

4. Рыбакова Л. М., Куксенова Л. И. Структура и износостойкость металла. – М.: Машиностроение, 1982. – 210 с.
5. Гаркунов Д. Н., Поляков А. А. Повышение износостойкости деталей конструкций самолетов. – М.: Машиностроение, 1974. – 200 с.
6. Гаврилюк В. П., Марковский Е. А., Тихонович В. И. Трибология литейных сплавов. – Киев: ФТИМС НАНУ, 2007. – 428 с.
7. Марковский Е. А., Дончук П. П. Процессы диффузии при схватывании // Литые износостойкие материалы. – Киев: ИПЛ АН УССР, 1972. – С. 32-51.
8. Марковский Е. А., Кириевский Б. А. Исследование диффузионных процессов в поверхностях трения // Проблемы трения и изнашивания. – Киев: Наук. думка, 1974. – № 6. – С. 105-112.
9. Марковский Е. А., Кириевский Б. А. Влияние легирующих элементов на стабильность состава и структуры поверхностных слоев трущихся сплавов // Там же. – Киев: Техніка, 1980. – Вып. 18. – С. 21-27.
10. Олексенко И. В., Марковский Е. А., Гаврилюк В. П., Качко Н. А. Износостойкость чугунов, легированных медью и серой // Литейное производство на рубеже столетий. – Киев: ФТИМС НАНУ, 2003. – С. 61-63.
11. Марковский Е. А., Олексенко И. В. Триботехнические свойства сплавов системы С4CuS при трении скольжения // Металл и литье Украины. – 2006. – № 6. – С. 7-11.
12. Марковский Е. А., Олексенко И. В. Влияние термоциклической обработки на структуру и износостойкость серого чугуна, легированного медью и серой // Процессы литья. – 2002. – № 2 – С. 10-15.
13. Процессы диффузии и массопереноса при внешнем трении сплавов С4+Cu+S / Е. А. Марковский, И. В. Олексенко, В. П. Гаврилюк и др. // Процессы литья. – 2006. – № 3. – С. 70-74.

Поступила 15.11.2011

УДК 621.74:669.13

И. Г. Неижко, В. П. Гаврилюк

Физико-технологический институт металлов и сплавов НАН Украины, Киев

К РАСЧЕТУ КОЭФФИЦИЕНТА КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ В УСТЬЕ ТРЕЩИН МАТЕРИАЛОВ В ХРУПКОМ СОСТОЯНИИ

Приведены результаты расчетов коэффициента концентрации напряжений на атомном уровне в устье трещин хрупкого материала. Обоснован ранее известный факт несоответствия значений напряжений в устье трещин, определяемых по известным в литературе формулам, в том числе и у торцов пластинчатого графита чугунов. Установлено, что одной из основных причин этого несоответствия является невозможность реализации в устье трещин таких высоких деформаций, значения которых определяют по ранее установленным зависимостям (формулам). Сделан вывод о необходимости проведения новых анализов силового механизма роста трещин и разрушения как в хрупком, так и упруго-пластичном состоянии с учетом полученных новых результатов.

Ключевые слова: трещина, напряжение, концентрация напряжений, прочность, хрупкость.

Наведено результати розрахунків коефіцієнту концентрації пружності на атомному рівні в гирлі тріщини хрупкого матеріалу. Обґрунтовано раніше відомий факт невідповідності значення напружень в гирлі тріщин, які визначалися по відомим в літературі формулам, в тому числі і в чавунах з пластинчатим графітом. Встановлено, що однією з головних причин цієї

невідповідності є неможливість реалізації в гирлі тріщин великих деформацій, від яких залежать ці напруги. Зроблено висновок щодо необхідності проведення нових аналізів силового механізму росту тріщин та руйнування матеріалів як в хрупкому, так і пружно-пластичному стані з урахуванням одержаних нових результатів.

Ключові слова: тріщина, пружність, концентратор пружності, міцність, хрупкість.

The results of calculating the coefficient of atomic-level strain concentration in mouth of crack in brittle material. It is explained previously known discrepancy of strains in mouth of crack, which have been defined by means of known formulae's including stresses at butt-ends of lamellar graphite in cast iron. It is established that one of the reasons of discrepancy is impossibility to realize in mouth of cracks such high strains, which are defined by formerly found equations (functions). There was drawn a conclusion that there are needed new analysis of crack growth and destruction mechanism both in brittle state and in elastic-plastic state, concerning the new results.

Keywords: crack, stress, strain concentration, strength, brittleness

Введение

Трещины и полости как в хрупких, так и упруго-пластичных материалах существенно влияют на их прочность и механизм разрушения. Исследователи изучают механизм зарождения трещин и других дефектов, а также и механизм их влияния на прочность материалов.

Выработали два механизма роста трещин: силовой и энергетический. Силовой механизм основан на анализе в материале напряжений и их концентрации в устье трещин, энергетический – на анализе и учете поверхностной энергии трещин. Рост трещины и разрушение материала может проходить только при условии, что прилагаемое усилие и энергия при растяжении в районе трещины будут превышать рост поверхностной энергии растущей трещины, а свободная энергия системы (участок материала с трещиной) будет уменьшаться. Аналогичный подход разработан и при расчетах критических размеров зародышей новой фазы и ее роста в процессе кристаллизации и перекристаллизации. При этом учитывается межфазная энергия.

Расчеты относятся к силовому механизму и силовой модели роста трещин. Основным ее выражением, на которое ссылаются исследователи, является формула коэффициента концентрации напряжения K в устье эллиптического отверстия [1]

$$K = 1 + 2v/a, \quad (1)$$

где v/a – отношение большой оси эллипса к малой.

Эта зависимость установлена для трещин плоских образцов с толщиной в одну единицу и рекомендована для решения плоских задач.

Коэффициент концентрации напряжения K определяет величину изменения напряжения в устье трещины (у стенки малого радиуса эллипсоидной щели) $\sigma_{\text{тр}}$ по отношению к приложенному напряжению σ перпендикулярно к длине трещины.

$$\sigma_{\text{тр}} = K\sigma. \quad (2)$$

Зависимости (1) и (2) анализировались как в работе [1], так и во многих других, была отмечена неприемлемость их для определения напряжения в устье трещин с большим отношением v/a .

В данной работе авторы попытались определить (рассчитать) коэффициент концентрации напряжения в устье трещины путем анализа взаимодействия атомов в устье трещин плоских образцов одноатомной толщины разработанным ими методом и установить некоторые причины несоответствия соотношения расчетных данных коэффициента концентрации напряжения по формулам (1) и (2) и экспериментальных данных.

Расчет коэффициента концентрации напряжения в устье трещины

В приводимом ниже расчете коэффициента концентрации в устье наружной трещины с радиусом в половину атомного размера плоского образца толщиной в один атом (рис. 1) решается «плоская задача» и допускается прямолинейная пропорциональная взаимосвязь деформации и напряжения в хрупком материале.

Методика расчета предусматривает последовательный анализ деформаций и напряжений междоатомных связей в устье одноатомной трещины в двухатомном сечении (рис. 1, а) с последующим увеличением длины трещины и сечения образца (рис. 1, а-в). В качестве образца выбрали часть одной из плоскостей кубической кристаллической решетки без точечных и линейных дефектов. К этим образцам на полубесконечном расстоянии прикладывается усилие P , направленное перпендикулярно к длине трещины и обеспечивающее однородное растягивающее напряжение σ_α между атомами.

На рис. 1, а приведен образец шириной в два атома. Как в этом, так и последующих образцах, атомы пронумерованы. Вертикальные столбцы обозначены цифрами (1, 2, 3 и т. д.), а горизонтальные ряды по высоте от трещины – буквами (а, б, в и т. д.). Атомный ряд с трещиной обозначен a_0 , ниже трещины ряды обозначены симметрично верхним со штрихом (a' , b' , v' и т. д.). Рост трещины формируем путем последовательного удаления атомов в ряду атомов a_0 .

При удалении одного атома a_0 в образце (рис. 1, а, то есть после образования трещины, приложенное к образцу напряжение $2\sigma_\alpha$ обуславливает это же усилие на

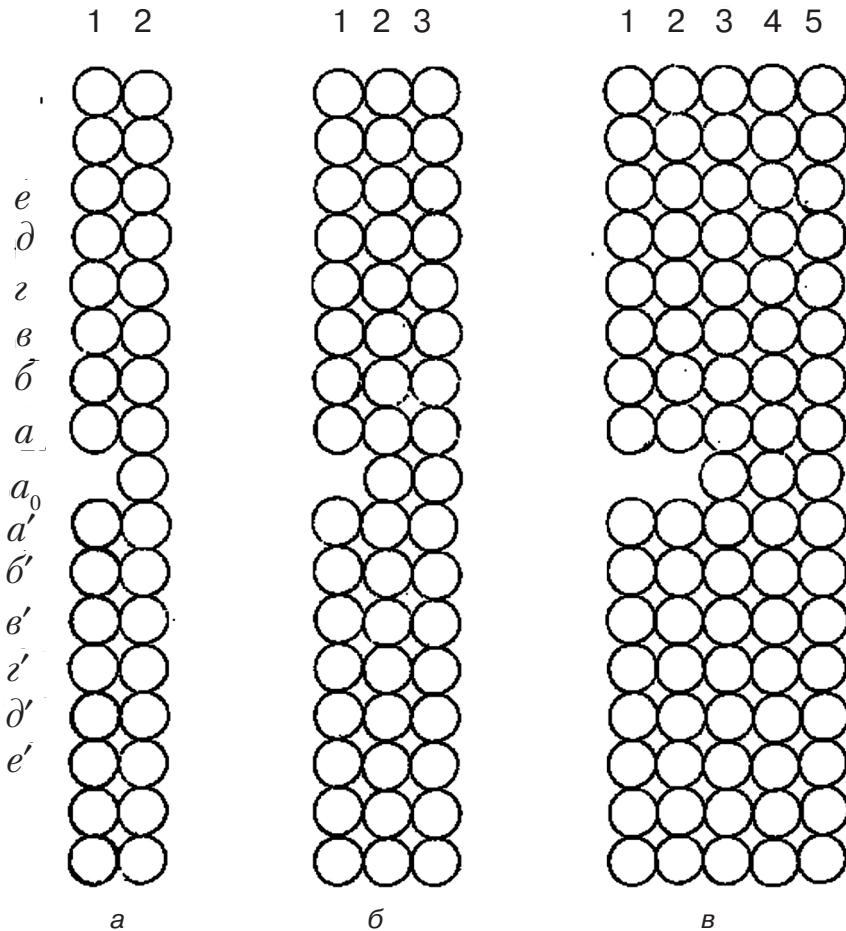


Рис. 1. Схема моделей образцов толщиной в 2 (а), 3 (б) и 5 (в) атомов, используемых для расчета коэффициента концентрации напряжения в устье трещины

атом a_02 в устье образованной трещины. По длине образца в сечениях между рядами атомов a , b и т. д., как и ниже трещины в рядах a' , b' и т. д., напряжение в $2\sigma_a$ распределяется так, что в сечении между рядами $a1 a2$ и $b1 b2$, как и между $b1 b2$ и $v1 v2$ и выше, как и в сечениях ниже ряда a_0 , они равны $2\sigma_a$. Деформации и напряжения между столбиками атомов передаются путем сдвига. Зависимость между модулями сдвига G и Юнга E в теории упругости установлена следующим равенством:

$$G = E/2(1 + \nu), \quad (3)$$

где ν – коэффициент Пуассона.

Изменение напряжений между атомами столбиков 1 и 2 снизу вверх проходят так, что в столбике 1 они увеличиваются до значения σ_a , а в столбике 2 – уменьшаются от $2\sigma_a$ до σ_a . Нас интересует количественная сторона этих изменений, что позволяет установить изменение напряжения в больших образцах (рис. 1, б, в) и других, и определить то напряжение, которое образуется между атомами в устье трещин, между атомами ряда a_0 и рядами $a1$ и a' , то есть установить степень концентрации напряжения в устье трещины.

В этом расчете коэффициента концентрации напряжения K авторы принимают (допускают), что сдвиг между атомами $a1$ и $a2$ обеспечивает передачу усилий нормальных напряжений в столбике 1 в нормальное напряжение между атомами столбика 2 при их соотношении G к E , равно соотношению k . Это обусловлено тем, что атом $a1$ не может сместиться на полную величину $\sigma \cdot \varepsilon / E$ (здесь ε – относительная деформация) из-за препятствия со стороны атома $b1$, связанным с атомом $b2$. В этом же соотношении к передаче деформации и напряжения проходит и передача напряжений между атомами $b1$ и $b2$, $v1$ и $v2$ и т. д., как и между атомами ниже ряда a_0 .

Обозначим усилия (напряжения) между атомами $b1$, $a1$ и $a2$. Они равны $k\sigma_a$.

Напряжения в столбике 1 между $v1$ и $b1$ учитывают сумму напряжения между $a1$ и $b1$, $b1$ и $b2$. Оно равно $k\sigma_a + (\sigma_a - k\sigma_a)k = k\sigma_a(2 - k)$. Соответственно и напряжения между столбиками $b1$ и $v1$ будут равняться сумме напряжений между $v1$ и $b1$, $v1$ и $v2$ и будет равно $k\sigma_a(2 - k) + [\sigma_a - k\sigma_a(2 - k)]k$. По этой схеме определяются изменения напряжений между атомами в первом столбце и выше.

В столбце 2 изменение напряжения между атомами устанавливается в такой последовательности:

$2\sigma_a$ (между a_02 и $a2$); $2\sigma_a - k\sigma_a$ (между $a2$ и $b2$); $2\sigma_a - k\sigma_a(2 - k)$ (между $b2$ и $v2$), $2\sigma_a - k[\sigma_a - k\sigma_a(2 - k)]$ между $v2$ и $z2$.

Соответственно напряжения между столбиками $a1$ и $a2$ равняются: $k\sigma_a$, между $b1$ и $b2$ – $(\sigma_a - k\sigma_a)k$, между $v1$ и $v2$ – $[\sigma_a - k\sigma_a(2 - k)]k$.

Проверка в числовом выражении напряжений по первому столбцу снизу вверх от $a1$ показывает такие результаты (при $k \approx 0,5$): $0,5\sigma_a$; $0,75\sigma_a$; $0,875\sigma_a$. Во втором столбце от a_02 и выше: $2,0\sigma_a$; $1,5\sigma_a$; $1,25\sigma_a$. Увеличение напряжения в первом столбике согласуется с понижением напряжения между атомами во втором, в сумме эти напряжения составляют $2\sigma_a$.

На рис. 1, б приведен образец с тремя видами столбиков. В первом столбике сделан разрыв. В первую очередь, нас интересует напряжение в «устье» щели от изъятия атома a_01 – напряжения между a_02 и $a2$. Усилие в σ_a от атомов первого столбика распределяется между атомами a_02 и $a2$, a_03 и $a3$. В первом приближении приращение напряжения между a_02 и $a2$ будет примерно в 2 раза больше приращение напряжения между a_03 и $a3$, что следует из характера распределения усилий между атомами в модели рис. 1, а, близкого к экспоненциальному. Между a_02 и $a2$ напряжение составит $\sigma_a + 2/3\sigma_a$, между a_03 и $a3$ – $\sigma_a + 1/3\sigma_a$.

На рис. 1, в приведен образец с более глубоким удалением и большим количеством столбиков. Между атомами столбиков 3-5 будет распределено усилие в $2\sigma_a$. Распределение будет проведено по схеме

$$\sigma_a + 2 \cdot 4/7 \sigma_a;$$

$\sigma_a + 2 \cdot 2/7 \sigma_a$ и $\sigma_a + 2 \cdot 2/7 \sigma_a$ соответственно между атомами нулевой и первой строчками в третьем, четвертом и пятом столбиках.

Можно выразить напряжения в устье щели между атомами

$a_0(n+1)$ и $a_1(n+1)$ в плоском образце с количеством столбиков N и глубиной удаления атомов в нулевом ряду, равным n , при $N \gg n$

$$\sigma = \sigma_a + \kappa n \sigma_a = \sigma_a (1 + \kappa n), \quad (4)$$

коэффициент концентрации напряжения (σ/σ_a) равняется

$$K = 1 + \kappa n. \quad (5)$$

При расчете коэффициента концентрации напряжения в устье плоской трещины круглой формы диаметром в n атомов в теле образца необходимо учитывать, что усилие, равное $\sigma_a \cdot \pi n^2$, передается в устье трещины на атомы в количестве $2\pi n$, дополнительная составляющая напряжения на эти атомы составит $\sigma_a n/2$, что в 2 раза меньше, чем при трещине в плоском образце, и равняется

$$K = 1 + 0,5\kappa n. \quad (6)$$

При пересчете на линейные размеры полости (эллипса) в виде большой и малой осей $n = \frac{1}{2} \cdot v/a$ коэффициент концентрации напряжений в плоскости будет равняться

$$K = 1 + 0,5 \kappa v/a, \quad (7)$$

в объеме –

$$K = 1 + 0,25 \kappa v/a. \quad (8)$$

Сравнивая выражения (1), (7), (8), определяем, что, согласно нашим данным, дополнительная часть концентраций в устье трещин почти на порядок меньше используемой части в выражении (1).

Необходимо отметить, что этот коэффициент остается таким же, если щель будут формировать удалением не одного слоя атомов, а несколькими параллельными, то есть в данном случае должен остаться прямой угол у несущего атома конца щели.

Деформации в устье щелей и трещин в материалах в хрупком состоянии являются неотъемлемой составляющей и определяют величину напряжений. В полученных расчетных значениях напряжений коэффициент концентрации напряжений как в плоском образце, так и объеме при проведении расчетов не согласован с возможностями деформаций. Распределение деформаций в столбиках 3-5 (рис. 1, в) обуславливает их удлинение в таком же соотношении, как и изменение в них дополнительных напряжений. Но в целом длина этих столбиков в пределах всей длины образца не может быть изменена от этих напряжений. Такое сочетание столбиков атомов различной длины без формирования разрыва атомных связей возможно только при реализации изгиба их выпуклостью в сторону трещины. Но этому изгибу препятствует как сила, направленная вдоль образца и обуславливающая напряжение σ_a (растягивающая сила), так и атомные ряды столбиков, удаленных от тех, в которых должны произойти удлинения и в которых напряжения и деформации, согласно расчетам, должны резко снижаться по экспоненциальному закону $N \gg n$. Если в плоском образце можно деформировать перпендикулярные плоскости и частично нивелировать это несоответствие, то в большей степени этим деформациям (изгибу) будут противостоять участки в трещине, находящейся в объеме материала.

Обсуждение полученных результатов расчета и выводы

Выполненный расчет коэффициента концентрации напряжения в устье трещины

с использованием модели на атомном уровне позволил получить данные о взаимодействии атомов в устье трещин, использование которых в последующих анализах позволит установить более полное представление о деформациях, напряжениях и разрушении материала.

Полученное на порядок меньше значение коэффициента концентрации напряжения также следует оценивать как значительно превосходящие реальные, экстремальные. Установленная невозможность реализации деформаций в устье трещин частично снижает расчетные значения концентрации напряжения, однако, этого недостаточно и необходимо проводить последующие более глубокие анализы деформаций и напряжений в устье трещин.

Необходимо подчеркнуть, что проведенный расчет относится к материалу в хрупком состоянии и к остроконечной трещине, к материалу с кристаллической решеткой, не содержащей дефектов.

В работах [1-4] исследовали остроконечные трещины, то есть трещины, образовавшиеся в результате разрыва связи между атомами и плоскостями кристаллических решеток.

В графитизированных чугунах пластины графита влияют на прочностные свойства этого материала как полости в стальной основе. Отношение длины этих пластин к их размеру в устье трещин (v/α по формуле (1)) составляет 50-100 и более. На рис. 2 показаны микроструктура серого чугуна с пластинчатым графитом (а) и более четко – торцы этих графитных включений (б).

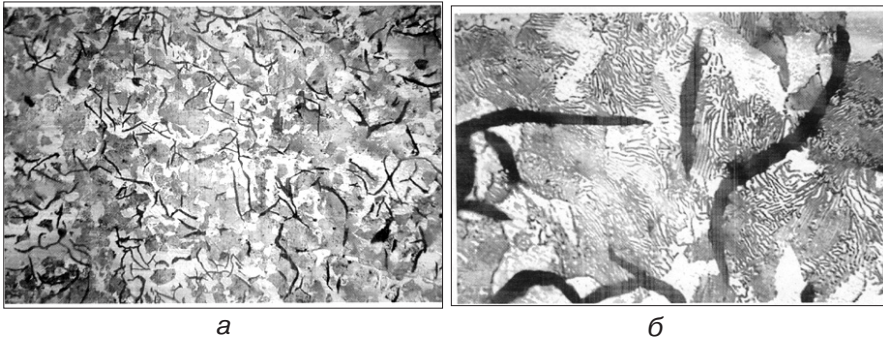


Рис. 2. Микроструктура чугуна с пластинчатым графитом: а – $\times 100$; б – $\times 800$

В большинстве случаев металлическая основа графитизированных чугунов относится к упруго-пластичному состоянию материала. Поэтому выполненную работу по определению коэффициента концентрации напряжения в устье трещин хрупкого материала следует рассматривать как начало последующих работ, в которых будет необходимо проанализировать деформации и напряжения в кристаллической решетке с реальными дефектами, в материале в упруго-пластическом состоянии с остроконечными трещинами и условиями роста трещин и разрушения материалов.



Список литературы

1. Савин Г. Н. Распределение напряжений около отверстий. – Киев: Наук. думка, 1968. – 888 с.
2. Панасюк В. В. Предельное равновесие хрупких тел. – Киев: Наук. думка, 1968. – 248 с.
3. Котречко С. А., Мешков Ю. Я. Предельная прочность. Кристаллы. Металлы. Конструкции. – Киев: Наук. думка, 2008. – 296 с.
4. Панасюк В. В. Деякі актуальні проблеми міцності матеріалів і довговічності конструкцій // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 2009. – Т. 45, № 2. – С. 5-22.

Поступила 23.12.2011