

УДК 539.3

А. А. Ларин, канд. техн. наукНациональный технический университет «ХПИ»
(г. Харьков, E-mail: AlexeyA.Larin@gmail.com)**КОЛЕБАНИЯ ЛОПАТОЧНЫХ ВЕНЦОВ ПАРОВЫХ ТУРБИН С
УЧЕТОМ РАССТРОЙКИ ПАРАМЕТРОВ БАНДАЖНОЙ СВЯЗИ**

Рассмотрен метод расчета вынужденных колебаний лопаточных венцов с расстройкой по модели сектора. Проведены численные исследования формирования амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) лопаточного аппарата 3-й ступени паровой турбины. Выявлены закономерности влияния расстройки параметров бандажной связи на формирование АЧХ лопаточного венца.

Розглянуто метод розрахунку вимушених коливань лопаткових вінців з розладом по моделі сектора. Проведено числові дослідження формування амплітудно-частотних характеристик (АЧХ) лопаткового апарата 3-го ступеня парової турбіни. Виявлено закономірності впливу розладу параметрів бандажного зв'язку на формування АЧХ лопаткового вінця.

Введение

Вибрационная прочность современных турбомашин во многом определяется напряженно-деформированным состоянием рабочих колес, которые, несмотря на свое многообразие, обладают общим свойством циклической симметрии (ЦС). Ее наличие определяет технологичность производства и монтажа лопаточного аппарата, а также формирует особенности динамических характеристик.

Вместе с тем следует отметить, что реальные условия производства, технологии монтажа, а также эксплуатация вызывают отклонения от строгой симметрии и приводят к расстройке. Исследование таких систем целесообразно проводить в детерминированном и вероятностном смысле.

Действительно, с одной стороны, на этапе проектирования для инженера-исследователя или конструктора расстройка не является априорно известной. Это приводит к необходимости считать параметры расстройки случайными величинами и проводить анализ в вероятностном смысле с тем, чтобы оценить возможные разбросы реализаций отклика системы [1, 2].

С другой стороны, статистическая оценка в некоторой степени «усредняет» результаты и не дает возможности проанализировать степень изменения отклика в отдельных предельных случаях, например, при допуске брака или возникновении эксплуатационных повреждений (развитие усталостной трещины, коррозионного дефекта и т.п.). Отмеченные особенности, как правило, имеют место в межлопаточных соединениях. Исследование их влияния на динамическое поведение лопаточных аппаратов показывает высокую чувствительность спектра собственных частот к вариации параметров самой бандажной связи [3, 4]. Вместе с тем в этих работах предполагалось сохранение ЦС, что не позволяет оценить возможность проявления динамических эффектов, связанных с расстройкой [5]. Таким образом, актуальной задачей является решение проблемы моделирования динамики лопаточных аппаратов с расстройкой параметров бандажной связи.

Решение задачи установившихся вынужденных колебаний ЦС систем с расстройкой по модели сектора

В общем виде система уравнений движения для амплитуд перемещений при гармонических вынужденных колебаниях представляется в виде

$$([K(\alpha)] - \omega^2 \cdot [M(\alpha)] + i \cdot [D(\alpha, \mu)]) \cdot q = [Z(\omega, \alpha)] q = f, \quad (1)$$

где $[K]$, $[M]$ и $[D]$ – матрицы жесткости, масс и демпфирования; $[Z(\omega)]$ – матрица динамической жесткости; μ – коэффициент демпфирования; q – амплитуды перемещений; ω – частота возмущения; f – вектор амплитуд вынужденной силы, а $\alpha = [\alpha_1 \ \dots \ \alpha_N]^T$ – вектор параметров отклонений.

В уравнении (1) целесообразно отдельно выделить компоненты системы со строгой симметрией и те, которые зависят от параметров отклонений

$$q = ([Z_0(\omega)] + [\Delta Z(\omega, \alpha)])^{-1} \cdot f, \quad (2)$$

где $[\Delta Z(\alpha, \omega)]$ – матрица расстройки, которая определяет отклонение системы от циклической симметрии и обращается в ноль вместе с параметрами α .

Как видно из выражения (2), для определения вектора амплитуд перемещений необходимо обращение суммы двух квадратных матриц. Учитывая, что для рассматриваемых задач расстройка существует лишь в локальных областях секторов (в бандажных полках лопаток), ее матрица будет иметь лишь небольшое количество ненулевых элементов. Это обстоятельство дает существенные преимущества к использованию формулы Шермона-Моррисона-Вудбари для обращения суммы матриц [1, 6], т.к. предоставляет возможность свести задачу к обращению матрицы значительно меньшего порядка. Для использования этого подхода необходимо представить матрицу $[\Delta Z]$ в виде произведения двух прямоугольных матриц (3), как приведено ниже

$$[\Delta Z(\omega, \alpha)] = \underbrace{[g]}_{N_s \times N_s} \cdot \underbrace{[v(\alpha)]^T}_{n \times N_s}, \quad (3)$$

где $[g]$ – матрица индексов расстройки (она может, например, определять номера ненулевых столбцов (строк)).

В таком случае обращения суммы матриц можно провести, как это было сделано в работе [1,6],

$$q = q_0 - ([A_0] \cdot [u] \cdot [L]^{-1} \cdot [v]^T) \cdot q_0, \quad (4)$$

$$[L] = ([E] + [v]^T \cdot [Z_0]^{-1} \cdot [g]), \quad (5)$$

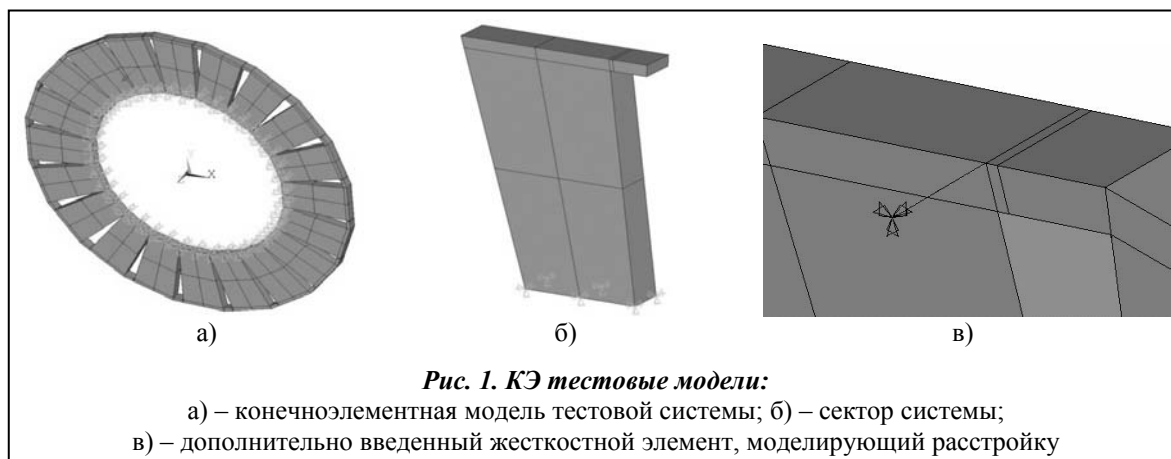
где $[E]$ – единичная матрица; q_0 – вектор амплитуд перемещений (6); $[A_0]$ – матрица динамической податливости ЦС системы

$$q_0 = [Z_0]^{-1} f = [A_0] f. \quad (6)$$

Компоненты матрицы динамической податливости эффективно могут быть определены в виде разложений по собственным формам колебаний модели сектора с наложенными условиями циклической симметрии [7]

$$[A_0] = \begin{bmatrix} [A]_{11} & \dots & [A]_{1N_s} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [A]_{N_s 1} & \dots & [A]_{N_s N_s} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$[A(\omega)]_{jl} = \sum_{k=-N_s/2}^{N_s/2} \sum_{r=1}^m u_r^k \cdot (\bar{u}_r^k)^T \cdot H(i\omega, \mu)_r^{(k)} e^{-i\beta \cdot k \cdot (j-l)}, \quad \beta = 2\pi / N_s, \quad (8)$$



где u_r^k – r -я собственная форма колебаний с индексом цикличности k (количество волн деформаций); $H(i\omega, \mu)$ – передаточная функция; β – угол сектора; N_s – количество секторов в системе, чертой сверху обозначено комплексное сопряжение.

Приведенный подход (4), (5), (7), (8) к решению детерминированной проблемы на вынужденные гармонические колебания системы с расстройкой нуждается в построении лишь динамической расчетной модели одного сектора (одной лопатки) с наложенными граничными условиями ЦС.

Результаты тестовых расчетов

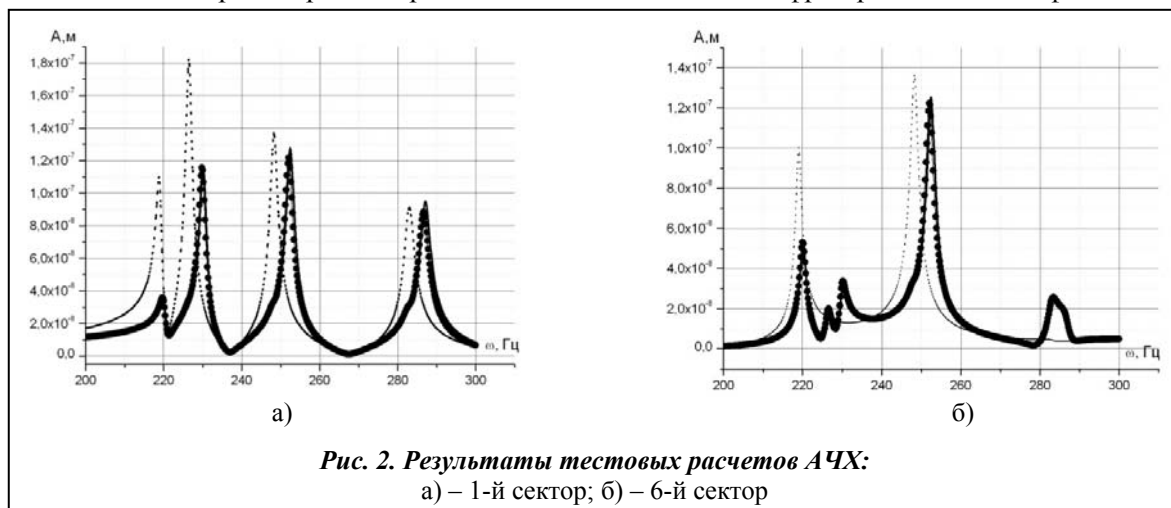
Этот метод был протестирован на КЭ модели малой размерности (рис. 1, а), которая позволяет провести непосредственный анализ по полной модели. Расстройка моделировалась введением сосредоточенного упругого элемента, заданного в один сектор (рис. 1, в).

На рис. 2 представлено: сплошной линией – АЧХ, рассчитанные на основе КЭ модели сектора (рис. 1, в), крупными точками обозначены результаты расчетов по модели сразу всей системы (рис. 1, а), а пунктирной линией – АЧХ ЦС системы.

Сравнение результатов, полученных непосредственным решением и на основе модели сектора, указывает на почти всюду их точное совпадение, что свидетельствует об эффективности приведенной теории.

Исследование колебаний лопаточного аппарата 3-й ступени ЦНД паровой турбины

В работе исследуется лопаточный аппарат 3-й ступени ЦНД паровой турбины К310-23.5 производства ОАО «Турбоатом» (Харьков, Украина). Рабочая лопатка ступени имеет переменный профиль сечения по высоте (предварительно закрученное перо), а также связи в виде трехпорного грибовидного хвостовика и фрезерованной штифтованной



бандажной полки. На рис. 3 приведена КЭ сетка лопатки.

Модель необходимо доопределить крайними условиями (ограничение перемещений на опорные поверхности зубьев хвостовика), условиями циклической симметрии на торцевых поверхностях вставок в бандажной полке, условиями упругого контакта между поверхностями вставки и паза бандажной полки, а также внешней нагрузки в виде поля центробежных сил. Указанные обстоятельства делают задачу нелинейной.

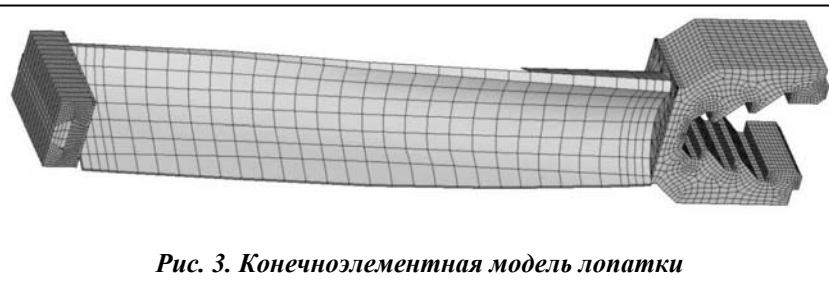


Рис. 3. Конечноэлементная модель лопатки

Вместе с тем существенные статические нагрузки (поле центробежных сил) приводят к перераспределению проектных и монтажных контактирующих областей в соединениях к их рабочим положениям и плотно их замыкают. Таким образом, структурной нелинейности (переменный контакт) в динамических характеристиках лопаточных аппаратов нет. И проблема учета контактного взаимодействия в разъемной бандажной связи сводится к определению реального положения равновесия, вокруг которого будут происходить колебания.

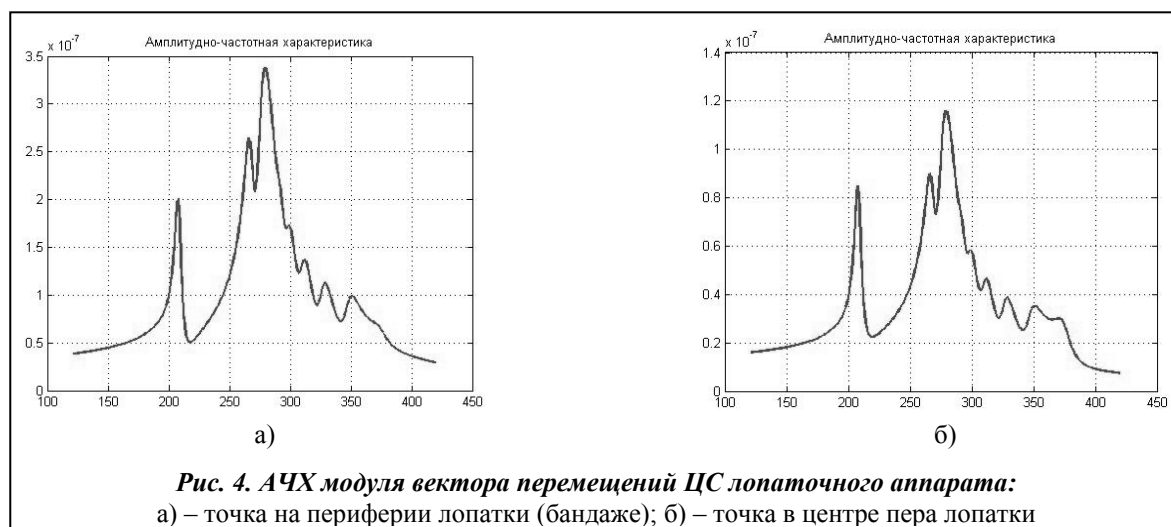
Используя подход, предложенный в работе [8], построена адекватная линейризованная модель путем замены нелинейных условий контакта на кинематические граничные условия совместности перемещений, которые накладываются на узлы, находящиеся в плотном статическом контакте.

Причиной возникновения вынужденных колебаний лопаток этого колеса есть кинематическое возмущение, которое возникает вследствие вибрации ротора турбины. Нагрузка такого типа не ортогональна ни к одной из собственных форм колебаний и может быть сведена к прикладыванию по нормали к поверхности сосредоточенной силы в центральную точку пера лопатки.

Демпфирование задавалось пропорциональным скорости перемещений и матрице жесткости системы. Коэффициент пропорциональности определялся из логарифмического декремента колебаний, который принимался равным 1,5%.

Результаты расчетов АЧХ модуля вектора перемещений циклически симметричного лопаточного аппарата третьей ступени ЦНД для точек, расположенных в центре и на периферии пера, представлены на рис. 4.

Как видно из рисунка, самые большие значения АЧХ наблюдаются на частоте 275 Гц, которая находится между пятой и шестой частотами гармоник нагрузки (кратности рабочей частоты вращения ротора 50 Гц). Однако нужно заметить, что частота вращения



ротора не является четко фиксированной. Так, согласно техническим требованиям в Украине допускается ее варьирование в пределах от 49 до 50,5 Гц. Этот разброс существенно увеличивается с ростом порядка гармоники. Более того, естественно полагать, что реальная эксплуатация на электростанциях сопряжена со значительно большим частотным разбросом. Обобщенные результаты по уровням амплитуд колебаний сведены в таблице.

Уровень вибрации в ЦС лопаточном аппарате третьей ступени ЦНД

Гармоника возмущения	Амплитуда, $A \cdot 10^{-7}$ м	Разброс вынужденных частот, Гц		Частота, Ω , Гц	Амплитуда, $A_2 \cdot 10^{-7}$ м	Приращение амплитуды
3	0,47	-1,+0,5	147-151,5	151,5	0,48	2%
		± 3	141-159	159	0,5	6%
4	0,9	-1,+0,5	196-202	202	1	11%
		± 3	188-212	207 (51,75)	2	50%
5	1,2	-1,+0,5	245-252,5	252,5	1,5	25%
		± 3	235-265	261 (52,2)	2,6	117%
6	1,6	-1,+0,5	296-303	296	2	25%
		± 3	282-318	282 (47)	2,6	62%

В таблице введено обозначение: A – амплитуды устойчивых вынужденных колебаний на номинальной частоте вращения ротора 50 Гц; Ω – частота, на которой могут наблюдаться максимальные амплитуды колебаний, учитывая возможный разброс от номинальной частоты вращения ротора; A_2 – соответствующие значения амплитуд на частоте Ω . В скобках в таблице приведенные значения частоты вращения ротора, на которых будут наблюдаться максимальные амплитуды колебаний (в случае 4-й и 5-й гармоник это резонанс).

Приведенные результаты свидетельствуют о наличии двух опасных режимов работы при завышении частоты вращения ротора приблизительно на 2 Гц или снижении на 3 Гц. В первом случае будут наблюдаться сразу два околорезонансных колебания (на 4-й и 5-й гармониках), которые будут проявляться в суперпозиции, причем каждое из колебаний будет увеличено на 50 и 117% соответственно. Во втором случае будут наблюдаться значительно завышенные амплитуды колебаний на 6-й гармонике на 62%.

Колебаний лопаточного аппарата с расстройкой

В работе рассмотрены предельные случаи отклонений в параметрах бандажной связи, вызванных допуском брака при сборке лопаточного аппарата: 1) случай частичной потери жесткости бандажной связи; 2) случай полного разъединения бандажки.

Описанная расстройка задавалась интегрально – в виде сосредоточенного упругого элемента с отрицательной жесткостью, который был дополнительно введен к вставке бандажной полки в одном секторе.

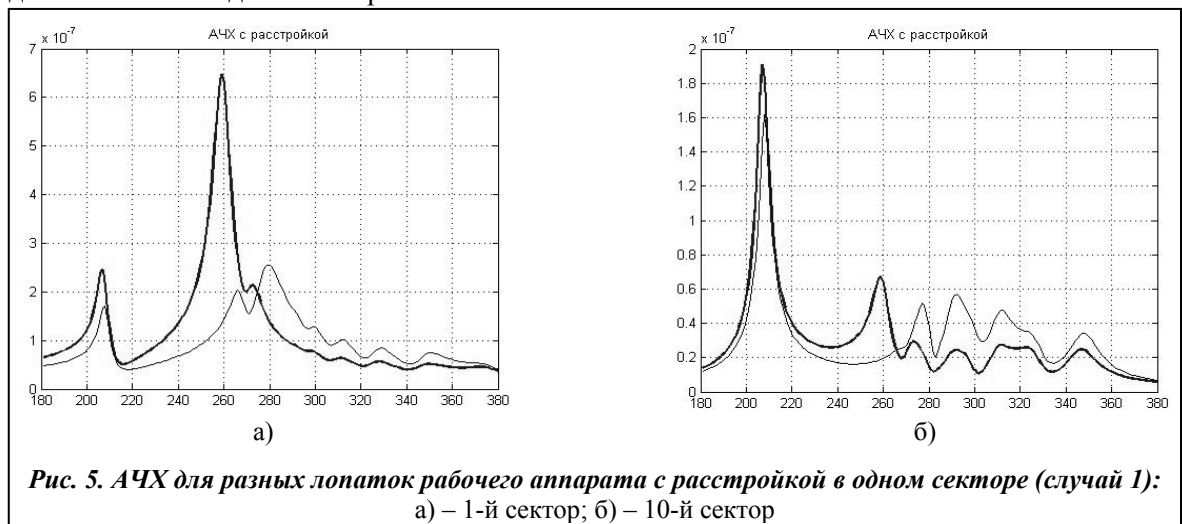
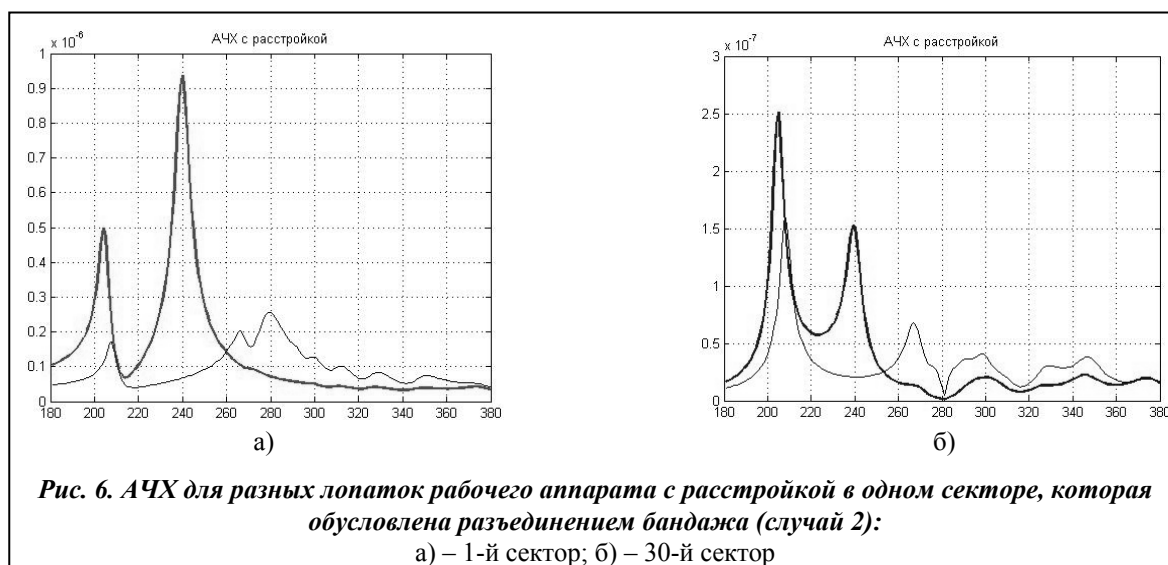


Рис. 5. АЧХ для разных лопаток рабочего аппарата с расстройкой в одном секторе (случай 1): а) – 1-й сектор; б) – 10-й сектор



На рис. 5–6 представлены результаты исследований формирования АЧХ для рассмотренных предельных случаев для разных секторов лопаточного аппарата. На всех рисунках тонкой линией представлено решение, полученное для ЦС аппарата, а толстой – АЧХ системы с расстройкой.

Из приведенных результатов видно, что в системах с сильной расстройкой наблюдается локализация колебательной энергии вокруг первых двух частот спектра. Также очевидна локализация самих этих форм колебаний, особенно во втором случае. Действительно, на рис. 6, а для первого сектора АЧХ имеет существенно большие уровни амплитуд, причем 4-я и 5-я гармоники нагрузки вызовут в системе высокие вибрации, которые по своей интенсивности больше, чем резонансные в ЦС аппарате.

Выводы

В работе рассмотрены методы решения задачи установившихся вынужденных колебаний ЦС систем и систем с расстройкой по модели одного сектора. На их основе проведены исследования по формированию АЧХ с учетом влияния предельных случаев отклонений параметров бандажной полки.

Литература

1. Жовдак Валерій. Розв'язок задачі вимушених випадкових коливань лопаткового апарату з розладом на основі моделі одного сектору / Валерій Жовдак, Олексій Ларін // *Машинознавство*. – Львів: КІНПАТРИ. – 2008. – № 10 (136). – С. 12–16.
2. Ларин А. А. Исследование вынужденных колебаний лопаточных аппаратов со случайной технологической расстройкой по модели одного сектора / А. А. Ларин, В. А. Жовдак // *Вестн. НТУ «ХПИ»*. – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2009. – № 42. – С. 89–99.
3. Колебания бандажированного рабочего колеса ГТД / Ю. С. Воробьев, К. Ю. Дьяконенко, В. Н. Романенко та ін. // *Авіац.-косм. техніка і технологія*. – 2006. – № 8 (34). – С. 87–90.
4. Исследование влияния технологических отклонений в бандажном соединении на спектр собственных частот лопаточного аппарата / В. А. Жовдак, Я. Д. Демуз, А. Ф. Кабанов и др. // *Надійність і довговічність машин і споруд*. – 2006. – Вип. 26. – С. 59–67.
5. Резонансные колебания бандажированных лопаток с различающимися частотами при наличии натяга по полкам / А. П. Зиньковский, А. Я. Адаменко, И. Н. Бусленко и др. // *Пробл. прочности*. – 1994. – № 11. – С. 45–49.
6. A new method for dynamic analysis of mistuned bladed disks based on the exact relationship between tuned and mistuned systems / E. P. Petrov, D. J. Ewins, K. Y. Sanliturk // *Trans. ASME. J. Eng. Gas Turb. and Power*. – 2002. – Vol. 124. – P. 586–597.

7. Жовдак В. А. Статистическая динамика рабочих колес турбомашин с технологической расстройкой / В. А. Жовдак, А. А. Ларин, А. Ф. Кабанов // Пробл. прочности. – 2008. – № 5 (395). – С. 105–113
8. Жовдак В. О. Нелінійні коливання пакетів лопаток з роз'ємними з'єднаннями / В. О. Жовдак, А. П. Зінковський, О. С. Степченко, Я. Д. Круглій // Пробл. машиностроения. – 2009. – Т. 12, № 4. – С. 45–53.

Поступила в редакцию
10.02.10

УДК 539.3

Ю. А. Щербакова

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ»
(г. Харьков, E-mail: k405@d4.khai.edu)

АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА ПОД ДЕЙСТВИЕМ КРУГОВОГО ШТАМПА

При помощи обобщенного метода Фурье проведен анализ напряженно-деформированного состояния при осесимметричном вдавливании кругового в плане штампа в трансверсально изотропное полупространство с неподвижным параболоидальным основанием, при отсутствии трения между штампом и полупространством. Задача сведена к системе интегральных уравнений Фредгольма второго рода. Проведен численный анализ распределения напряжений между граничными поверхностями в плоскостях, параллельных границе полупространства. Приведен качественный анализ напряжений в зависимости от геометрических параметров.

За допомогою узагальненого методу Фур'є проведено аналіз напружено-деформованого стану при осесиметричному вдавлюванні кругового в плані штампі у трансверсально ізотропний півпростір з нерухомою параболоїдальною основою за відсутності тертя між штампом та півпростором. Задачу зведено до системи інтегральних рівнянь Фредгольма другого роду. Проведено чисельний аналіз розподілу напружень між граничними поверхнями в площинах, що є паралельними границі півпростору. Наведено якісний аналіз напружень в залежності від геометричних параметрів.

Исследование напряженно-деформированного состояния (НДС) пространственных канонических тел с усложненными физико-механическими свойствами, в частности с трансверсальной изотропией материала тела, является важной частью создания математических моделей композитных материалов. Над этим работали многие авторы, используя различные методы. В работе [1] применяется один из вариантов метода однородных решений, в работах [2–4] – метод разделения переменных. Особенно отметим [4], где методом Фурье построены точные решения уравнений равновесия трансверсально изотропного парабооида вращения. Подчеркнем, что в известной нам научной литературе практически отсутствуют исследования НДС в трансверсально изотропных многосвязных канонических телах, ограниченных координатными поверхностями нескольких криволинейных систем координат. Исключением является работы [5–7], в которых используется обобщенный метод Фурье (ОМФ). В частности, в [7] развит аппарат ОМФ применительно к трансверсально изотропным полупространству и парабооиду вращения. Проведен асимптотический анализ напряжений, создаваемых в трансверсально изотропном полупространстве с неподвижным параболоидальным включением сосредоточенной силой. Заметим, что аппарат ОМФ для различных пар криволинейных координат (но без параболоидальных) в трансверсально изотропном случае был развит в работе [8]. Известные методики численных расчетов малоэффективны в пространственных многосвязных областях со сложной геометрией, особенно в случае некомпактной