

УДК 621.318.001.2

А. Е. Божко, член-кор. НАН УкраиныИнститут проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины
(г. Харьков, E-mail: bozhko@ipmach.kharkov.ua)**СИНГУЛАРИСНЫЕ ПЕРЕХОДНЫЕ ФУНКЦИИ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВИБРОВОЗБУДИТЕЛЕЙ**

Выведены новые формулы переходных функций электромагнитных вибровозбудителей, основанные на сингулярном разложении единичной скачкообразной функции. Знание этих функций даёт возможность более точно изучать динамику электромагнитных вибровозбудителей.

Виведені нові формули перехідних функцій електромагнітних вібробуджувачів, що ґрунтуються на сингулярному розкладанні одиначної стрибкоподібної функції. Знання цих функцій дає можливість більш точно вивчати динаміку електромагнітних вібробуджувачів.

Введение

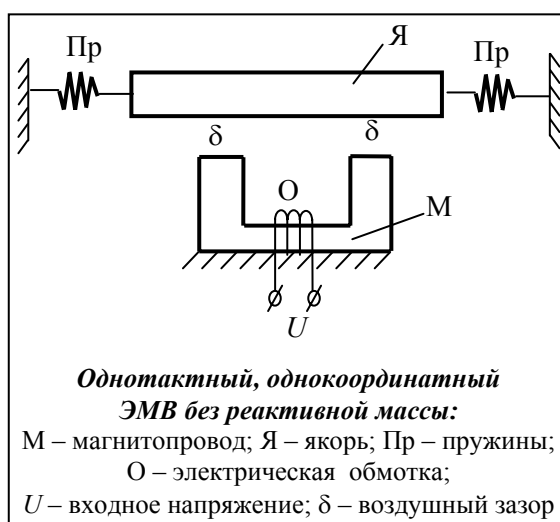
Известно [1], что переходная $h(t)$ функция динамической системы является отображением выходного сигнала этой системы при входном сигнале в виде скачкообразной функции $U1(t)$, где $1(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } t \geq 0 \\ 0 & \text{при } t < 0 \end{cases}$, то есть $h(t)$ представляет собой математическую запись

реакции системы на воздействие в виде $U1(t)$. Здесь $U = \text{const}$; t – время. Для многих систем эта функция известна. Однако, несмотря на применение в промышленности электромагнитных механизмов, в том числе электромагнитных вибровозбудителей (ЭМВ), эта функция пока не определена, хотя необходимость в ней имеется при решении задачи по созданию автоматических систем ЭМВ в разомкнутой и замкнутой формах при наличии корректирующих звеньев, что обосновывает необходимость в определении $h(t)$ ЭМВ.

Решение задачи

В данной работе эта функция будет находиться двумя вариантами, а именно: 1) как $h(t)$ при входном сигнале $U1(t)$; 2) и как $h(t)$ при сингулярном разложении [2] $U1(t)$.

Порядок решения задачи будет соответствовать номерам указанных вариантов. В



данной работе рассмотрим ЭМВ однофазный, однокоординатный без реактивной массы. Его схема приведена на рисунке

Якорь (Я) представляет собой подвижную систему, которая своими колебаниями воздействует на объект, прикрепленный к Я. Колебания Я формируются под действием тягового усилия $F(t)$, создаваемого магнитным потоком Φ , наводимым в магнитной системе $M \rightarrow \delta \rightarrow Y \rightarrow \delta \rightarrow M$ ЭМВ током I , проходящим по обмотке О. Этот ток I возникает в проводе обмотки О под влиянием приложенного к зажимам этой обмотки электродвижущей силы в виде напряжения $U(t)$. Для определения переходной функции $h(t)$ ЭМВ будем рассматривать функционирование ЭМВ последователь-

но, начиная с электрической части, затем магнитную и механическую части. Электрическая часть ЭМВ включает в себя источник $U(t)$ и обмотку O , намотанную на магнитопровод M . Дифференциальное уравнение для тока $i(t)$ следующее:

$$U(t) = Ri(t) + L \frac{di}{dt}, \quad (1)$$

где R, L – резистор и индуктивность соответственно.

При $U(t) = U1(t)$ и нулевых начальных условиях [$i(0) = 0, i'(0) = 0$] решение уравнения (1) имеет вид

$$i(t) = \frac{U}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \quad \tau = \frac{L}{R}. \quad (2)$$

Из (2) получаем переходную функцию электрической части

$$h_s(t) = \frac{1}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right). \quad (3)$$

Ток $i(t)$ в ЭМВ, как было отмечено, наводит в магнитной системе магнитный поток Φ , равный по закону полного тока [3] величине

$$\Phi(t) = i(t)wG, \quad (4)$$

где w – число витков обмотки O ; $G = \mu_0 \frac{S}{2\delta}$ – магнитная проводимость в ЭМВ; μ_0 – магнитная проницаемость воздуха; S – площадь поперечного сечения полюса магнитопровода M у воздушного зазора δ .

Магнитный поток $\Phi(t)$ под воздействием $i(t)$ формирует тяговое усилие $F(t)$ в ЭМВ. В общем случае тяговое усилие $F(t)$ определяется в соответствии с формулой

$$F(t) = \frac{dW_e}{d\delta}, \quad W_e = \frac{1}{2} Li^2(t), \quad (5)$$

где W_e – электромагнитная энергия в ЭМВ.

Подставляя в (5) выражение (2), получим

$$W_e = \frac{1}{2} \left[\frac{U}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right]^2, \quad F(t) = -\mu_0 \frac{Sw^2}{4} \left[\frac{U}{R\delta} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right]^2, \quad (6)$$

или с учетом (4) выражение (6) имеет вид

$$F(t) = \frac{\Phi^2(t)}{\mu_0 S}, \quad (7)$$

где $\Phi = \frac{GwU}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = GwUh_s(t)$.

Тяговое усилие $F(t)$, выраженное через (6) или (7), воздействует на якорь $Я$, вызывая его колебания. Якорь совместно с пружинами и присоединенным к якорю объектом представляет собой в данном ЭМВ колебательную систему (КС) с одной степенью свободы. Её дифференциальное уравнение следующее:

$$m \frac{d^2x(t)}{dt^2} + b \frac{dx(t)}{dt} + cx(t) = F(t), \quad (8)$$

где m – масса якоря совместно с присоединенным объектом; b, c – коэффициенты диссипации и упругости (жесткости) соответственно; x – перемещение КС. В (8) $F(t)$ – это тяговое усилие, выраженное (6).

Определим реакцию КС на воздействие (6), то есть $x(t) = f(F) = f(6)$, где f – обозначение функции с аргументом $F = (6)$. Данную реакцию, а затем и переходную функцию КС

$h_{КС}(t)$ будем определять с помощью операционного исчисления Карсона [4]. В этом исчислении

$$x(p) = F(p)W(p), \quad (9)$$

где $x(p)$, $F(p)$ – изображения Карсона, соответствующие оригиналам $x(t)$ и $F(t) = (6)$. [Знак « \leftrightarrow » в данном решении может быть опущен, физически он, этот знак, обозначает направление действия $F(t)$ в сторону притяжения якоря (Я) к полюсам магнитопровода (М)];

$W(p) = \frac{1}{mp^2 + bp + c}$ – передаточная функция КС. Изображение Карсона, соответствующее

(6), имеет вид

$$F(p) = F_0 \left(1 - \frac{2p}{p + \beta} + \frac{p}{p + 2\beta} \right), \quad (10)$$

где $F_0 = \mu_0 S \left(\frac{wU}{R\delta} \right)^2$; $p = \frac{d}{dt}$ – оператор Лапласа [4]; $\beta = \frac{1}{\tau} = \frac{R}{L}$ – коэффициент затухания в электроцепи. С учетом (10) выражение (9) преобразовывается так:

$$x(p) = \frac{1}{mp^2 + bp + c} - \frac{2p}{(p + \beta)(mp^2 + bp + c)} + \frac{p}{(p + 2\beta)(mp^2 + bp + c)}. \quad (11)$$

Представим составляющие (11) в виде суммы простых дробей

$$x_1(p) = \frac{F_0}{mp^2 + bp + c}, \quad x_2(p) = F_0 \left(\frac{A_{2x}}{p + \beta} + \frac{B_{2x}p + D_{2x}}{mp^2 + bp + c} \right), \quad (12)$$

$$x_3(p) = F_0 \left(\frac{A_{3x}}{p + 2\beta} + \frac{B_{3x}p + D_{3x}}{mp^2 + bp + c} \right),$$

где $B_{2x} = \frac{2m\beta}{m\beta^2 - b\beta + c}$; $A_{2x} = -\frac{B_{2x}}{m}$; $D_{2x} = \frac{B_{2x}c}{m\beta}$; $B_{3x} = \frac{4m\beta}{4m\beta^2 - 2b\beta + c}$; $A_{3x} = -\frac{B_{3x}}{m}$;

$$D_{3x} = \frac{B_{2x}c}{2m\beta}$$

Оригинал (11) с учетом (12) будет следующим (определяем по таблицам [4]):

$$x(t) = F_0 \left\{ \frac{A_{3x}}{2\beta} (1 - e^{-2\beta t}) - \frac{A_{2x}}{\beta} (1 - e^{-\beta t}) + \frac{m}{c} (1 - D_{2x} + D_{3x}) + \frac{m}{c} \times \right. \\ \left. \times (D_{2x} - D_{3x} - 1) e^{-\frac{b}{2m}t} \cos \omega t + \left(\frac{D_{2x}b}{2c\omega} + \frac{B_{3x}}{m\omega} - \frac{m}{c} - \frac{B_{2x}}{m\omega} - \frac{D_{3x}b}{2c\omega} \right) e^{-\frac{b}{2m}t} \sin \omega t \right\}, \quad (13)$$

где $\omega = \sqrt{\frac{c}{m} - \left(\frac{b}{2m} \right)^2}$ – собственная частота колебаний якоря (Я).

При условии, что на вход ЭМВ подается напряжение $U(t) = 1(t)$, то есть при тяговом

усилии ЭМВ $F_{01} = \frac{\mu_0 S}{4} \left(\frac{w}{R\delta} \right)^2 \left[\frac{1}{R\delta} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right]^2$ переходная функция ЭМВ будет

$$h_{\Sigma}(t) = \frac{(13)}{F_0} F_{01}. \quad (14)$$

Далее рассмотрим второй вариант определения переходной функции ЭМВ, учитывая, что скачкообразная функция $1(t)$ представляется в виде сингулярисного разложения [2]

$$1(t) = \left[(1 - e^{-\alpha t}) + e^{-\alpha t} \sum_{k=1}^n U_{ak} \cos_k t \right], \quad (15)$$

$$U_{a1} = \frac{1}{\pi}, \quad U_{ak} = \frac{U_{a1}}{k}, \quad k = \frac{\omega_k}{\omega_1}, \quad \sum_{k=1}^n U_{ak} = 1, \quad n \approx 12,$$

где α – коэффициент затухания.

Здесь определение переходной функции ЭМВ будем осуществлять в той же последовательности, что и в первом варианте с использованием операционного метода Карсона [4]. Для сокращения текста воспользуемся результатами работы [2], то есть переходной процесс $i(t)$ в цепи RL при действии (15) имеет вид

$$i(t) = \frac{1}{R} (1 - e^{-\beta t}) + \frac{1}{R - \alpha L} (e^{-\beta t} - e^{-\alpha t}) - \sum_{k=1}^n \frac{U_{ak}}{(R - \alpha L)^2 + (\omega_k L)^2} \times \\ \times \left\{ (R - \alpha L) e^{-\beta t} + e^{-\alpha t} \left[(R - \alpha L) \sin \left(\omega_k t - \frac{\pi}{2} \right) - \omega_k L \cos \left(\omega_k t - \frac{\pi}{2} \right) \right] \right\}. \quad (16)$$

$$\alpha \gg \beta$$

Далее, используя выражение (7) с учетом (4), получим

$$F(t) = \frac{\mu_0 S}{4} \left[\frac{i(t)w}{\delta} \right]^2 = F_a i^2(t), \quad F_a = \mu_0 S \left(\frac{w}{2\delta} \right)^2. \quad (17)$$

Подставляя (16) в (17), имеем

$$F(t) = F_a \left\{ \frac{1}{R} (1 - e^{-\beta t}) + \frac{1}{R - \alpha L} (e^{-\beta t} - e^{-\alpha t}) - \sum_{k=1}^n \frac{U_{ak}}{(R - \alpha L)^2 + (\omega_k L)^2} \times \right. \\ \left. \times \left\{ (R - \alpha L) e^{-\beta t} + e^{-\alpha t} \left[(R - \alpha L) \sin \left(\omega_k t - \frac{\pi}{2} \right) - \omega_k L \cos \left(\omega_k t - \frac{\pi}{2} \right) \right] \right\} \right\}^2. \quad (18)$$

В выражении (18) представим квадрат суммы слагаемых в виде

$$\frac{F(t)}{F_a} = \frac{1}{R^2} (1 - e^{-\beta t})^2 + \frac{(e^{-\beta t} - e^{-\alpha t})^2}{(R - \alpha L)^2} + \left\langle \sum_{k=1}^n \frac{U_{ak}}{(R - \alpha L)^2 + (\omega_k L)^2} \times \right. \\ \left. \times \left\{ (R - \alpha L) e^{-\beta t} + e^{-\alpha t} \left[(R - \alpha L) \sin \left(\omega_k t - \frac{\pi}{2} \right) - \omega_k L \cos \left(\omega_k t - \frac{\pi}{2} \right) \right] \right\} \right\rangle^2 + \\ + 2 \frac{(1 - e^{-\beta t})(e^{-\beta t} - e^{-\alpha t})}{R(R - \alpha L)} - 2 \left[\frac{1}{R} (1 - e^{-\beta t}) + \frac{1}{R - \alpha L} (e^{-\beta t} - e^{-\alpha t}) \right] \sum_{k=1}^n \frac{U_{ak}}{(R - \alpha L)^2 + (\omega_k L)^2} \times \\ \times \left\{ (R - \alpha L) e^{-\beta t} + e^{-\alpha t} \left[(R - \alpha L) \sin \left(\omega_k t - \frac{\pi}{2} \right) - \omega_k L \cos \left(\omega_k t - \frac{\pi}{2} \right) \right] \right\}. \quad (19)$$

Раскроем предварительно скобки в (19), введя обозначение $R - \alpha L = a$. Тогда получим

$$\begin{aligned}
 \frac{F(t)}{F_a} = & \frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{R^2} + \frac{1}{a} - \frac{2}{R_a} \right) e^{-2\beta t} + \frac{2}{R^2} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{R} \right) e^{-\beta t} - \frac{2}{R_a} e^{-\alpha t} + \frac{1}{a} e^{-2\alpha t} + \\
 & + \frac{2}{a} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{a} \right) e^{-(\alpha+\beta)t} + \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{U_{ak}}{a^2 + (\omega_k L)^2} \left[a e^{-\beta t} + e^{-\alpha t} (\omega_k L \sin \omega_k t - a \cos \omega_k t) \right] \right\}^2 + \\
 & + 2 \left[\frac{1}{R} + \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{R} \right) e^{-\beta t} - \frac{1}{a} e^{-\alpha t} \right] \sum_{k=1}^n \frac{U_{ak}}{a^2 + (\omega_k L)^2} \times \\
 & \times \left\{ \left[a e^{-\beta t} + e^{-\alpha t} (\omega_k L \sin \omega_k t - a \cos \omega_k t) \right] + 2 \sum_{\substack{l=1 \\ k \neq l}}^{C_n^2} \frac{U_{ak} U_{al}}{[a^2 + (\omega_k L)^2][a^2 + (\omega_l L)^2]} \right\} \times \\
 & \times \left[a e^{-\beta t} + e^{-\alpha t} (\omega_k L \sin \omega_k t - a \cos \omega_k t) \right] \times \left[a e^{-\beta t} + e^{-\alpha t} (\omega_l L \sin \omega_l t - a \cos \omega_l t) \right] \Bigg\},
 \end{aligned} \tag{20}$$

где $C_n^2 = \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}$ – число сочетаний из n по 2.

Далее обозначим $\frac{1}{R^2} + \frac{1}{a} - \frac{2}{R_a} = d$; $\frac{1}{a} - \frac{1}{R} = g$ и раскроем скобки в (20). Тогда имеем

$$\begin{aligned}
 \frac{F(t)}{F_a} = & \frac{1}{R^2} + d e^{-2\beta t} + \frac{2g}{R} e^{-\beta t} - \frac{2}{R_a} e^{-\alpha t} + \frac{1}{a} e^{-2\alpha t} + \frac{2}{a} g e^{-(\alpha+\beta)t} + \sum_{k=1}^n E_k^2 a^2 e^{-\beta t} + \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n E_k^2 (a^2 + \omega_k^2 L^2) e^{-2\alpha t} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n E_k^2 (a^2 + \omega_k^2 L^2) e^{-2\alpha t} \cos 2\omega_k t + \\
 & + \frac{2}{R} \sum_{k=1}^n \left[E_k a e^{-\beta t} + \frac{2}{R} E_k \omega_k L e^{-\alpha t} \sin \omega_k t - \frac{2}{R} E_k a L e^{-\alpha t} \cos \omega_k t + \right. \\
 & \left. + 2E_k a e^{-2\beta t} + 2\omega_k L E_k e^{-\alpha t} \sin \omega_k t - 2a E_k e^{-\alpha t} \cos \omega_k t \right] + \\
 & 2 \sum_{\substack{k=1 \\ l=1 \\ k \neq l}}^{C_n^2} E_{kl} \left[a^2 e^{-2\beta t} + a \omega_l L e^{-(\alpha+\beta)t} \sin \omega_l t - a^2 e^{-(\alpha+\beta)t} \cos \omega_l t + a \omega_k L e^{-(\alpha+\beta)t} \sin \omega_k t + \right. \\
 & \left. + \omega_k \omega_l L^2 e^{-2\alpha t} \sin \omega_k t \sin \omega_l t - a \omega_k L e^{-2\alpha t} \sin \omega_k t \cos \omega_l t - a^2 e^{-(\alpha+\beta)t} \cos \omega_k t - \right. \\
 & \left. - a \omega_l L e^{-2\alpha t} \sin \omega_l t \cos \omega_k t + a^2 e^{-2\alpha t} \cos \omega_l t \cos \omega_k t \right],
 \end{aligned} \tag{21}$$

где $E_k^2 = \left(\frac{U_{ak}}{a^2 + \omega_k^2 L^2} \right)^2$, $E_{kl} = \frac{U_{ak} U_{al}}{(a^2 + \omega_k^2 L^2)^2}$.

В (21) введем тригонометрические преобразования

$$\begin{aligned} \sin \omega_k t \sin \omega_l t &= \frac{1}{2} [\cos(\omega_k - \omega_l)t - \cos(\omega_k + \omega_l)t], \\ \sin \omega_k t \cos \omega_l t &= \frac{1}{2} [\sin(\omega_k - \omega_l)t + \sin(\omega_k + \omega_l)t], \\ \sin \omega_l t \cos \omega_k t &= \frac{1}{2} [-\sin(\omega_k - \omega_l)t + \sin(\omega_k + \omega_l)t], \\ \cos \omega_k t \cos \omega_l t &= \frac{1}{2} [\cos(\omega_k - \omega_l)t + \cos(\omega_k + \omega_l)t]. \end{aligned} \quad (22)$$

Тогда в (21) в слагаемом $2 \sum_{\substack{k=1 \\ l=1 \\ k \neq l}}^{C_n^2} [\dots]$, в котором составляющие имеют произведения (22),

будут в сумме следующими:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum_{\substack{k=1 \\ l=1 \\ k \neq l}}^{C_n^2} E_{kl} \left[(\omega_k \omega_l L^2 + a^2) e^{-2\alpha t} \cos(\omega_k - \omega_l)t + (a^2 - \omega_k \omega_l L^2) e^{-2\alpha t} \cos(\omega_k + \omega_l)t - \right. \\ \left. - aL(\omega_k + \omega_l) e^{-2\alpha t} \sin(\omega_k - \omega_l)t - aL(\omega_k + \omega_l) e^{-2\alpha t} \sin(\omega_k + \omega_l)t \right] \end{aligned} \quad (23)$$

Изображение Карсона оригиналов (21), (23) имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{F(t)}{F_a} &= \frac{1}{R^2} + \frac{pd}{p+2\beta} + \frac{2p\phi}{R(p+\beta)} - \frac{2p}{R_a(p+\alpha)} + \frac{p}{a(p+\alpha)} + \frac{2p\phi}{a(p+\alpha+\beta)} + \\ &+ \sum_{k=1}^n a^2 E_k^2 \frac{p}{p+2\beta} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n E_k^2 (a^2 + \omega_k^2 L^2) \frac{p}{p+2\alpha} + \frac{2}{R} \sum_{k=1}^n a E_k \frac{p}{p+\beta} + 2a \sum_{k=1}^n E_k \frac{p}{p+2\beta} + \\ &+ 2 \sum_{\substack{k=1 \\ l=1 \\ k \neq l}}^{C_n^2} E_{kl} a^2 \frac{p}{p+2\beta} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n E_k^2 (a^2 - \omega_k^2 L^2) \frac{p(p+2\alpha)}{(p+2\alpha)^2 + 4\omega_k^2} + \\ &+ \frac{2L}{R} \sum_{k=1}^n E_k \omega_k \frac{\omega_k p}{(p+\alpha)^2 + \omega_k^2} - \frac{2a}{R} \sum_{k=1}^n E_k \frac{p(p+\alpha)}{(p+\alpha)^2 + \omega_k^2} + 2\phi a \sum_{k=1}^n E_k \frac{p}{p+2\beta} + \\ &+ 2\phi L \sum_{k=1}^n E_k \omega_k \frac{\omega_k p}{(p+\alpha)^2 + \omega_k^2} - 2\phi a \sum_{k=1}^n E_k \frac{p(p+\alpha)}{(p+\alpha)^2 + \omega_k^2} + 2 \sum_{\substack{k=1 \\ l=1 \\ k \neq l}}^{C_n^2} E_{kl} \times \\ &\times \left[a^2 \frac{p}{p+2\beta} + a\omega_l L \frac{\omega_l p}{(p+\alpha+\beta)^2 + \omega_l^2} - a^2 \frac{p(p+\alpha+\beta)}{(p+\alpha+\beta)^2 + \omega_l^2} + \right. \\ &+ a\omega_k L \frac{\omega_k p}{(p+\alpha+\beta)^2 + \omega_k^2} + \frac{1}{2} (\omega_k \omega_l L^2 + a^2) \frac{p(p+2\alpha)}{(p+2\alpha)^2 + (\omega_k - \omega_l)^2} + \\ &+ \frac{1}{2} (a^2 - \omega_k \omega_l L^2) \frac{p(p+2\alpha)}{(p+2\alpha)^2 + (\omega_k + \omega_l)^2} - \frac{1}{2} aL(\omega_k + \omega_l) \frac{(\omega_k - \omega_l)p}{(p+2\alpha)^2 + (\omega_k - \omega_l)^2} - \\ &\left. - \frac{1}{2} aL(\omega_k + \omega_l) \frac{(\omega_k + \omega_l)p}{(p+2\alpha)^2 + (\omega_k + \omega_l)^2} \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

Учитывая (9) и (24), получим

$$x_\Sigma(p) = F(p)w(p) = F_a(24)W(p), \quad (25)$$

где $x_{\Sigma}(p)$ – суммарное изображение Карсона перемещения КС с учетом (24).

Оригинал, соответствующий (25), с учетом, что $W(p) = \frac{1}{mp^2 + bp + c}$, будем находить как сумму оригиналов, соответствующих изображениям слагаемых в $x(p)$. В решении так же, как и ранее, используем принцип суперпозиции и метод дробей [4]. Заметим, что при $\alpha = \infty$ выражение (25) приобретает вид выражения (9). С учетом (24) выражение (25) выглядит так:

$$x_{\Sigma}(p) = \sum_{k=1}^{25} x_{\Sigma k}(p), \quad (26)$$

Где $x_{\Sigma k}(p)$ – соответствующее произведение слагаемого в (24) на $W(p)$.

В результате решения (26) методом простых дробей получим отдельные слагаемые $x_{\Sigma k}$, $k = 1, 2, \dots, 25$ в виде

$$x_{\Sigma 1}(p) = \frac{F_a D_1}{R^2 (mp^3 + bp + c)}, \quad D_1 = 1; \quad x_{\Sigma 2}(p) = dF_a \left(\frac{A_2}{p + 2\beta} + \frac{B_2 p + D_2}{mp^3 + bp + c} \right),$$

$$\text{где } A_2 = \frac{2\beta}{2\beta b - c - 4m\beta^2}, \quad B_2 = \frac{2m\beta}{4mp^2 - 2\beta b + c}; \quad D_2 = \frac{c}{4mp^2 - 2\beta b + c}.$$

$$x_{\Sigma 3}(p) = \frac{2gF_a}{R} \left(\frac{A_3}{p + \beta} + \frac{B_3 p + D_3}{mp^2 + bp + c} \right),$$

$$\text{где } B_3 = \frac{m\beta}{m\beta^2 + c - b\beta}, \quad A_3 = -\frac{B_3}{m}, \quad D_3 = \frac{c}{c + m\beta^2 - b\beta}.$$

$$x_{\Sigma 4}(p) = \frac{2F_a}{Ra} \left(\frac{A_4}{p + \alpha} + \frac{B_4 p + D_4}{mp^2 + bp + c} \right),$$

$$\text{где } B_4 = \frac{m\alpha}{m\alpha^2 + c - b\alpha}, \quad A_4 = -\frac{B_4}{m}, \quad D_4 = \frac{c}{c + m\alpha^2 - b\alpha}.$$

$$x_{\Sigma 5}(p) = \frac{F_a}{a} \left(\frac{A_5}{p + 2\alpha} + \frac{B_5 p + D_5}{mp^2 + bp + c} \right),$$

$$\text{где } B_5 = \frac{2m\alpha}{m\alpha^2 - 2b\alpha + c}, \quad A_5 = -\frac{B_5}{m}, \quad D_5 = \frac{c}{c + 4m\alpha^2 - 2b\alpha}.$$

$$x_{\Sigma 6}(p) = \frac{2F_a \varphi}{a} \left(\frac{A_6}{p + \alpha + \beta} + \frac{B_6 p + D_6}{mp^2 + bp + c} \right),$$

$$\text{где } B_6 = \frac{m(\alpha + \beta)}{m(\alpha + \beta)^2 - b(\alpha + \beta) + c}, \quad A_6 = -\frac{B_6}{m}, \quad D_6 = \frac{c}{c + m(\alpha + \beta)^2 - b(\alpha + \beta)}.$$

$$x_{\Sigma 7}(p) = F_a a^2 \sum_{k=1}^n E_k^2 \left(\frac{A_7}{p + 2\beta} + \frac{B_7 p + D_7}{mp^2 + bp + c} \right),$$

$$\text{где } A_7 = -\frac{B_7}{m}, \quad B_7 = \frac{2\beta m}{4m\beta^2 - 2b\beta + c}, \quad D_7 = \frac{c}{c + 4m\beta^2 - 2b\beta}.$$

$$x_{\Sigma 8}(p) = \frac{1}{2} F_a \sum_{k=1}^n E_k^2 (a^2 + \omega_k^2 L^2) \left(\frac{A_8}{p + 2\alpha} + \frac{B_8 p + D_8}{mp^2 + bp + c} \right),$$

$$\text{где } A_8 = -\frac{B_8}{m}, \quad B_8 = \frac{2m\alpha}{4m\alpha^2 - 2b\alpha + c}, \quad D_8 = \frac{c}{c + 4m\alpha^2 - 2b\alpha}.$$

$$x_{\Sigma 9}(p) = \frac{2a}{R} F_a \sum_{k=1}^n E_k \left(\frac{A_9}{p + \beta} + \frac{B_9 p + D_9}{mp^2 + bp + c} \right),$$

где $A_9 = -\frac{B_9}{m}$, $B_9 = \frac{2m\beta}{m\beta^2 - bp + c}$, $D_9 = \frac{c}{c + m\beta^2 - b\beta}$.

$$x_{\Sigma 10}(p) = 2aF_a \sum_{k=1}^n E_k \left(\frac{A_{10}}{p + 2\beta} + \frac{B_{10}p + D_{10}}{mp^2 + bp + c} \right),$$

где $A_{10} = -\frac{B_{10}}{m}$, $B_{10} = \frac{2m\beta}{4m\beta^2 - 2b\beta + c}$, $D_{10} = \frac{c}{2b\beta - c - 4m\beta^2}$.

$$x_{\Sigma 11}(p) = 2aF_a \sum_{\substack{k=1 \\ l=1 \\ k \neq l}}^{C_n^2} E_k \left(\frac{A_{11}}{p + 2\beta} + \frac{B_{11}p + D_{11}}{mp^2 + bp + c} \right),$$

где $A_{11} = -\frac{B_{11}}{m}$, $B_{11} = \frac{2m\beta}{4m\beta^2 - 2b\beta + c}$, $D_{11} = \frac{c}{2b\beta - c - 4m\beta^2}$.

$$x_{\Sigma 12}(p) = \frac{F_a}{2} \sum_{k=1}^n E_k^2 (a^2 - \omega_k^2 L^2) \left(\frac{A_{12}p + C_{12}}{(p + 2\alpha)^2 + 4\omega_k^2} + \frac{B_{12}p + D_{12}}{mp^2 + bp + c} \right),$$

где $A_{12} = -\frac{B_{12}}{m}$, $B_{12} = \frac{\gamma_{12}}{\varepsilon_{12}}$, $\gamma_{12} = 2 \left[\alpha - \frac{\alpha c - 2b(\alpha^2 + \omega_k^2)}{c - 4m(\alpha^2 + \omega_k^2)} \right]$,

$$\varepsilon_{12} = 4(\alpha^2 + \omega_k^2) - \frac{c}{m} + \frac{2(b - 2\alpha m)[\alpha c - 2b(\alpha^2 + \omega_k^2)]}{m[c - 4m(\alpha^2 + \omega_k^2)]},$$

$$D_{12} = \frac{c \left[1 + \frac{\gamma_{12}}{\varepsilon_{12}} \left(\frac{b}{m} - 2\alpha \right) \right]}{c - 4m(\alpha^2 + \omega_k^2)}, \quad C_{12} = -\frac{4}{c} (\alpha^2 + \omega_k^2) D_{12}.$$

$$x_{\Sigma 13}(p) = \frac{2L}{R} F_a \sum_{k=1}^n E_k \omega_k^2 \left(\frac{A_{13}p + C_{13}}{(p + \alpha)^2 + \omega_k^2} + \frac{B_{13}p + D_{13}}{mp^2 + bp + c} \right),$$

где $A_{13} = -\frac{B_{13}}{m}$, $B_{13} = \left\{ \alpha^2 + \omega_k^2 - \frac{c}{m} + \frac{\left(\frac{b}{m} - 2\alpha \right) [2\alpha c - b(\alpha^2 + \omega_k^2)]}{c - m(\alpha^2 + \omega_k^2)} \right\}^{-1}$,

$$C_{13} = -B_{13} \frac{(\alpha^2 + \omega_k^2) \left(\frac{b}{m} - 2\alpha \right)}{c - m(\alpha^2 + \omega_k^2)}, \quad D_{13} = B_{13} \frac{c \left(\frac{b}{m} - 2\alpha \right)}{c - m(\alpha^2 + \omega_k^2)}.$$

$$x_{\Sigma 14}(p) = -\frac{2a}{R} F_a \sum_{k=1}^n E_k \left(\frac{A_{14}p + C_{14}}{(p + \alpha)^2 + \omega_k^2} + \frac{B_{14}p + D_{14}}{mp^2 + bp + c} \right),$$

где $A_{14} = A_{13}$, $B_{14} = B_{13}$, $C_{14} = C_{13}$, $D_{14} = D_{13}$.

$$x_{\Sigma 15}(p) = 2gF_a \sum_{k=1}^n E_k \left(\frac{A_{15}}{p + 2\beta} + \frac{B_{15}p + D_{15}}{mp^2 + bp + c} \right),$$

где $A_{15} = A_{10}$, $B_{15} = B_{10}$, $D_{15} = D_{10}$.

$$x_{\Sigma 16}(p) = 2gF_a \sum_{k=1}^n E_k \omega_k^2 \left(\frac{A_{16}p + C_{16}}{(p + \alpha)^2 + \omega_k^2} + \frac{B_{16}p + D_{16}}{mp^2 + bp + c} \right),$$

где $A_{16} = A_{13}$, $B_{16} = B_{13}$, $C_{16} = C_{13}$, $D_{16} = D_{13}$.

$$x_{\Sigma 17}(p) = 2gaF_a \sum_{k=1}^n E_k \left(\frac{A_{17}p + C_{17}}{(p + \alpha)^2 + \omega_k^2} + \frac{B_{17}p + D_{17}}{mp^2 + bp + c} \right),$$

где $A_{17} = A_{14}$, $B_{17} = B_{14}$, $C_{17} = C_{14}$, $D_{17} = D_{14}$.

$$x_{\Sigma 18}(p) = 2a^2F_a \sum_{\substack{k=1 \\ l=1 \\ k \neq l}}^{C_n^2} E_{kl} \left(\frac{A_{18}}{p + 2\beta} + \frac{B_{18}p + D_{18}}{mp^2 + bp + c} \right),$$

где $A_{18} = \frac{2m\beta}{4m\beta^2 - 2b\beta + c}$, $B_{18} = -A_{18} \cdot m$, $D_{18} = \frac{c}{c + 4m\beta^2 - 2b\beta}$.

$$x_{\Sigma 19}(p) = 2aLF_a \sum_{\substack{k=1 \\ l=1 \\ k \neq l}}^{C_n^2} E_{kl} \omega_l^2 \left(\frac{A_{19}p + C_{19}}{(p + \alpha + \beta)^2 + \omega_l^2} + \frac{B_{19}p + D_{19}}{mp^2 + bp + c} \right),$$

где $B_{19} = \left\{ \left((\alpha + \beta)^2 + \omega_l^2 - \frac{c}{m} + \frac{\frac{b}{m} - 2(\alpha + \beta)}{c - m[(\alpha + \beta)^2 + \omega_l^2]} \right) 2(\alpha + \beta)c - b[(\alpha + \beta)^2 + \omega_l^2] \right\}^{-1}$,

$$A_{19} = -\frac{B_{19}}{m}, \quad C_{19} = -B_{19} \frac{[(\alpha + \beta)^2 + \omega_l^2] \left[\frac{b}{m} - 2(\alpha + \beta) \right]}{c - m[(\alpha + \beta)^2 + \omega_l^2]}, \quad D_{19} = B_{19} \frac{c \left[\frac{b}{m} - 2(\alpha + \beta) \right]}{c - m[(\alpha + \beta)^2 + \omega_l^2]}.$$

$$x_{\Sigma 20}(p) = 2a^2F_a \sum_{\substack{k=1 \\ l=1 \\ k \neq l}}^{C_n^2} E_{kl} \left(\frac{A_{20}p + C_{20}}{(p + \alpha + \beta)^2 + \omega_l^2} + \frac{B_{20}p + D_{20}}{mp^2 + bp + c} \right),$$

где $A_{20} = -\frac{B_{20}}{m}$, $B_{20} = \frac{\gamma_{20}}{\varepsilon_{20}}$, $\gamma_{20} = \alpha + \beta - \frac{(\alpha + \beta)c - b[(\alpha + \beta)^2 - \omega_l^2]}{c - m[(\alpha + \beta)^2 + \omega_l^2]}$,

$$\varepsilon_{20} = (\alpha + \beta)^2 - \omega_l^2 - \frac{c}{m} + \frac{[b - 2(\alpha + \beta)m \{ (\alpha + \beta)c - b[(\alpha + \beta)^2 + \omega_l^2] \}]}{c - m[(\alpha + \beta)^2 + \omega_l^2]},$$

$$D_{20} = \frac{c \left\{ 1 + B_{20} \left[\frac{b}{m} - 2(\alpha + \beta) \right] \right\}}{c - m[(\alpha + \beta)^2 + \omega_l^2]}, \quad C_{20} = -D_{20} \frac{(\alpha + \beta)^2 + \omega_l^2}{c}.$$

$$x_{\Sigma 21}(p) = 2aLF_a \sum_{\substack{k=1 \\ l=1 \\ k \neq l}}^{C_n^2} E_{kl} \omega_k^2 \left(\frac{A_{21}p + C_{21}}{(p + \alpha + \beta)^2 + \omega_k^2} + \frac{B_{21}p + D_{21}}{mp^2 + bp + c} \right),$$

где $A_{21} = -\frac{B_{21}}{m}$, $B_{21} = \left\{ (\alpha + \beta)^2 + \omega_k^2 - \frac{c}{m} + \frac{\frac{b}{m} - 2(\alpha + \beta)c - b[(\alpha + \beta)^2 - \omega_k^2]}{c - m[(\alpha + \beta)^2 + \omega_k^2]} \right\}^{-1}$,

$$D_{21} = B_{21} \frac{c \left[\frac{b}{m} - 2(\alpha + \beta) \right]}{c - m \left[(\alpha + \beta)^2 + \omega_k^2 \right]}, \quad C_{21} = -B_{21} \frac{\left[(\alpha + \beta)^2 + \omega_l^2 \right] \left[\frac{b}{m} - 2(\alpha + \beta) \right]}{c - m \left[(\alpha + \beta)^2 + \omega_k^2 \right]}.$$

$$x_{\Sigma 22}(p) = F_a \sum_{\substack{k=1 \\ l=1 \\ k \neq l}}^{C_n^2} E_{kl} (\omega_k \omega_l L^2 + a^2) \left(\frac{A_{22} p + C_{22}}{(p + 2\alpha)^2 + (\omega_k - \omega_l)^2} + \frac{B_{22} p + D_{22}}{mp^2 + bp + c} \right),$$

где $A_{22} = -\frac{B_{22}}{m}$, $B_{22} = \frac{\gamma_{22}}{\varepsilon_{22}}$, $\gamma_{22} = 2\alpha - \frac{2\alpha c - b \left[4\alpha^2 + (\omega_k - \omega_l)^2 \right]}{c - m \left[4\alpha^2 + (\omega_k - \omega_l)^2 \right]}$,

$$\varepsilon_{22} = 4\alpha^2 + (\omega_k - \omega_l)^2 - \frac{c}{m} + (b - 4\alpha m) \frac{2\alpha c - b \left[4\alpha^2 + (\omega_k - \omega_l)^2 \right]}{c - m \left[4\alpha^2 + (\omega_k - \omega_l)^2 \right]},$$

$$D_{22} = \frac{c \left[1 + B_{22} \left(\frac{b}{m} - 4\alpha \right) \right]}{c - m \left[4\alpha^2 + (\omega_k - \omega_l)^2 \right]}, \quad C_{22} = -\frac{1}{c} \left[4\alpha^2 + (\omega_k - \omega_l)^2 \right] D_{22}.$$

$$x_{\Sigma 23}(p) = F_a \sum_{\substack{k=1 \\ l=1 \\ k \neq l}}^{C_n^2} E_{kl} (a^2 - \omega_k \omega_l L^2) \left(\frac{A_{23} p + C_{23}}{(p + 2\alpha)^2 + (\omega_k + \omega_l)^2} + \frac{B_{23} p + D_{23}}{mp^2 + bp + c} \right),$$

где $A_{23} = -\frac{B_{23}}{m}$, $B_{23} = \frac{\gamma_{23}}{\varepsilon_{23}}$, $\gamma_{23} = 2\alpha - \frac{2\alpha c - b \left[4\alpha^2 + (\omega_k + \omega_l)^2 \right]}{c - m \left[4\alpha^2 + (\omega_k + \omega_l)^2 \right]}$,

$$\varepsilon_{23} = 4\alpha^2 + (\omega_k + \omega_l)^2 - \frac{c}{m} + (b - 4\alpha m) \frac{2\alpha c - b \left[4\alpha^2 + (\omega_k + \omega_l)^2 \right]}{c - m \left[4\alpha^2 + (\omega_k + \omega_l)^2 \right]},$$

$$D_{23} = \frac{c \left[1 + B_{23} \left(\frac{b}{m} - 4\alpha \right) \right]}{c - m \left[4\alpha^2 + (\omega_k + \omega_l)^2 \right]}, \quad C_{23} = -\frac{D_{23}}{c} \left[4\alpha^2 + (\omega_k + \omega_l)^2 \right]$$

$$x_{\Sigma 24}(p) = a L F_a \sum_{\substack{k=1 \\ l=1 \\ k \neq l}}^{C_n^2} E_{kl} (\omega_k - \omega_l) (\omega_k + \omega_l) \left(\frac{A_{24} p + C_{24}}{(p + 2\alpha)^2 + (\omega_k - \omega_l)^2} + \frac{B_{24} p + D_{24}}{mp^2 + bp + c} \right),$$

где $A_{24} = -\frac{B_{24}}{m}$, $B_{24} = \left\{ 4\alpha^2 + (\omega_k - \omega_l)^2 - \frac{c}{m} + \frac{b}{m} - 4\alpha c - b \left[4\alpha^2 + (\omega_k - \omega_l)^2 \right] \right\}^{-1}$,

$$C_{24} = -B_{24} \frac{\left[4\alpha^2 + (\omega_k + \omega_l)^2 \right] \left(\frac{b}{m} - 4\alpha \right)}{c - m \left[4\alpha^2 + (\omega_k + \omega_l)^2 \right]}, \quad D_{24} = B_{24} \frac{c \left(\frac{b}{m} - 4\alpha \right)}{c - m \left[4\alpha^2 + (\omega_k + \omega_l)^2 \right]}.$$

$$x_{\Sigma 25}(p) = a L F_a \sum_{\substack{k=1 \\ l=1 \\ k \neq l}}^{C_n^2} E_{kl} (\omega_k + \omega_l)^2 \left(\frac{A_{25} p + C_{25}}{(p + 2\alpha)^2 + (\omega_k + \omega_l)^2} + \frac{B_{25} p + D_{25}}{mp^2 + bp + c} \right),$$

где $A_{25} = -\frac{B_{25}}{m}$, $B_{25} = \left\{ 4\alpha^2 + (\omega_k + \omega_l)^2 - \frac{c}{m} + \frac{b}{m} \frac{b - 4\alpha c - b[4\alpha^2 + (\omega_k + \omega_l)^2]}{c - m[4\alpha^2 + (\omega_k + \omega_l)^2]} \right\}^{-1}$,

$C_{25} = B_{25} \frac{[4\alpha^2 + (\omega_k + \omega_l)^2] \left(\frac{b}{m} - 4\alpha \right)}{c - m[4\alpha^2 + (\omega_k + \omega_l)^2]}$, $D_{25} = B_{25} \frac{c \left(\frac{b}{m} - 4\alpha \right)}{c - m[4\alpha^2 + (\omega_k + \omega_l)^2]}$.

Итак, в результате использования метода дробей получены коэффициенты в числителях этих дробей. Сгруппируем одинаковые дроби. Тогда имеем

$$\begin{aligned}
 x_{\Sigma}(p) = & \frac{\sum_{k=1}^{25} x_{\Sigma ak} D_k}{m \left(p^2 + \frac{b}{m} p + \frac{c}{m} \right)} + \frac{\sum_{k=1}^{25} x_{\Sigma ak} B_k p}{m \left(p^2 + \frac{b}{m} p + \frac{c}{m} \right)} + \frac{\sum_{k=2,7,10,11,15,18} x_{\Sigma ak} A_k}{p + 2\beta} + \frac{\sum_{k=3,9} x_{\Sigma ak} A_k}{p + \beta} + \\
 & + \frac{x_{\Sigma a4} A_4}{p + \alpha} + \frac{\sum_{k=5,8} x_{\Sigma ak} A_k}{p + 2\alpha} + \frac{x_{\Sigma a6} A_6}{p + \alpha + \beta} + \frac{x_{\Sigma a12} A_{12} p}{(p + 2\alpha)^2 + 4\omega_k^2} + \frac{x_{\Sigma a12} C_{12}}{(p + 2\alpha)^2 + 4\omega_k^2} + \\
 & + \frac{\sum_{k=13,14,16,17} x_{\Sigma ak} A_k p}{(p + \alpha)^2 + \omega_k^2} + \frac{\sum_{k=13,14,16,17} x_{\Sigma ak} C_k}{(p + \alpha)^2 + \omega_k^2} + \frac{\sum_{k=19,20} x_{\Sigma ak} A_k p}{(p + \alpha + \beta)^2 + \omega_l^2} + \frac{\sum_{k=19,20} x_{\Sigma ak} C_k}{(p + \alpha + \beta)^2 + \omega_l^2} + \\
 & + \frac{x_{\Sigma a21} A_{21} p}{(p + \alpha + \beta)^2 + \omega_k^2} + \frac{x_{\Sigma a21} C_{21}}{(p + \alpha + \beta)^2 + \omega_k^2} + \frac{(x_{\Sigma a22} A_{22} + x_{\Sigma a24} A_{24}) p}{(p + 2\alpha)^2 + (\omega_k - \omega_l)^2} + \\
 & + \frac{x_{\Sigma a22} C_{22} + x_{\Sigma a24} C_{24}}{(p + 2\alpha)^2 + (\omega_k - \omega_l)^2} + \frac{(x_{\Sigma a23} A_{23} + x_{\Sigma a25} A_{25}) p}{(p + \alpha)^2 + (\omega_k + \omega_l)^2} + \frac{x_{\Sigma a23} C_{23} + x_{\Sigma a25} C_{25}}{(p + \alpha)^2 + (\omega_k + \omega_l)^2}.
 \end{aligned} \tag{27}$$

где $x_{\Sigma ak}$ – амплитуды при $x_{\Sigma k}(p)$ $k = 1, 2, \dots, 25$.

Выражение (27) является изображением Карсона переходной функции ЭМВ. Оригинал, соответствующий этому изображению, имеет вид (определяем по таблицам [4])

$$\begin{aligned}
 x_{\Sigma}(t) = & \left(\sum_{k=1}^{25} \frac{1}{m} x_{\Sigma ak} D_k \right) \frac{c}{m} \left[1 - e^{-\frac{b}{2m}t} \left(\cos \omega t + \frac{b}{2m\omega} \sin \omega t \right) \right] + \frac{1}{m} \left(\sum_{k=2}^{25} \frac{1}{m} x_{\Sigma ak} B_k \right) \times \\
 & \times \frac{1}{\omega} e^{-\frac{b}{2m}t} \sin \omega t + \left(\sum_{k=2,7,10,11,15,18} x_{\Sigma ak} A_k \right) \frac{1}{2\beta} (1 - e^{2\beta t}) + \left(\sum_{k=3,9} x_{\Sigma ak} A_k \right) \frac{1}{\beta} (1 - e^{-\beta t}) + \\
 & + \frac{x_{\Sigma a4} A_4}{\alpha} (1 - e^{-\alpha t}) + \left(\sum_{k=5,8} x_{\Sigma ak} A_k \right) \frac{1}{2\alpha} (1 - e^{-2\alpha t}) + \frac{x_{\Sigma a6} A_6}{\alpha + \beta} [1 - e^{-(\alpha+\beta)t}] + \frac{x_{\Sigma a12} A_{12}}{2\omega_k} \times \\
 & \times e^{-2\alpha t} \sin 2\omega_k t + \frac{x_{\Sigma a12} C_{12}}{4(\alpha^2 + \omega_k^2)} \left[1 - e^{-2\alpha t} \left(\cos 2\omega_k t + \frac{\alpha}{\omega_k} \sin 2\omega_k t \right) \right] + \\
 & + \sum_{k=13,14,16,17} x_{\Sigma ak} A_k e^{-\alpha t} \sin \omega_k t + \frac{\sum_{k=13,14,16,17} x_{\Sigma ak} A_k}{\alpha^2 + \omega_k^2} \left[1 - e^{-\alpha t} \left(\cos \omega_k t + \frac{\alpha}{\omega_k} \sin \omega_k t \right) \right] +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{k=19,20} x_{\Sigma ak} A_k e^{-(\alpha+\beta)t} \sin \omega_l t + \frac{\sum_{k=19,20} x_{\Sigma ak} C_k}{(\alpha+\beta)^2 + \omega_l^2} \times \\
& \times \left[1 - e^{-(\alpha+\beta)t} \left(\cos \omega_l t + \frac{\alpha+\beta}{\omega_l} \sin \omega_l t \right) \right] + x_{\Sigma a21} A_{21} e^{-(\alpha+\beta)t} \sin \omega_k t + \\
& + \frac{x_{\Sigma a21} C_{21}}{(\alpha+\beta)^2 + \omega_k^2} \left[1 - e^{-(\alpha+\beta)t} \left(\cos \omega_k t + \frac{\alpha+\beta}{\omega_k} \sin 2_k t \right) \right] + (x_{\Sigma a22} A_{22} + x_{\Sigma a24} A_{24}) \times \\
& \times e^{-2\alpha t} \sin(\omega_k - \omega_l)t + \frac{x_{\Sigma a22} A_{22} + x_{\Sigma a24} A_{24}}{4\alpha^2 + (\omega_k - \omega_l)^2} \times \\
& \times \left\{ 1 - e^{-2\alpha t} \left[\cos(\omega_k - \omega_l)t + \frac{2\alpha}{\omega_k - \omega_l} \sin(\omega_k - \omega_l)t \right] \right\} + (x_{\Sigma a23} A_{23} + x_{\Sigma a25} A_{25}) \times \\
& \times e^{-\alpha t} \sin(\omega_k + \omega_l)t + \frac{x_{\Sigma a23} C_{23} + x_{\Sigma a25} C_{25}}{\alpha^2 + (\omega_k + \omega_l)^2} \times \\
& \times \left\{ 1 - e^{-\alpha t} \left[\cos(\omega_k + \omega_l)t + \frac{\alpha}{\omega_k + \omega_l} \sin(\omega_k + \omega_l)t \right] \right\}.
\end{aligned} \tag{28}$$

Заключение

Выражение (28) отображает оригинал сингулярной переходной функции ЭМВ. Как видно из (28), переходная функция ЭМВ зависит от формы представления скачкообразной функции $1(t)$. Известно [5], что эту функцию можно приближенно представить рядом Фурье. Тогда переходная функция как ЭМВ, так и другого объекта будет отличаться от переходной функции при воздействии $1(t)$ без ее разложения в этот ряд. Заметим, что если принять в (28) $\alpha = \infty$, то (28) равно (13), то есть соответствует обычной переходной функции $h_{\Sigma}(t)$ ЭМВ (14).

Таким образом, в результате данного исследования впервые получены выражения переходных функций (13) и (28) электромагнитных вибровозбудителей. Знание этих функций дает возможность более точно изучать динамику ЭМВ.

Литература

1. Теория автоматического управления / Под ред. проф. А. В. Нетушила. – М.: Высш. шк., 1976. – 400 с.
2. Божко А. Е. Аргументированная детализация новой концепции о переходных процессах в электрических цепях / А. Е. Божко // Доп. НАН України. – 2007. – № 6. – С. 81–87.
3. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники / Л. А. Бессонов. – М.: Высш. шк., 1978. – 528 с.
4. Гинзбург С. Г. Методы решения задач по переходным процессам в электрических цепях / С. Г. Гинзбург. – М.: Сов. радио, 1959. – 404 с.
5. Андре Анго. Математика для электро- и радиоинженеров / Анго Андре. – М.: Наука, 1969. – 779 с.

Поступила в редакцию
14.12.08