

УДК 539.3 : 534.1

DOI: 10.37069/1683-4720-2018-32-6

©2018. Н.В. Жоголева

НЕЛИНЕЙНЫЕ АНГАРМОНИЧЕСКИЕ ВОЗМУЩЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН ЛЯВА ПРИ ЖЕСТКОМ ЗАКРЕПЛЕНИИ ВОЛНОВОДА

С использованием модели геометрически и физически нелинейного деформирования анизотропной упругой среды построено аналитическое решение задачи определения нелинейных ангармонических возмущений, возникающих при распространении обобщенной упругой поверхностной волны Лява. Рассматривается волновод, состоящий из слоя монокристалла класса $m\bar{3}m$ кубической системы, жестко закрепленного по верхней грани, а по нижней грани идеально контактирующего с монокристаллическим полупространством класса $m\bar{3}m$ кубической системы. Проведены численные исследования характеристик нелинейных вторых гармоник для волн из нижней ветви дисперсионного спектра поверхностных волн Лява применительно к слою из монокристалла хлорида натрия на полупространстве из монокристалла кремния. Исследованы амплитудно-частотные зависимости для кинематических характеристик упругих волновых смещений поверхностных сдвиговых волн и их нелинейных вторых гармоник.

MSC: 74J05.

Ключевые слова: геометрическая и физическая нелинейность, ангармонические эффекты, волны Лява, нелинейные вторые гармоники волн Лява, слой на полупространстве, анизотропные материалы, жесткое закрепление грани волновода.

1. Введение.

Проблема исследования поверхностных упругих волн в анизотропных по физико-механическим свойствам упругих волноводах, относится к числу ведущих проблем механики деформированного твердого тела и на сегодняшний день сохраняет интерес в теоретическом и прикладном отношениях. Результаты исследования этих проблем являются научной базой для таких технических отраслей как ультразвуковая дефектоскопия, ультразвуковой неразрушающий контроль, геоакустика, акустоэлектроника. С другой стороны, фундаментальное значение исследований по этим направлениям обусловлены логикой развития волновой механики анизотропных деформируемых сред.

Большинство теоретических численно-аналитических исследований процессов распространения упругих волн основывается на линейных моделях волновых процессов. Вопросам анализа нелинейных эффектов при распространении волн малой интенсивности в анизотропных средах посвящен ограниченный круг исследований. Принципиально важная, актуальная в теоретическом и прикладном отношениях проблема описания свойств нелинейных волн в упругих телах пространственного геометрического строения остается на сегодняшний день открытой из-за чрезвычайной сложности неоднородных краевых задач, которые описывают данные волновые эффекты.

В данной работе описано построение и исследование решения задачи определения характеристик нелинейных вторых гармоник обобщенных поверхностных волн Лява, которые распространяются в слое монокристалла хлорида натрия класса m3m кубической системы, расположенном на кремниевом упругом полупространстве аналогичного класса анизотропии, при жестком закреплении внешней грани слоя и идеальном физико-механическом контакте нижней грани слоя с полупространством-подложкой.

2. Постановка и основные соотношения задачи.

Волновод отнесен к системе прямоугольных координат $Ox_1x_2x_3$. Он состоит из слоя $V_1 = \{-\infty < x_1, x_2 < \infty, -h \leq x_3 \leq 0\}$ и полупространства-подложки $V_2 = \{-\infty < x_1, x_2 < \infty, 0 < x_3 < \infty\}$. Рассматриваются кристаллографические материалы класса m3m кубической системы, характеризующиеся тремя независимыми упругими постоянными второго порядка $c_{11}^{(p)}, c_{12}^{(p)}, c_{44}^{(p)}$, шестью упругими постоянными третьего порядка $c_{111}^{(p)}, c_{112}^{(p)}, c_{114}^{(p)}, c_{155}^{(p)}, c_{123}^{(p)}, c_{456}^{(p)}$ и плотностью $\rho^{(p)}$. Кристаллографические направления компонент волновода коллинеарны. Применяется переход к безразмерным координатным переменным и кинематическим характеристикам: $x_j = \tilde{x}_j/R_*$, где $R_* = h$; функции волновых упругих смещений $u_j = \tilde{u}_j/u_*$, где u_* – максимальный уровень амплитуд.

Для анализа нелинейных ангармонических эффектов при распространении поверхностных волн Лява волн вдоль координатного направления Ox_1 используется модель физически и геометрически нелинейного динамического деформирования материала, базирующаяся на представлении упругого потенциала U и механических деформаций ε_{jk} в виде

$$U = \frac{1}{2}c_{jqrk}\varepsilon_{jq}\varepsilon_{rk} + \frac{1}{6}c_{jqrkml}\varepsilon_{jq}\varepsilon_{rk}\varepsilon_{lm} \quad (j, q, r, k, l, m = \overline{1,3}) \quad (1)$$

$$\varepsilon_{jk} = \frac{1}{2}(u_{l,k} + u_{k,j} + u_{l,j}u_{l,k}), \quad (2)$$

где $u_{r,k} = \partial u_r / \partial x_k$, u_r компоненты вектора волновых упругих перемещений.

Компоненты тензора механических напряжений σ_{jd} , представляются в виде суммы линейных и нелинейных составляющих

$$\sigma_{jd} = \sigma_{jd}^{(l)} + \sigma_{jd}^{(n)}, \quad (3)$$

где

$$\sigma_{jd}^{(l)} = c_{jdrk}u_{r,k}, \quad \sigma_{jd}^{(n)} = \frac{1}{2}c_{jdrk}u_{l,r}u_{l,k} + c_{pdrk}u_{j,p}u_{r,k} + \frac{1}{2}c_{jdrklm}u_{r,k}u_{l,m}. \quad (4)$$

Уравнения движения для образующих рассматриваемую волноводную структуру упругих сред при отсутствии объемных сил можно представить в тензорном виде

$$\rho \ddot{u}_j^{(p)} - \sigma_{j,d,d}^{(p,l)} = \sigma_{j,d,d}^{(p,n)}, \quad (j = \overline{1,3}). \quad (5)$$

В представлениях (5) и последующих соотношениях верхний индекс p у характеристик напряженно-деформированного состояния указывает на то, что соответствующая характеристика относится к компоненте V_p рассматриваемого волновода.

3. Численно-аналитическое решение.

Используется концепция определения составляющих волнового поля в компоненте V_p в виде отрезка разложения по степеням малого параметра $u_j = u_j^{(l)} + \delta u_j^{(n)}$ где $\delta = u_*/R_* \ll 1$. На основе данного подхода рассматриваемая задача сводится к однородной спектральной задаче относительно комплексной вектор-функции перемещений линейных волн Лява в рассматриваемой структуре и неоднородной краевой задаче определения функции перемещений для нелинейных ангармонических возмущений (вторых гармоник волн Лява).

В рассматриваемой задаче о распространении линейных волн Лява в слое монокристалла класса $m\bar{3}m$ кубической системы на полупространстве из монокристалла аналогичного класса кубической системы при условии идеального механического контакта компонент волновода и жесткого закрепления внешней грани слоя линейные составляющие исследуемого волнового поля определяются из однородной спектральной краевой задачи

$$\sigma_{2j,j}^{(p,l)} - \rho_p \ddot{u}_2^{(p)} = 0, \quad (p = 1, 2); \quad (6)$$

$$\begin{aligned} (u_j^{(1,l)})_{x_3=-1} = 0, \quad (u_j^{(1,l)})_{x_3=0} = (u_j^{(2,l)})_{x_3=0}, \\ (\sigma_{3j}^{(1,l)})_{x_3=0} = (\sigma_{3j}^{(2,l)})_{x_3=0}, \quad (j = \overline{1,3}). \end{aligned} \quad (7)$$

Комплексные вектор-функции линейных волновых перемещений $\vec{u}^{(p,l)}$ характеризуются единственной ненулевой компонентой $u_2^{(p,l)}$. Представления для $u_2^{(p,l)}$ с нормирующим безразмерным параметром $u_2^{(0)}$ для компоненты V_p рассматриваемого волновода имеют вид:

$$\begin{aligned} u_2^{(l,1)} = u_2^{(0)} (\cos(\alpha^{(1)} x_3) - c_{44}^{(2)} \alpha^{(2)} \sin(\alpha^{(1)} x_3) / (c_{44}^{(1)} \alpha^{(1)})) e^{-i(\omega t - k_q x_1)}, \\ u_2^{(l,1)} = u_2^{(0)} e^{-\alpha^{(2)} x_3} e^{-i(\omega t - k_q x_1)}, \\ \alpha^{(1)} = ((\Omega_1/c_{44}^{(1)})^{1/2} - k^2)^{1/2}, \quad \alpha^{(2)} = (k^2 - (\Omega_2/c_{44}^{(2)})^{1/2})^{1/2}, \\ \Omega_p = (\rho_p R_*^2 \omega^2 / c_*)^{1/2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Дисперсионное соотношение, определяющее зависимость нормированного частотного параметра $\Omega = \Omega_2 = (\rho_2/\rho_1)^{1/2} \Omega_1$ и нормированного волнового числа k_q для обобщенных линейных волн Лява моды q в волноводе данного типа имеет вид

$$tg(k_q (\Omega_1^2/k_q^2 - 1)^{1/2}) = -c_{44}^{(1)} (\Omega_1^2/k_q^2 - 1)^{1/2} / c_{44}^{(2)} (1 - \Omega_2^2/k_q^2)^{1/2}. \quad (9)$$

Структура (8), (9) далее используется при определении соотношений задачи поиска соответствующих нелинейных ангармонических возмущений для поверхностных волн Лява. Соотношения второго приближения и краевые условия на границах в рассматриваемом волноводе имеют вид:

$$(\sigma_{ij,j}^{(p,l)})_{\bar{u}^{(p)}=\bar{u}^{(p,n)}} - \rho_p \ddot{u}_i^{(p,n)} = -(\sigma_{ij,j}^{(p,n)})_{\bar{u}^{(p)}=\bar{u}^{(p,l)}}; \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & (\sigma_{3i}^{(1,l)})_{\bar{u}^{(1)}=\bar{u}^{(1,n)}} + (\sigma_{3i}^{(1,n)})_{\bar{u}^{(1)}=\bar{u}^{(1,l)}} = \\ & = (\sigma_{3i}^{(2,l)})_{\bar{u}^{(2)}=\bar{u}^{(2,n)}} + (\sigma_{3i}^{(2,n)})_{\bar{u}^{(2)}=\bar{u}^{(2,l)}}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} u_i^{(2,n)} &= u_i^{(1,n)} \quad (i = \overline{1,3}) \quad \text{при } x_3 = 0, \\ u_i^{(1,n)} &= 0 \quad (i = \overline{1,3}) \quad \text{при } x_3 = -1. \end{aligned}$$

Компоненты комплексного вектора напряженности вторых гармоник определяются из соотношений краевой задачи (10), (11) в аналитической форме методами компьютерной алгебры. Из анализа структуры краевой задачи (10), (11) априори выходит, что вторыми гармониками исследуемых линейных волн являются волны P-SV типа, характеризующиеся ненулевыми компонентами $u_1^{(p,n)}$ и $u_3^{(p,n)}$. Вторые гармоники для компонент волновода представляются в виде суммы частного и общего решения соответствующей неоднородной краевой задачи, скомпонованное представление для которых имеет следующий вид компонент $u_j^{(p,n)}$ ($j = 1, j = 3$):

$$\begin{aligned} u_1^{(1,n)} &= (u_2^{(0)})^2 (\tilde{\lambda}_{11} \cos(\zeta_1^{(1)} x_3) + \tilde{\lambda}_{12} \cos(\zeta_2^{(1)} x_3)) + \tilde{\mu}_{11} \sin(\zeta_1^{(1)} x_3) + \tilde{\mu}_{12} \sin(\zeta_2^{(1)} x_3) + \\ & + \nu_1 + \chi_1 \cos(2\alpha^{(1)} x_3) + \xi_1 \sin(2\alpha^{(1)} x_3) \exp(-2i(\omega t - kx_1)), \\ u_3^{(1,n)} &= (u_2^{(0)})^2 (\tilde{\lambda}_{31} \sin(\zeta_1^{(1)} x_3) + \tilde{\lambda}_{32} \sin(\zeta_2^{(1)} x_3) + \tilde{\mu}_{31} \cos(\zeta_1^{(1)} x_3) + \tilde{\mu}_{32} \cos(\zeta_2^{(1)} x_3) + \\ & + \nu_3 + \chi_3 \sin(2\alpha^{(1)} x_3) + \xi_3 \cos(2\alpha^{(1)} x_3)) \exp(-2i(\omega t - kx_1)), \\ u_1^{(2,n)} &= (u_2^{(0)})^2 (\tilde{\beta}_{11}^{(2)} \exp(\zeta_1^{(2)} x_3) + \tilde{\beta}_{12}^{(2)} \exp(\zeta_2^{(2)} x_3) + \\ & + \gamma_1 \exp(2\alpha^{(2)} x_3)) \exp(-2i(\omega t - kx_1)), \\ u_3^{(2,n)} &= (u_2^{(0)})^2 (\tilde{\beta}_{31}^{(2)} \exp(\zeta_1^{(2)} x_3) + \tilde{\beta}_{32}^{(2)} \exp(\zeta_2^{(2)} x_3) + \\ & + \gamma_3 \exp(2\alpha^{(2)} x_3)) \exp(-2i(\omega t - kx_1)). \end{aligned} \quad (12)$$

Коэффициенты $\tilde{\lambda}_{ij}$, $\tilde{\mu}_{ij}$, $\tilde{\beta}_{ij}^{(p)}$ в представлении общего решения и коэффициенты ν_i , χ_i , ξ_i , γ_i в представлении частного решения получены в аналитической форме методами компьютерной алгебры и имеют крайне громоздкие выражения.

4. Анализ численных результатов.

Численные исследования кинематических характеристик для нелинейных вторых гармоник исследуемых поверхностных волн Лява реализованы для волновода, состоящего из слоя V_1 хлорида натрия, размещенного на кремниевом полупространстве V_2 . Физико-механические свойства используемых материалов характеризуются следующими независимыми упругими константами и плотностью [1]:

$$\begin{aligned}
 \text{монокристалл NaCl} - c_{11}^{(1)} &= 4,958c_*, c_{12}^{(1)} = 1,306c_*, c_{44}^{(1)} = 1,279c_*, \\
 c_{111}^{(1)} &= -86,36c_*, c_{112}^{(1)} = -4,96c_*, c_{123}^{(1)} = 0,93c_*, c_{144}^{(1)} = 1,32c_*, \\
 c_{456}^{(1)} &= 0,71c_*, c_{155}^{(1)} = -5,87c_*, \rho_1 = 2,1678\rho_*; \\
 \text{монокристалл Si} - c_{11}^{(2)} &= 16,7c_*, c_{12}^{(2)} = 7,9c_*, c_{44}^{(2)} = 6,5c_*, \\
 c_{111}^{(2)} &= -82,5c_*, c_{112}^{(2)} = -45,1c_*, c_{123}^{(2)} = -6,4c_*, c_{144}^{(2)} = 1,2c_*, \\
 c_{456}^{(2)} &= -6,4c_*, c_{155}^{(2)} = -31,0c_*, \rho_2 = 2,33\rho_*;
 \end{aligned}$$

Величины параметров c_* , ρ_* составляют $c_* = 10^{10} (N/m^2)$, $\rho_* = 10^3 (kg/m^3)$.

Для сравнительного частотного анализа исследуемых нелинейных волновых эффектов были рассчитаны распределения нормированных амплитуд упругих поперечных смещений $|u_2^{(l)}|/u_2^{(0)}$ в линейных волнах Лява и в их вторых гармониках $|u_1^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$ и $|u_3^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$ по толщинной координате волновода x_3 в зоне, включающей область слоя $x_3/h \in [-1; 0]$ и полупространства $x_3/h \in (0; 4]$.

Нормированные функции интенсивности сдвиговых колебаний $|u_2^{(l)}|/u_2^{(0)}$ представлены на рис. 1 для волн приведенных частот $\Omega(k_1) \in \{2; 3.15; 5\}$, которые принадлежат нижней ветви дисперсионного спектра, определяемого соотношением (10). А распределение интенсивности их нелинейных ангармонических возмущений $|u_1^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$, $|u_3^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$, соответственно представлены на рис. 2 - рис. 4 для каждой из рассмотренных в работе частот $\Omega(k_1)$.

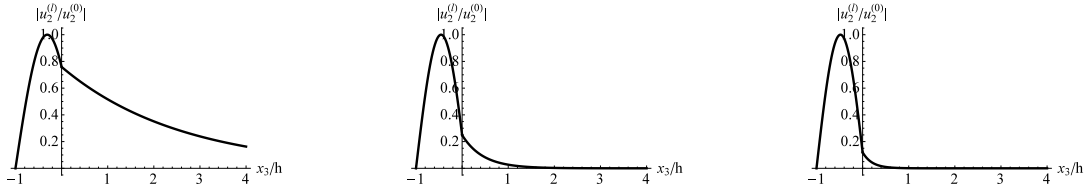


Рис. 1. Распределение нормированных значений $|u_2^{(l)}|/u_2^{(0)}$ для частот $\Omega = 2, \Omega = 3.15, \Omega = 5$

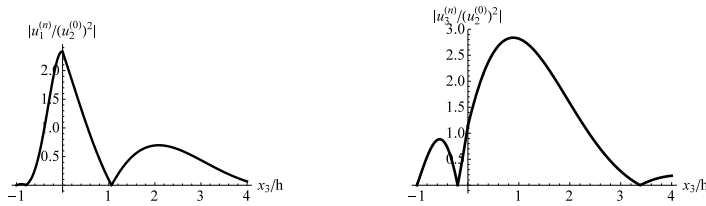


Рис. 2. Распределение нормированных значений $|u_1^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2, |u_3^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$ при $\Omega = 2$

Следует подчеркнуть, что амплитуды нелинейных вторых гармоник пропорциональны квадрату нормирующего множителя $u_2^{(0)}$, который для поверхностных волн Лява с реальными параметрами интенсивности при $\delta \ll 1$ является малой

величиной. Таким образом, реальный уровень нелинейных ангармонических эффектов может быть оценен при указании конкретного значения малой амплитуды линейной поверхностной волны.

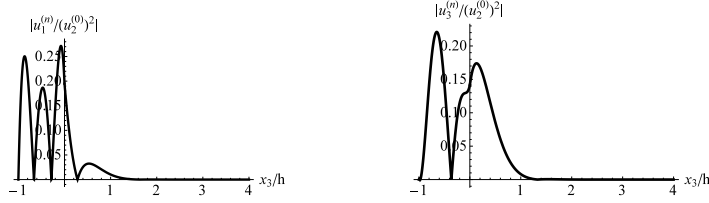


Рис. 3. Распределение нормированных значений $|u_1^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$, $|u_3^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$ при $\Omega = 3.15$

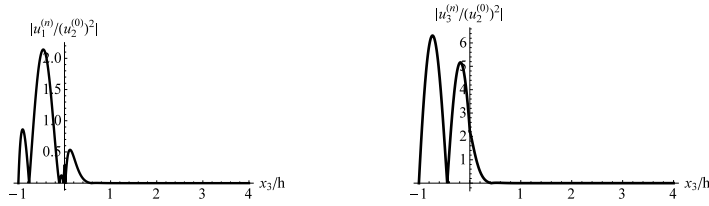


Рис. 4. Распределение нормированных значений $|u_1^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$, $|u_3^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$ при $\Omega = 5$

Рис.1 показывает распределение колебательных смещений в единственной для линейной задачи о распространении волны Лява ненулевой компоненте $|u_2^{(l)}|/u_2^{(0)}$. Прослеживается достижение максимума нормированной амплитуды $|u_2^{(l)}|/u_2^{(0)} = 1$ в зоне слоя и монотонное угасание смещений при отдалении от границы вглубь полупространства. Однако при малом значении частоты $\Omega = 2$ колебания проникают на значительно более существенную глубину волновода (около 10 толщин слоя) по сравнению с данными для других частот. Все же условие угасания колебаний при $x_3 \rightarrow \infty$ остается выполненным.

Значительно больший интерес представляет изучение свойств нелинейных вторых гармоник, полученных благодаря учету геометрической и физической нелинейности компонент волновода. В распределениях $|u_1^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$, $|u_3^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$ общим априорным свойством является угасание интенсивности волновых смещений при отходе от границы контакта материалов волновода $x_3 = 0$ вглубь полупространства. На рис.2 ($\Omega = 2$) максимальные значения амплитуд для $|u_1^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$ достигаются в зоне контакта материалов, а для $|u_3^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$ — в полупространстве (при $x_3 \approx 1$). При росте частоты на рис.3, рис.4 ($\Omega = 3.15$ и $\Omega = 5$) колебательные смещения для всех компонент сжимаются в зоне слоя лишь незначительно проникая в полупространство. Колебания характеризуются 2-3 пиками максимумов, локализованных около внешней поверхности волновода, в срединной зоне слоя и около границы контакта материалов. Для среднего из рассмотренных значений ча-

стоты (рис.3 $\Omega = 3.15$) стоит отметить значительный спад интенсивности амплитуд $|u_1^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$ и $|u_3^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$ в 10 раз по сравнению с остальными представленными в работе результатами. С увеличением частоты $\Omega = 5$ амплитуда $|u_3^{(n)}|/(u_2^{(0)})^2$ растет. На рис.4 наблюдается доминирование сдвиговой SV компоненты по отношению к Р-продольной.

Цитированная литература

1. Блистанов А.А., Бондаренко В.С., Переломова Н.В. и др. Акустические кристаллы: Справочник / Под ред. М. П. Шаскольской. – Москва: Наука, 1982. – 632 с.
2. Красильников В.А., Лямов В.Е. Нелинейное взаимодействие упругих волн в кристаллах и обработка сигнальной информации // Акуст. журн. – 1973. – Т. 19, № 5. – С. 801–804.
3. Рушчицкий Я.Я. Особливості розвитку теорії пружних нелінійних хвиль // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2003. – Т. 46, № 3. – С. 90–105.
4. Ferreira R.E., Boulanger Ph., Destrade M. Large amplitude Love waves. The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics. – 2008. – Vol. 61, N 3. – P. 353–371.
5. Kurenayaya K.I., Storozhev V.I. Nonlinear acoustic effects while spreading of the normal waves in anisotropic elastic layer // In: Proc. 10th International Congress on Sound and Vibration (Stockholm, Sweden, 7–10 July 2003). – Stockholm: IIAV, 2003. – Vol. 7. – P. 3605–3612.
6. Storozhev V.I., Kuslivaya A.A. Nonlinear anharmonic effects for normal waves in monocrystal anisotropic germanium layer with flexible not extensible coverings of sides // In: Proc. 9th Conference on Dynamical Systems: Theory and Applications (December 17–20, 2007), Lodz, Poland. – 2007. – Vol. 1. – P. 433–440.

References

1. Blistanov, A.A., Bondarenko, V.S., Perelomova N.V. et al (1982). *Acoustic crystals: manual*. Moscow: Nauka (in Russian).
2. Krasil'nikov, V.A., Lyamov, V.E. (1973). Nonlinear interaction of elastic waves in crystals and signal information processing. *Acoust. journal*, 19(5), 801-804 (in Russian).
3. Rushtchitsky, J.J. (2003). Features of the development of the theory of elastic nonlinear waves. *Math. methods and phys.-mech. fields*, 46(3), 90-105 (in Ukrainian).
4. Ferreira, R.E., Boulanger, Ph., Destrade, M. (2008). Large amplitude Love waves. *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, 61(3), 353-371.
5. Kurenayaya, K.I., Storozhev, V.I. (2003). Nonlinear acoustic effects while spreading of the normal waves in anisotropic elastic layer. *Proc. 10th International Congress on Sound and Vibration (Stockholm, Sweden, 7-10 July 2003)*. Stockholm, IIAV, Vol. 7, 3605-3612.
6. Storozhev, V.I., Kuslivaya, A.A. (2007). Nonlinear anharmonic effects for normal waves in monocrystal anisotropic germanium layer with flexible not extensible coverings of sides. *Proc. 9th Conference on Dynamical Systems: Theory and Applications (December 17-20, 2007)*, Lodz, Poland, Vol. 1, 433-440.

N.V. Zhogoleva

Nonlinear anharmonic disturbances of elastic surface Love waves under rigid fixation of the waveguide.

The model of geometrically and physically nonlinear deformation of anisotropic elastic medium is used in this work. A theoretical numerical-analytic solution of the boundary value problem of determining nonlinear anharmonic disturbances that are generated because of generalised Love wave propagation

in a waveguide in the form of a single-crystal layer of the $m\bar{3}m$ class of a cubic system on the half-space of a single-crystal material of $m\bar{3}m$ class of a cubic system is constructed. The elastic layer on the top edge is rigidly fixed and on the bottom edge has ideal mechanical contact with the elastic halfspace. Numerical investigations have been carried out for a combination of waveguide materials: a layer of sodium chloride on the silicon half-space. Amplitude-frequency dependences for kinematic characteristics of elastic wave displacements of Love waves and their nonlinear second harmonics are researched and generalized.

Keywords: *geometrical and physical nonlinearity, anharmonic effects, Love waves, nonlinear second harmonics of Love waves, anisotropic layer on the anisotropic half-space, rigid fixation of the waveguide edge.*

Н.В. Жоголева

Нелінійні ангармонічні збурення поверхневих хвиль Лява при жорсткому закріпленні хвилеводу.

Використовуючи модель геометрично та фізично нелінійного деформування анізотропного пружного середовища побудовано аналітичний розв'язок задачі визначення нелінійних ангармонічних збурень, які виникають при поширенні узагальненої пружної поверхневої хвилі Лява. Розглядається хвилевод, який складається з шару монокристала класа $m\bar{3}m$ кубічної системи, жорстко закріпленого по верхній грані, а по нижній грані ідеально контактуючого з монокристалічним півпростором класа $m\bar{3}m$ кубічної системи. Проведено числові дослідження характеристик нелінійних других гармонік для хвиль з нижньої гілки дисперсійного спектру поверхневих хвиль Лява стосовно до шару з монокристала хлориду натрія на півпросторі з монокристала кремнія. Досліджено амплітудно-частотні залежності для кінематичних характеристик пружних хвильових зсувів поверхневих хвиль Лява та їх нелінійних других гармонік.

Ключові слова: *геометрична та фізична нелінійність, ангармонічні ефекти, хвилі Лява, нелінійні другі гармоніки хвиль Лява, шар на півпросторі, анізотропні матеріали, жорстке закріплення грані хвилеводу.*

Институт прикладной математики и механики НАН Украины,
Славянск
zhogoleva.nadia@gmail.com

Получено 26.10.18