (11) та (12) відповідно:

$$A(\omega) = \frac{|e^{-j\tau\omega}|}{\sqrt{(1 - T_e T_M \omega^2)^2 + (T_M \omega)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - 0,0004 \omega^2)^2 + (0,0429 \omega)^2}}, \quad (11)$$

$$A(\omega) = \frac{|e^{-j\tau\omega}|}{\sqrt{(1 - T_e T_M \omega^2 + \cos \tau\omega)^2 + (T_M \omega - \sin \tau\omega)^2}} = \quad (12)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{(1 - 0,0004 \omega^2 + \cos \tau\omega)^2 + (0,0429 \omega - \sin \tau\omega)^2}}.$$

З виразу (11) видно, що АЧХ розімкненої системи із запізненням збігається з АЧХ розімкненої системи без запізненням (9), тобто ніяк не враховує присутність ланки запізнення у системі. Отже, визначення максимально допустимого періоду дискретизації, що забезпечує задану смугу пропускання (наприклад,  $A(\omega) = 0,01A(0)$ ), за АЧХ розімкненої системи не дозволяє врахувати вплив ланки запізнення на частотні характеристики неперервної частини системи. Графіки АЧХ розімкненої та замкнутої систем при  $\tau = 0,01$  с (наприклад, за тиристорного перетворювача) наведено на рис. 7 а та б відповідно.

Розв'язками рівняння (3) для АЧХ виду (11) буде  $\omega_c = 406,761$  рад/с, для АЧХ виду (12)  $\omega_c = 706,24$ . Допустимі періоди дискретизації, визначені за умови забезпечення полоси пропускання  $A(\omega) = 0,01A(0)$ , відповідно до (2) будуть дорівнювати  $T = 0,0077$  с для розімкненої системи та  $T = 0,0044$  для замкнутої.

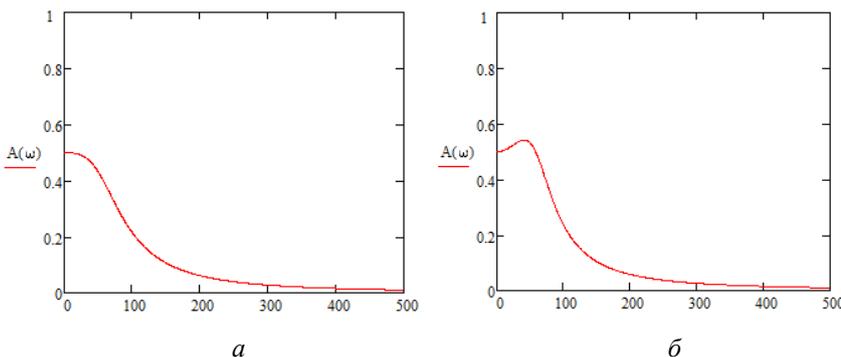


Рис. 7. АЧХ розімкненої та замкнутої неперервних систем із ланкою запізнення

Визначення параметрів ПІ-регулятора при наявності ланки запізнення здійснюється за формулою (8), враховуючи, що до сумарної некомпенсованої постійної часу входить і час запізнення  $T_\mu = T_2 + \tau$ . Тоді за  $\tau = 0,01$  с

$$K_p = \frac{T_1}{K 2 T_\mu} = \frac{0,0292}{1 \cdot 2 \cdot 0,0237} = 0,616,$$

$K_i = \frac{1}{K2T_\mu} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 0,0237} = 21,097$ . На рис. 8 наведено перехідні характеристики замкненої системи з аналоговим ПІ-регулятором (крива 1) та з цифровим ПІ-регулятором при  $\tau = 0,01$  с та періоді дискретизації  $T = 0,0077$  с (крива 2) та періоді дискретизації  $T = 0,0044$  (крива 3).

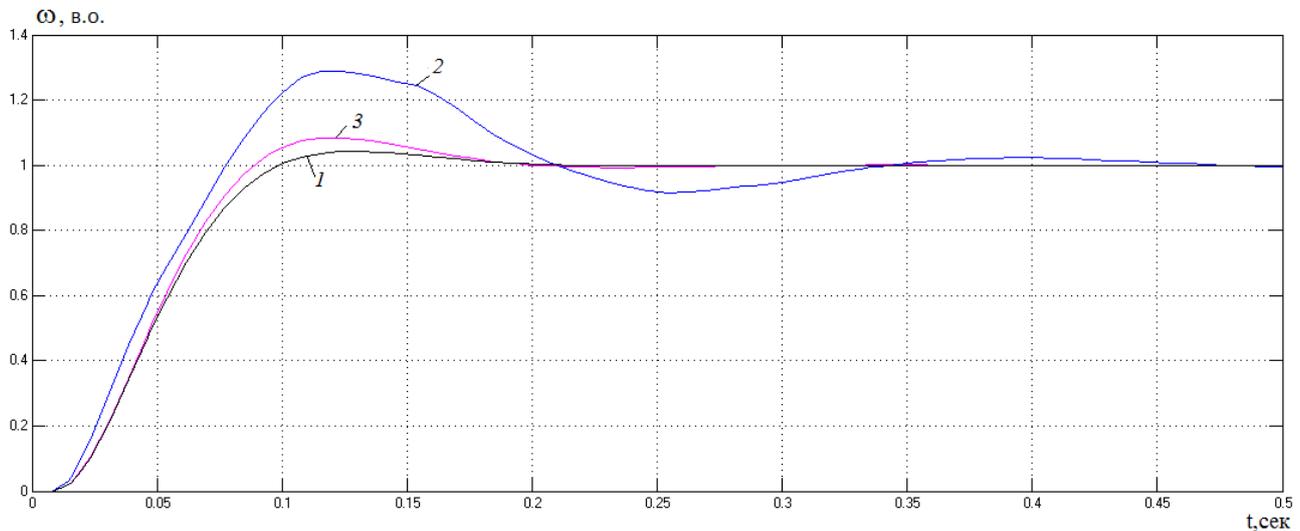


Рис. 8. Перехідні характеристики електроприводу із ланкою запізнення

З рис. 8 видно, що визначення допустимого періоду дискретизації за смугою пропускання замкненої системи дає показники якості ( $\sigma = 8,4$  %), набагато ближчі до показників якості технічного оптимуму ( $\sigma = 4,3$  %), ніж визначення допустимого періоду дискретизації за смугою пропускання розімкненої системи ( $\sigma = 29$  %).

Тепер розглянемо електропривід з об'єктом керування, що має інтегруючу ланку (наприклад, позиційний електропривід, регульованою величиною якого є переміщення). Структурна схема такого електроприводу з тими ж параметрами, як у попередніх прикладах, з цифровим ПІ-регулятором, наведена на рис. 2 з. Запізнення у даному випадку не враховується, інтегруюча ланка подана елементом Integrator1. Вирази АЧХ розімкненої та замкненої систем (нескорегованих) матимуть вигляд (13) та (14) відповідно:

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(-T_M \omega^2)^2 + (\omega - T_e T_M \omega^3)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(-0,0429 \omega^2)^2 + (\omega - 0,0004 \omega^3)^2}}, \quad (13)$$

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(1 - T_M \omega^2)^2 + (\omega - T_e T_M \omega^3)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - 0,0429 \omega^2)^2 + (\omega - 0,0004 \omega^3)^2}}. \quad (14)$$

Графіки АЧХ розімкненої та замкненої неперервних систем (нескорегованих) подані на рис. 9.

З виразу (13) та графіку АЧХ розімкненої системи видно, що  $A(0) = \infty$ , що не дозволяє визначати допустимий період квантування згідно із заданою смугою пропускання  $A(\omega) = \theta \cdot A(0)$ . Розв'язком рівняння (3) за  $\theta = 0,01$  для АЧХ замкненої системи (14) буде  $\omega_c = 48,512$  рад/с. Відповідно, період дискретизації, визначений за умови забезпечення смуги пропускання  $A(\omega) = 0,01A(0)$  буде дорівнювати  $T = 0,0647$  с.

Позиційні електроприводи здебільшого не допускають перере-

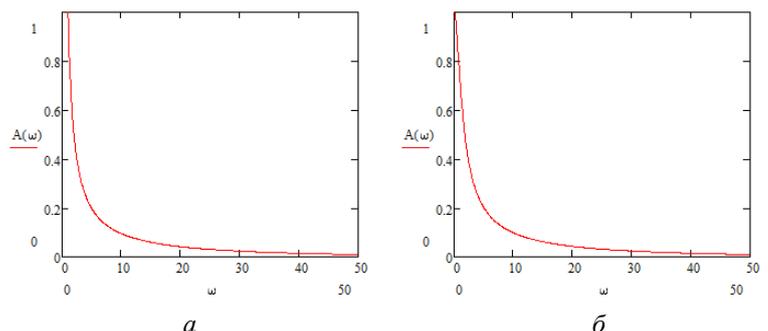


Рис. 9. АЧХ розімкненої та замкненої неперервних систем з астатичним об'єктом

гулювання, тому у (8) коефіцієнт при  $T_\mu$  має дорівнювати або бути більше 4 [11]. У випадку астатичного об'єкта згідно з (6)-(8) матимемо передатну функцію П-регулятора

$$W_{pez}(s) = \frac{1}{K4T_\mu}, \quad (15)$$

з параметром налаштування  $K_p = \frac{1}{K4T_\mu} = \frac{1}{1 \cdot 4 \cdot 0,0429} = 5,827$ , де  $T_\mu = T_1 + T_2$  – сумарна некомпенсована постійна часу. Перехідні характеристики замкненої системи з астатичним об'єктом з аналоговим П-регулятором (крива 1) та з цифровим П-регулятором за періоду дискретизації  $T = 0,0647$  с (крива 2) наведені на рис. 10.

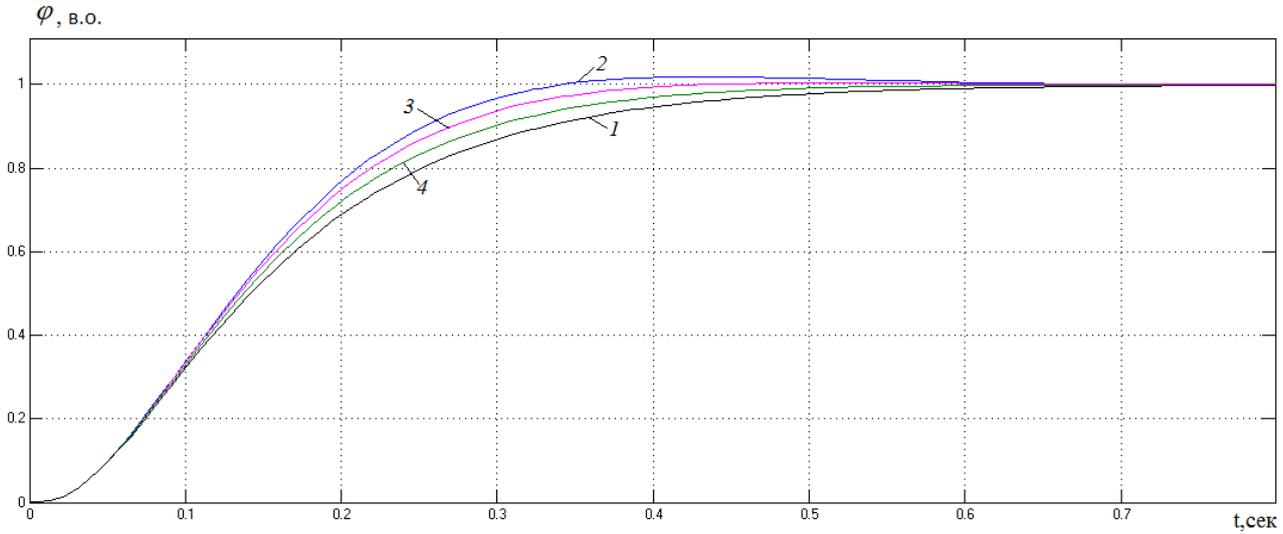


Рис. 10. Перехідні характеристики електроприводу з астатичним об'єктом

З рис. 10 видно, що за прийняття смуги пропускання  $A(\omega) = 0,01A(0)$  цифрова система матиме перерегулювання  $\sigma = 1,9\%$ , що може бути неприпустимим для деяких позиційних електроприводів. Збільшимо смугу пропускання та проаналізуємо перехідні характеристики за  $\theta = 0,005$  та  $\theta = 0,001$ . Частоти смуги пропускання тоді за (3) будуть дорівнювати  $\omega_c = 67,172$  рад/с та  $\omega_c = 128,072$  рад/с відповідно. Перехідні характеристики замкненої системи з астатичним об'єктом за відповідних періодів дискретизації  $T = 0,0467$  с (крива 3) та  $T = 0,0245$  с (крива 4) зображені також на рис. 10. Видно, що за  $T = 0,0467$  с існуватиме невелике перерегулювання  $\sigma = 0,4\%$ , а за  $T = 0,0245$  с перерегулювання буде відсутнє. Отже, для позиційних електроприводів, що не допускають перерегулювання, доцільно задавати смугу пропускання, що на порядок нижче відносно  $A(0)$  смуги пропускання систем із статичним об'єктом.

Для двигунів серії 4А потужністю 1,1...5,5 кВт, чий критичні ковзання лежать у межах  $s_k = 0,2...0,5$  [12], значення електромагнітної постійної часу  $T_e = \frac{1}{\omega_{0ел,ном} s_k}$  лежать у межах  $T_e = 0,016...0,006$  с. Електромеханічна постійна часу  $T_m$  змінюється у більш широких межах та залежить не тільки від параметрів двигуна, але й від моменту інерції робочого механізму [13]. Для врахування інерційності робочого механізму електромеханічну постійну зручно подати через електромеханічну постійну часу власне двигуна  $T_{m,дв} = \frac{J_{дв}}{\beta}$ , де  $\beta = \frac{2M_k}{\omega_{0ном} s_k}$  – модуль жорсткості лінеаризованої механічної характеристики, та відношення сумарного моменту інерції електроприводу  $J_\Sigma$  до моменту інерції ротора двигуна  $J_{дв}$  [11]:

$$T_m = T_{m, \partial \theta} \frac{J_\Sigma}{J_{\partial \theta}}. \quad (16)$$

Електромеханічні постійні часу власне двигунів для вказаного діапазону потужностей та кількості полюсів 2, 4 та 6 є співвимірними з їхніми електромагнітними постійними часу [12], тому отримані раніше результати для двигуна 4A90L2 потужністю 3 кВт з  $\frac{J_\Sigma}{J_{\partial \theta}} = 6$  можуть бути розповсюдженими на електроприводи з іншими двигунами вказаних діапазонів потужностей та кількості полюсів із значними інерціями робочих механізмів. Проаналізуємо роботу малоінерційного електроприводу з тим самим двигуном 4A90L2 за  $\frac{J_\Sigma}{J_{\partial \theta}} = 1,5$ . Тоді  $T_e = 0,0098$  с,  $T_m = 0,0107$  с, а передатна функція об'єкта керування матиме вигляд

$$W_{ок}(s) = \frac{1}{T_e T_m s^2 + T_m s + 1} = \frac{1}{0,0001s^2 + 0,0107s + 1}. \quad (17)$$

Вираз АЧХ замкненої нескорегованої системи при врахуванні в об'єкті (17) ланки запізнення з  $\tau = 0,01$  с матиме вигляд:

$$A(\omega) = \frac{|e^{-j\tau\omega}|}{\sqrt{(1 - T_e T_m \omega^2 + \cos \tau\omega)^2 + (T_m \omega - \sin \tau\omega)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - 0,0001\omega^2 + \cos 0,01\omega)^2 + (0,0107\omega - \sin 0,01\omega)^2}}. \quad (18)$$

Розв'язком рівняння (3) для АЧХ виду (18) буде  $\omega_c = 1416$  рад/с. Допустимий період дискретизації, визначений за умови забезпечення полоси пропускання  $A(\omega) = 0,01A(0)$ , відповідно до (2) буде дорівнювати  $T = 0,0022$  с.

За даного відношення електромеханічної постійної часу до електромагнітної постійної часу (менше 4) передатна функція об'єкта керування має властивості коливальної ланки та не може бути подана у вигляді двох еквівалентних інерційних ланок за аналогією з (6). Для налаштування на технічний оптимум системи з об'єктом (17) застосуємо ПІД-регулятор. Згідно з (7), (8) передатна функція ПІД-регулятора матиме вигляд

$$W_{pez}(s) = \frac{T_e T_m s^2 + T_m s + 1}{K 2 T_\mu s} = \frac{T_m}{K 2 T_\mu} + \frac{1}{K 2 T_\mu} \cdot \frac{1}{s} + \frac{T_e T_m}{K 2 T_\mu} s, \quad (19)$$

з параметрами налаштування  $K_p = \frac{T_m}{K 2 T_\mu} = \frac{0,0107}{2 \cdot 0,01} = 0,535$ ,  $K_i = \frac{1}{K 2 T_\mu} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 0,01} = 50$ ,

$K_d = \frac{T_e T_m}{K 2 T_\mu} = \frac{0,0001}{1 \cdot 2 \cdot 0,01} = 0,005$ , де  $T_\mu = \tau = 0,01$  с – некомпенсована постійна часу.

Перехідні характеристики замкненої системи, що має об'єкт керування (17) з запізненням  $\tau = 0,01$  с, з аналоговим за реального диференціатора (крива 1) та цифровим при періоді дискретизації  $T = 0,0022$  с (крива 2) ПІД-регуляторами, отримані за допомогою структурних схем, показаних на рис. 11, зображені на рис. 12.

З рис. 12 видно, що показники якості систем з аналоговим та цифровим при періоді дискретизації  $T = 0,0022$  с регуляторами є близькими. Отже, завдання смуги пропускання, що обмежується частотою, за якої  $A(\omega) = 0,01A(0)$ , може бути прийнято і для малоінерційних електроприводів з двигунами потужністю 1,1...5,5 кВт та з кількістю полюсів 2, 4 та 6.

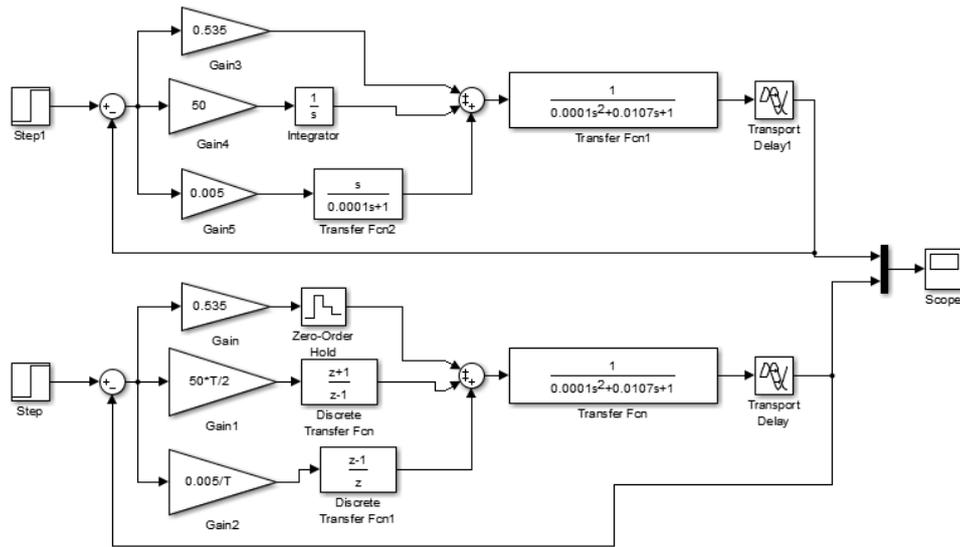


Рис. 11. Структурні схеми малоінерційного електроприводу з ПІД-регуляторами

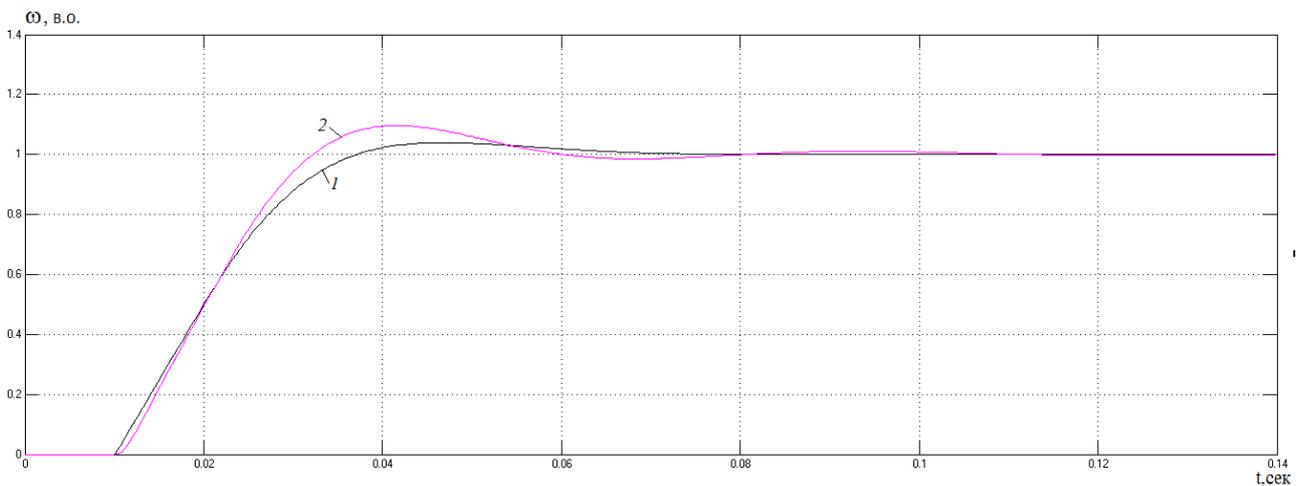


Рис. 12. Перехідні характеристики малоінерційного електроприводу при  $\theta = 0,01$

**Висновки.** Запропоновано визначати допустимий період дискретизації цифрового регулятора за смугою пропускання замкненої системи автоматичного регулювання промислових електроприводів, що на відміну від методу визначення допустимого періоду дискретизації цифрового регулятора за смугою пропускання розімкненої системи дозволяє враховувати астатичність та запізнення у об'єкті керування. Рекомендовано для промислових електроприводів з двигунами серії 4А потужністю 1,1...5,5 кВт та з кількістю полюсів 2, 4 та 6 із статичним об'єктом керування задавати частоту смуги пропускання, що відповідає 1 % або менше АЧХ замкненої системи за нульової частоти  $A(0)$ . Показано, що для позиційних електроприводів з астатичним об'єктом керування, що не допускають перерегулювання, доцільно задавати смугу пропускання, що на порядок нижче відносно  $A(0)$  смуги пропускання систем із статичним об'єктом.

Роботу виконано за використання матеріалів за темою «АСЕЛМА-В» та за фінансової підтримки Національного фонду досліджень України в рамках договору № 175/0075 «Електромеханічні системи підвищеної енергоефективності для енергетики, технологій і транспорту».

1. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування. К.: Либідь, 2007. 656 с.
2. Бесекерский В.М., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1975. 768 с.
3. Ротач В.Я. Расчет динамики промышленных автоматических систем регулирования. М.: Энергия, 1973. 440 с.
4. Franklin G.F., Powell J.D., Workman M.L. Digital Control of Dynamic Systems. AddisonWesley, 1998. 742 p.
5. Юревич Е.И. Теория автоматического управления. Л.: Энергия, 1975. 416 с.
6. Основы автоматического управления. Под редакцией В.С. Пугачева. М.: Наука, 1974. 720 с.

7. Лисенко В.П., Болбот І.М., Шворов С.А., Коваль В.В., Засць Н.А., Лендел Т.І., Наконечна К.В., Болбот А.І. Основні методи та методики підготовки кваліфікаційної роботи магістрів для студентів зі спеціальності 174 Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка: Навчальний посібник. Київ: НУБіП України, 2023. 462 с.
8. Головінський Б.Л., Шуруб Ю.В., Дудник А.О., Лисенко В.П. Цифрові системи керування. К.: НУБіП України, 2017. 108 с.
9. Шуруб Ю.В., Дудник А.О., Руденський А.А. Синтез типових цифрових астатичних регуляторів промислових електроприводів. *Технічна електродинаміка*. 2024. № 3. С. 54-60. DOI: <https://doi.org/10.15407/techmed2024.03.054>
10. Кuo B. Digital control systems. New York: Oxford University Press, 1995. 751 p.
11. Ключев В. И. Теория электропривода. М.: Энергоатомиздат, 2001. 704 с.
12. Кравчик А.Э., Шлаф М.М., Афонин В.И., Соболенская Е.А. Асинхронные двигатели серии 4А: Справочник. М.: Энергоиздат, 1982. 504 с.
13. Мазуренко Л.І., Попович О.М., Гребеніков В.В., Бібік О.В., Головань І.В., Джура О.В., Шуруб Ю.В., Вербовий А.П., Романенко В.І. Електричні машини змінного струму та електромеханічні системи на їх основі. *Праці Ін-ту електродинаміки НАН України*. 2011. Вип. 29. С. 62–70.

## SELECTION OF THE SAMPLING PERIOD OF DIGITAL REGULATORS OF INDUSTRIAL ELECTRIC DRIVES

Yu.V. Shurub<sup>1</sup>, Yu.L. Tsitsyurskiy<sup>2</sup>

1 – Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine, Beresteyskiy pr., 56, Kyiv-57, 03057, Ukraine.

2 – National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Heroiv Oborony str., 15, Kyiv-41, 03041, Ukraine.

e-mail: [yvshur@ukr.net](mailto:yvshur@ukr.net)

*The paper is devoted to the analysis of the influence of the method of determining the permissible sampling period in digital controllers of automatic control systems of industrial electric drives on their quality indicators. The possibility of determining the permissible sampling period based on the frequency of the bandwidth of the amplitude-frequency characteristic of both the open and the closed system was studied. It is shown that the use of the bandwidth of an open system to determine the permissible sampling period does not allow taking into account such properties of the control object as delay and astaticity. These are quantitative recommendations for determining the bandwidth of a closed system for determining the permissible sampling period of digital controllers of industrial electric drives. Ref. 13, fig. 12.*

**Keywords:** sampling period, bandwidth, amplitude-frequency characteristic, digital controller.

1. Popovych M.G., Kovalchuk O.V. Theory of automatic control: textbook. Kyiv: Lybid, 2007. 656 p. (Ukr)
2. Besekerskiy V.M., Popov E.P. Theory of automatic control systems. Moskva: Nauka, 1975. 768 p. (Rus)
3. Rotach V.Ya. Calculation of the dynamics of industrial automatic control systems. Moskva: Energia, 1973. 440 p. (Rus)
4. Franklin G.F., Powell J.D., Workman M.L. Digital Control of Dynamic Systems. AddisonWesley, 1998. 742 p.
5. Yurevich E.I. Theory of automatic control. Leningrad: Energia, 1975. 416 p. (Rus)
6. Basics of automatic control. Edited by Pugachev V.S. Moskva: Nauka, 1974. 720 p. (Rus)
7. Lysenko V.P., Bolbot I.M., Shvorov S.A., Koval V.V., Zayets N.A., Lendel T.I., Nakonechna K.V., Bolbot A.I. Basic methods and methods of preparation of master's qualification work for students of specialty 174 Automation, computer-integrated technologies and robotics: Study guide. Kyiv: NUBIP of Ukraine, 2023. 462 p. (Ukr)
8. Golovinskiy B.L., Shurub Yu.V., Dudnyk A.O., Lysenko V.P. Digital control systems. Kyiv: NUBIP of Ukraine, 2017. 108 p. (Ukr)
9. Shurub Yu.V., Dudnyk A.O., Rudenskiy A.A. Synthesis of typical digital astatic regulators of industrial electric drives. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2024. No 3. Pp. 54–60. DOI: <https://doi.org/10.15407/techmed2024.03.054> (Ukr)
10. Kuo B. Digital control systems. New York: Oxford University Press, 1995. 751 p.
11. Kliuchev V.I. Theory of electric drive. Moskva: Energoatomizdat, 2001. 704 p. (Rus)
12. Kravchik A.E., Shlaf M.M., Afonin V.I., Sobolenskaya E.A. Asynchronous motors series 4A: Directory. Moskva: Energoizdat, 1982. 504 p. (Rus)
13. Mazurenko L.I., Popovych O.M., Grebenikov V.V., Bibik O.V., Holovan I.V., Dzhura O.V., Shurub Yu.V., Verbovyi A.P., Romanenko A.I. Alternative current electric machines and electromechanical systems on their base. *Pratsi Instytutu Elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy*. 2011. Vyp. 29. Pp. 62–70. (Ukr)

Надійшла: 07.11.2025

Прийнята: 01.12.2025

Submitted: 07.11.2025

Accepted: 01.12.2025