

5. Бочвар А. А. Металловедение. - М.: Металлургиздат, 1956. - 401 с.
6. Новиков И. И. Горячеломкость цветных металлов и сплавов. - М.: Наука, 1966. - 299 с.
7. Котлярский Ф. М., Борисов Г. П., Белик В. И., Дука В. М. Водородное рафинирование алюминиевых сплавов от твердых неметаллических включений // Процессы литья. - 2008. - № 4. - С. 48-55.

Поступила 21.05.2008

УДК 669.18:621.746

**Л. А. Соколовская, В. А. Мамишев**

Физико-технологический институт металлов и сплавов НАН Украины, Киев

### **О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ЗАДАЧ С ФАЗОВЫМИ ПЕРЕХОДАМИ В МЕТАЛЛУРГИИ И ЛИТЕЙНОМ ПРОИЗВОДСТВЕ**

*Изложены методические вопросы математического моделирования фазовых переходов (плавление и затвердевание) в условиях внутреннего и внешнего теплообмена при формировании слитков и отливок с введенными в расплав твердыми добавками.*

*Розглянуто методичні питання математичного моделювання фазових переходів (плавлення і тверднення) в умовах внутрішнього та зовнішнього теплообміну при формуванні зливоків та виливків з введеними в розплав твердими добавками.*

*It is stated the methodical questions of mathematical modeling the phase passages (melting and solidification) in conditions inside and external heat-exchange at form of the ingots and castings with hard additives are ushered into the melt.*

**Ключевые слова:** литая заготовка, затвердевание, микрохолодильники, вычислительный эксперимент.

Развитие металлургии и литейного производства Украины связано с получением металла высокого качества. Для совершенствования существующих и разработки новых технологий литья целесообразно [1, 2] управлять температурным состоянием стальных слитков, отливок и непрерывнолитых заготовок, затвердевающих в изложницах, формах и кристаллизаторах МНЛЗ с введением в расплав твердых добавок (дроби, инокуляторов, лигатур, модификаторов и других частиц-микрохолодильников). Поэтому актуально изучать взаимосвязанные процессы нагрева и плавления твердых добавок в окружающем их расплаве и процессы затвердевания и охлаждения литых заготовок разного назначения (рис. 1). Для расчета нестационарных температурных полей в системах расплав-добавка, слиток-изложница, сляб-кристаллизатор и отливка-форма целесообразно использовать возможности вычислительного эксперимента с применением современных компьютеров.

Для эффективного решения задач внутреннего и внешнего теплообмена следует учитывать наиболее важные факторы процессов плавления и затвердевания и нелинейный характер изменения исходных теплофизических параметров литья. Тепловая постановка задач с фазовыми переходами (плавление и затвердевание) и их математическая формулировка должны быть достаточно полными. Однако решение сложных задач плавления добавок и затвердевания заготовок в полной постановке пока невыполнимо. Поэтому постановку задач внутреннего и внешнего теплообмена в процессах литья целесообразно упрощать с учетом имеющихся представлений о том, какие факторы и параметры наиболее важны для конкретной задачи, а какие – незначительны.

Требуется, чтобы математические модели плавления и затвердевания в системах расплав-микрохолодильник, слиток-изложница, сляб-кристаллизатор и отливка-форма адекватно отражали особенности изучаемых процессов. Эти вопросы учтены (рис. 2) в теплофизической схеме внутреннего и внешнего теплообмена в условиях литья.

## Затвердевание сплавов



Рис. 1. Принципиальная схема математического моделирования тепловых процессов при получении слитков, слябов и отливок

При плавлении микрохолодильников, которые являются объемно распределенными теплостоками, отданная расплавом теплота  $Q_{\text{отд}}$  расходуется на нагрев и плавление твердых добавок с образовавшимся на них гарнисажом. Полученная добавками теплота  $Q_{\text{пол}}$  идет на повышение их температуры и способствует [2] снятию перегрева расплава при его быстром охлаждении с соблюдением теплового баланса в виде  $Q_{\text{пол}} = Q_{\text{отд}}$ .

При затвердевании слитка, отливки или литого сляба теплота, отданная расплавом  $Q_{\text{отд}}$ , расходуется на нагрев изложницы, формы или кристаллизатора  $Q_{\text{акк}}$  и на потери

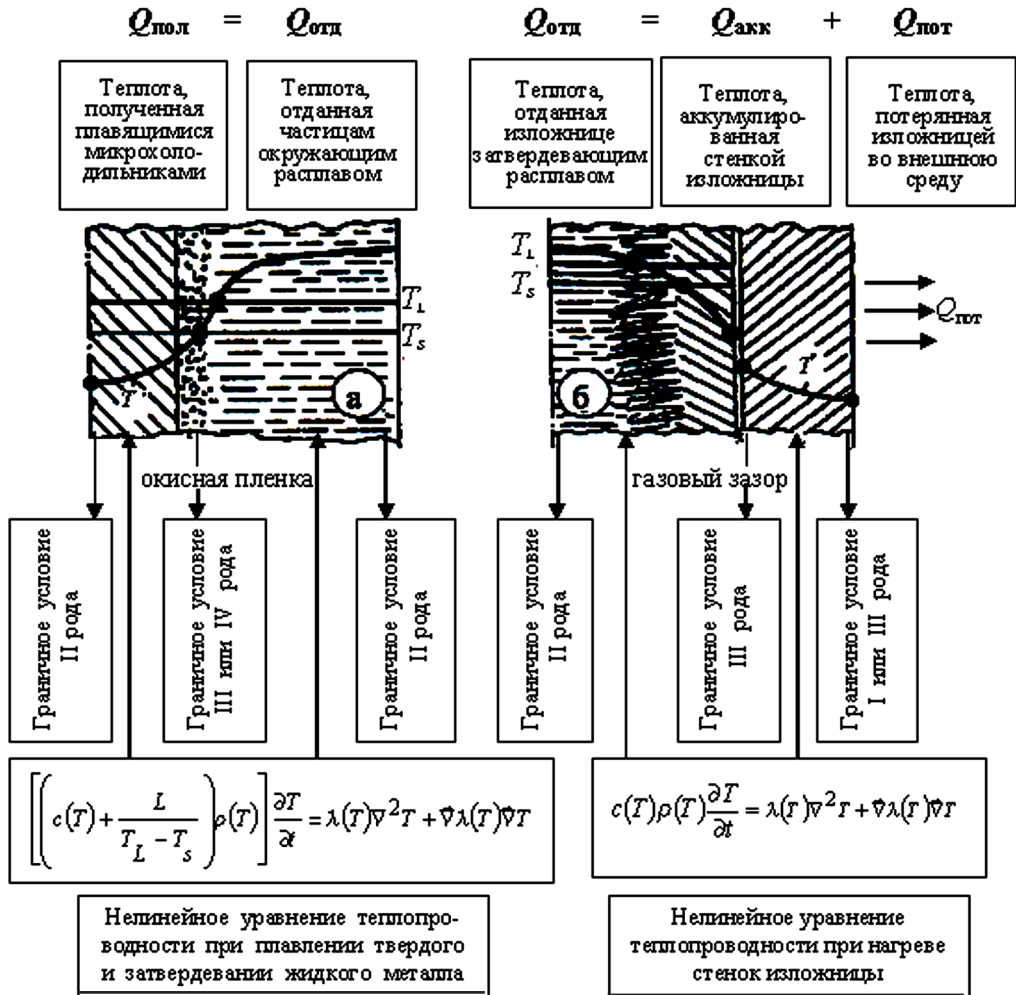


Рис. 2. Теплофизика внутреннего и внешнего теплообмена при плавлении твердых добавок (а) и затвердевании слитков и отливок (б)

тепла излучением  $Q_{\text{пот}}$  в окружающую среду. Аккумулированная изложницей, формой или кристаллизатором теплота  $Q_{\text{акк}}$  повышает температуру их стенок за счет снижения температуры жидкой стали [2] и температуры затвердевшей корочки слитка, отливки или сляба при соблюдении теплового баланса в виде  $Q_{\text{отд}} = Q_{\text{акк}} + Q_{\text{пот}}$ .

С помощью математического моделирования процессов затвердевания и плавления решаются задачи нестационарной (для слитков, отливок и твердых добавок) или квазистационарной (для непрерывнолитых заготовок) теплопроводности с фазовыми переходами в температурном интервале ликвидус-солидус кристаллизующейся стали. Расчеты на ПЭВМ позволяют получить распределение температуры в разных системах: слиток-изложница, отливка-форма, сляб-кристаллизатор и расплав-добавка. Изменение температуры рассчитывается с момента заливки металла в полость изложницы или формы до полного затвердевания и последующего охлаждения литого металла до температуры стрипперования слитков, температуры выбивки отливок из формы или до заданной температуры заготовки в зоне вторичного охлаждения МНЛЗ. Аналогично этому изменение температуры в системе микрохолодильник-расплав рассчитывается с момента попадания твердых добавок в расплав и до момента их полного или частичного расплавления вместе с замороженным на них гарнисажем.

Эффективность математического моделирования температурных полей в системах с фазовыми переходами существенно зависит от выбора достоверных исходных данных по теплофизическим свойствам стали и сплавов в жидком, твердом и двухфазном состоянии, от выбора коэффициентов теплопередачи между затвердевающим расплавом и твердыми добавками, изложницей, формой или кристаллизатором МНЛЗ и от выбора коэффициентов теплоотдачи с наружных поверхностей изложницы, формы или сляба в зоне вторичного охлаждения, значения которых в литературе зачастую отсутствуют или противоречивы, а иногда не соответствуют изучаемому физическому процессу.

Из практики теплофизических исследований известно, что для расчета количества дробы, вводимой в расплав, и оценки основных параметров затвердевания слитков и отливок (например, толщины затвердевшей корочки или полного времени их затвердевания) можно применять инженерные методы расчета, в том числе графические методы с использованием номограмм.

При решении теплофизических задач в упрощенной постановке с целью изучения процессов плавления твердых добавок и процессов затвердевания слитков и отливок часто применяют известные методы аналитической теории теплопроводности [3]. Решая задачи нестационарной теплопроводности для основных тел (полуограниченное тело, неограниченная пластина, сплошной цилиндр, шар, полый цилиндр и другие) методом разделения переменных или операционным методом, получают аналитические формулы, пригодные для приближенных инженерных расчетов.

Для изучения тепловых процессов иногда применяют [4] методы гидротепловой и электротепловой аналогии. Их достоинством являются наглядность и простота моделирования нестационарных температурных полей в системах слиток-изложница, отливка-форма, микрохолодильник-расплав с достаточной для практики точностью, однако быстродействие и вычислительные возможности интеграторов ограничены.

Теплофизические задачи металлургии и литейного производства эффективно решаются методом конечных разностей (метод сеток) [5]. Это универсальный метод численного решения краевых задач нестационарной теплопроводности с фазовыми переходами. Он позволяет решать нелинейные задачи плавления и затвердевания (задача Стефана), которые относятся к наиболее сложным задачам теории теплопроводности.

Точность численного решения задач плавления и затвердевания зависит от выбора схем конечно-разностной аппроксимации (представления) дифференциальных уравнений нестационарной теплопроводности. В вычислительной практике используются неявная, явная и явно-неявная схемы аппроксимации [5]. Конечно-разностные схемы, в которых сочетается преимущество явных схем (простота вычислений) с главным достоинством неявных схем (устойчивый счет) при численном решении нелинейных дифференциальных уравнений теплопроводности в частных производных, составляют основу экономичных (по затратам времени на расчет каждого варианта) методов решения тепловых задач.

При проведении вычислительных экспериментов рекомендуется [6] эффективно использовать одномерные модели для решения дву- и трехмерных задач. Экономичные по объему вычислений методы расчета дву- и трехмерных задач теплопроводности основаны на поочередном решении совокупности одномерных задач на каждом временном шаге с использованием как явных, так и неявных разностных схем (метод переменных направлений и локально-одномерный метод) [6]. В программном обеспечении теплофизических задач плавления твердых добавок и затвердевания слитков и отливок используются разные сочетания граничных условий I-V рода [3].

Отметим следующие этапы математического моделирования теплофизических процессов литья с введением в расплав добавок-микрохолодильников:

- математическая формулировка задач плавления твердых добавок в металлическом расплаве и задач затвердевания слитка в металлургической изложнице или отливки в литейной форме;

- разработка и апробация на ПЭВМ расчетных методик исследования процессов с

фазовыми переходами в температурном интервале ликвидус-солидус стали и сплавов;

- проведение многовариантных теплофизических расчетов на ПЭВМ и графическая обработка результатов вычислительных экспериментов;
- анализ температурных полей в условиях нагрева и плавления микрохолодильников в расплаве и в процессе затвердевания и охлаждения слитков и отливок разной массы;
- поиск оптимальных тепловых режимов затвердевания слитков и отливок с целью повышения качества структуры литого металла.

Изложенный здесь подход к математическому моделированию теплофизических процессов с фазовыми переходами в интервале температур ликвидус-солидус позволил нам разработать [7-11] методики расчета на ПЭВМ нестационарных температурных полей при плавлении литых дробинок-микрохолодильников в жидкой стали и затвердевании кузнечных и прокатных стальных слитков массой 5-20 т в чугунных изложницах и литых слябов нержавеющей стали в графитовых формах.

Для решения этих задач разработаны конечно-разностные алгоритмы явно-неявного типа и Фортран-программы расчета нестационарных температурных полей в исследуемых системах [7, 8, 11, 16, 17]. При проведении на ПЭВМ вычислительных экспериментов учтен нелинейный характер изменения теплофизических свойств стали, чугуна и графита в зависимости от температуры. Поглощение скрытой теплоты плавления и выделение скрытой теплоты кристаллизации учтено в выражении для эффективной теплоемкости двухфазной зоны. Перемешивание расплава в объеме слитка, отливки или сляба учтено с помощью коэффициента конвекции расплава ( $\epsilon_{\text{конв}}$ ), который позволяет оценить увеличение теплопроводности жидкой фазы в затвердевающем объеме литых заготовок.

Достоверность полученных результатов вычислительных экспериментов проверяли в соответствии с известным правилом: “Практика – критерий истины”. Для этого расчетные данные сравнивали [11-14] или со своими экспериментальными данными (по реперным точкам), или с экспериментальными и расчетными данными других авторов.

Таким образом, математическое моделирование на ПЭВМ процессов внутреннего и внешнего теплообмена в системах микрохолодильник-расплав, слиток-изложница, отливка-форма и сляб-кристаллизатор является эффективным средством теоретических исследований, так как позволяет:

- заменить неэкономичные экспериментальные исследования процессов литья численным исследованием математических моделей плавления и затвердевания;
- уменьшить объемы исследования фазовых переходов на физических моделях и методами гидротепловой и электротепловой аналогии;
- накопить банк данных для теоретического обобщения исследуемых явлений с целью получения новых закономерностей теплообмена в условиях литья;
- облегчить разработку приближенных инженерных методов расчета процессов плавления и затвердевания;
- выявить основные направления интенсификации внутреннего и внешнего теплообмена в разных технологических процессах литья;
- оценить эффективность теплофизического и физико-химического воздействия твердых добавок на жидкий и кристаллизующийся металл;
- осуществить выбор оптимальных теплофизических и технологических режимов литья с введением в расплав твердых добавок;
- разработать научно обоснованные рекомендации по управлению тепловыми процессами литья с целью улучшения качества слитков и отливок.

Результатом анализа вычислительных экспериментов является, в частности, сравнительная оценка степени влияния геометрических, теплофизических и технологических параметров литья на температурное состояние затвердевающих стальных слитков с целью получения обоснованных рекомендаций [15] по усовершенствованию процессов отливки слитков кипящей и спокойной стали с введением в расплав металлической дроби.

### Список литературы

1. *Ефимов В. А., Осипов В. П., Шепелев В. В.* и др. Разливка кипящей стали с применением металлических микрохолодильников // Повышение качества стальных слитков. - Киев: Ин-т пробл. литья АН УССР, 1988. - С. 4-15.
2. *Соколовская Л. А., Мамишев В. А.* Применение моделирования на ЭВМ к изучению внутреннего и внешнего теплообмена при затвердевании суспензионного слитка // Совершенствование металлургической технологии в машиностроении. - Волгоград: Дом науки и техники, 1991. - С. 158-161.
3. *Лыков А. В.* Теория теплопроводности. - М.: Высш. шк., 1967. - 600 с.
4. *Карножицкий В. Н.* Контактный теплообмен в процессах литья. - Киев: Наук. думка, 1978. - 300 с.
5. *Никитенко Н. И.* Исследование нестационарных процессов тепломассообмена методом сеток. - Киев: Наук. думка, 1971. - 260 с.
6. *Самарский А. А.* Математическое моделирование и вычислительный эксперимент // Вестник АН СССР. - 1979. - № 5. - С. 38-49.
7. *Соколовская Л. А., Ефимов В. А., Осипов В. П. и др.* Алгоритм, программа и расчет на ЭВМ температурных полей кузнечного слитка // Новое в литейном производстве. - Киев: Ин-т пробл. литья АН УССР, 1981. - С. 65-70.
8. *Мамишев В. А., Соколовская Л. А.* О теоретическом прогнозировании термических условий повышения качества макроструктуры и эффективности затвердевания стальных слитков и слябов // Процессы разливки и кристаллизации стали. - Киев: Ин-т пробл. литья НАН Украины, 1991. - С. 72-82.
9. *Соколовская Л. А., Мамишев В. А.* Реализация на ЭВМ алгоритмов численного решения задач внутреннего и внешнего теплообмена при плавлении и затвердевании сплавов // Кристаллизация и компьютерные модели. - Ижевск: Изд-во УдГУ, 1992. - С. 87-88.
10. *Соколовская Л. А., Мамишев В. А.* Численное моделирование прикладных задач с фазовыми переходами // Питання оптимізації обчислень (Праці міжнародн. симпозіуму ОО-XXXIII). - Киев: Ін-т кібернетики НАН України, 2007. - С. 264-265.
11. *Соколовская Л. А., Осипов В. П., Мамишев В. А.* Использование математического моделирования при исследовании теплофизических процессов взаимодействия расплава с твердыми добавками // Процессы литья. - 2000. - № 4. - С. 72-78.
12. *Скок Ю. Я., Сапко В. Н., Кириевский Б. А. и др.* Определение оптимальных параметров суспензионного литья // Разливка стали в слитки. - М.: Металлургия, 1979. - Вып. 8. - С. 44-47.
13. *Соколовская Л. А., Мамишев В. А., Лубенец Г. А. и др.* Расчет на ЭВМ теплового состояния чугуновой и стальной изложниц при затвердевании расплава нержавеющей стали // Автоматизация специальных способов литья. - Киев: Ин-т пробл. литья АН УССР, 1977. - С. 84-87.
14. *Соколовська Л. А., Осипов В. П., Мамишев В. А.* Особливості теплофізичної дії шроту на твердіння кіркової зони зливків // Металознавство та обробка металів. - 2007. - № 1. - С. 9-11.
15. *Соколовская Л. А., Осипов В. П.* Применение ПЭВМ к обоснованию технологических режимов получения стальных слитков с дробью // Процессы литья. - 2004. - № 1. - С. 34-38.
16. *Мамишев В. А.* Методика расчета термовременных параметров затвердевания литых заготовок разной конфигурации // Процессы литья. - 2008. - № 5. - С. 43 - 49.
17. *Мамишев В. А.* Обобщенный алгоритм расчета нестационарных температурных полей при затвердевании слитков и отливок разной геометрии // Там же. - 2008. - № 6. - С. 38 - 44.

Поступила 12.12.07