

все точки ребер параллелепипеда.

Выводы

Таким образом, в статье предложены необходимые и достаточные условия поиска особых точек простых и сложных R-функций. Особенностью предложенных функций является то, что особые точки R-функций одновременно являются корнями и точками минимума предложенных функций.

Литература

1. Савельев Л. А. AutoCAD 2009 с нуля / Л. А. Савельев, О. В. Бранин, С. А. Сорокин и др. – М.: Лучшие книги, 2009. – 272 с.
2. Каширский В. КОМПАС-3D V10: универсальность, эффективность, надежность / В. Каширский // САПР и графика. – 2008. – № 3. – С. 38-40.
3. Басов К. А. ANSYS и LMS Virtual Lab. Геометрическое моделирование / К. А. Басов. – М.: ДМК Пресс. – 2006. – 240 с.
4. Данкерт Дж. Вычислительная система «COSAR» для исследования трехмерной проблемы прочности методом конечных элементов / Дж. Данкерт, У. Габберт // Сопrotивление материалов и теория сооружений. – 1978. – № 33. – С. 3-9.
5. Абашев О. Комплексный инженерный анализ с использованием семейства программных продуктов COSMOS / О. Абашев // САПР и графика. – 2005. – № 4. – С. 86-93.
6. Боговис В. Е. ЛИРА 9.4. Примеры расчета и проектирования. Учебн. пособие / В. Е. Боговис, Ю. В. Гензерский, Ю. Д. Гераймович и др. – Киев: Факт, 2008. – 280 с.
7. GRUMMP – Generation and Refinement of Unstructured, Mixed-Element Meshes in Parallel. [Электронный ресурс] : – <http://tetra.mech.ubc.ca/GRUMMP>.
8. Shewchuk J. Delaunay Refinement Algorithms for Triangular Mesh Generation / J. Shewchuk // Computational Geometry: Theory and Appl. – 2002. – № 22 (1-3). – P. 21-74.
9. Кравченко В. Ф. Алгебра логики, атомарные функции и вейвлеты в физических приложениях / В. Ф. Кравченко, В. Л. Рвачев. – М.: Физматлит, 2006. – 416 с.
10. Рвачев В. Л. Алгебра логики и интегральные преобразования в краевых задачах / В. Л. Рвачев, А. П. Слесаренко. – Киев: Наук. думка, 1976. – 287 с.
11. Рвачев В. Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения / В. Л. Рвачев. – Киев: Наук. думка, 1982. – 552 с.
12. Рвачев В. Л. Введение в теорию R-функций / В. Л. Рвачев, Т. И. Шейко // Пробл. машиностроения. – 2001. – Т. 4, № 1-2. – С. 46-58.
13. Farin G. Handbook of computer-aided geometric design / G. Farin, J. Hoschek, M.-S. Kim. – Amsterdam: Elsevier Science B. V., 2002. — 799 p.

Поступила в редакцию
14.10.10

УДК 681.3

Ш. А. Назиров, д-р физ.-мат. наук

Ф. М. Нуралиев, канд. физ.-мат. наук

Институт математики и информационных технологий

АН Республики Узбекистан

(Узбекистан, г. Ташкент, E-mail: shnazirov@mail.ru)

АЛГОРИТМИЗАЦИЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МАГНИТОУПРУГОСТИ ТОНКИХ ТЕЛ МЕТОДОМ R-ФУНКЦИЙ

Приводятся гипотезы магнитоупругости тонких оболочек (пластин), на основе которых выводятся математические модели движения пластин и оболочек в магнитном поле, представленные системой дифференциальных уравнений в частных производных с соответствующими начально-краевыми условиями. Задачи решаются при совместном применении вариационных методов и структурного метода R-функций. Для проведения

вычислительного эксперимента по расчету магнитоупругих пластин и оболочек сложной формы разработаны соответствующие программные средства. Приводятся численные результаты.

Наведено гіпотези магнітопружності тонких оболонок (пластин), на основі яких отримано математичні моделі руху пластин та оболонок в магнітному полі. Ці моделі зображено у вигляді систем диференціальних рівнянь в частинних похідних з відповідними початково-крайовими умовами. Задачі розв'язуються з одночасним використанням варіаційних методів та структурного методу R-функцій. Для проведення обчислювального експерименту з розрахунку магнітопружних пластин та оболонок складної форми розроблено відповідні програмні засоби. Наведено чисельні результати.

Введение

Этапы алгоритмизации решения задач магнитоупругости тонких тел (пластины, оболочки) осуществляются по цепочке с обратной связью: опыт – законы – задачи – математические модели – алгоритмы – программное обеспечение – вычислительный эксперимент [1, 2].

Основные законы и соотношения

Как было отмечено выше, вывод математических моделей магнитоупругости тонких пластин и оболочек основывается на основных законах (уравнениях) и соотношениях линейной теории упругости и электродинамики. Поэтому приведем основные соотношения линейной теории упругости.

Компоненты тензора деформации ε_{ij} через компоненты перемещения u_i представляются следующими соотношениями Коши [3, 4]:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right).$$

Тензор является симметричным.

Для линейно-упругого изотропного тела обобщенный закон Гука – выражение напряжения σ_{ij} через деформацию ε_{ij} – записывается в форме [3, 4]

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + \delta_{ij}\lambda\varepsilon_{kk},$$

где λ , G – постоянные модули упругости, называемые коэффициентами Ламе, представленные через модуль нормальной упругости Юнга E и коэффициент Пуассона ν следующим образом:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}, \quad G = \frac{E}{2(1 + \nu)},$$

где G – модуль сдвига; δ_{ij} – символ Кронекера.

Основные законы электродинамики формулируются в виде уравнений Максвелла. Электромагнитное поле тела характеризуется векторами напряженности электрического и магнитного полей E и H , а также векторами индукции электрического и магнитного полей D и B .

Уравнения электродинамики в области, занимаемой телом, запишем в следующем виде [4–6]:

$$\operatorname{rot} E = -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} H = \frac{4\pi}{c} j + \frac{1}{c} \frac{\partial D}{\partial t}, \quad \operatorname{div} D = 4\pi\rho_e, \quad \operatorname{div} B = 0,$$

где c – электродинамическая постоянная, равная скорости света в пустоте; j – вектор плотности полного электрического поля; ρ_e – объемная плотность электрического заряда.

Уравнения Максвелла для электромагнитного поля для среды (вакуум), окружающей рассматриваемое тело (внешняя область), имеют вид [4–6]

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} E^{(e)} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial H^{(e)}}{\partial t}, & \operatorname{div} H^{(e)} &= 0, \\ \operatorname{rot} H^{(e)} &= \frac{1}{c} \frac{\partial E^{(e)}}{\partial t}, & \operatorname{div} E^{(e)} &= 0. \end{aligned}$$

Отметим, что электромагнитные явления рассматриваются в тонких оболочках и пластинах, ограниченных в пространстве, в частности в полой оболочке, ограниченной по всем трем координатам. На поверхности разрыва отсутствуют поверхностные токи и поверхностные заряды, а также отсутствуют сторонние токи в теле. Граничные условия для электромагнитных полей [4–6]

$$\begin{aligned} B_{n1} &= B_{n2}, & D_{n1} &= D_{n2}, \\ E_{\tau1} - E_{\tau2} &= \frac{1}{c} [(B_1 - B_2) \times v_n]_{\tau} = 0, \\ H_{\tau1} - H_{\tau2} + \frac{1}{c} [(D_1 - D_2) \times v_n]_{\tau} &= 0. \end{aligned}$$

Здесь индексы n означают нормальные компоненты векторов; 1 – область, занимаемая телом; 2 – внешняя область, v_n – вектор скорости перемещения точек поверхности тела.

Математические модели

Рассмотрим изотропную упругую оболочку (пластинку) постоянной толщины $2h$, изготовленную из материала с конечной электропроводностью и находящуюся во внешнем магнитном поле с заданным вектором напряженности. Сторонние токи и заряды отсутствуют, электромагнитное поле в пластинке во времени изменяется не очень быстро. Пусть оболочка отнесена к триортогональной системе координат $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ так, что координатные линии α_1 и α_2 совпадают с линиями кривизны срединной поверхности оболочки.

На основе гипотез магнитоупругости тонких пластин и оболочек, предложенной в работе [4], трехмерная задача магнитоупругости может быть сведена к двухмерной

$$\begin{aligned} u_1 &= (1 + k_1 \alpha_3)u - \frac{\alpha_3}{A_1} \frac{dw}{\partial \alpha_1}, & u_2 &= (1 + k_2 \alpha_3)v - \frac{\alpha_3}{A_2} \frac{\partial w}{\partial \alpha_2}, & u_3 &= w(\alpha_1, \alpha_2, t), \\ e_1 &= \varphi(\alpha_1, \alpha_2, t), & e_2 &= \psi(\alpha_1, \alpha_2, t), & h_3 &= (\alpha_1, \alpha_2, t), \end{aligned}$$

где u_1, u_2, u_3 – перемещения произвольной точки тела; $u = u(\alpha_1, \alpha_2, t), v = v(\alpha_1, \alpha_2, t), w = w(\alpha_1, \alpha_2, t)$, – искомые тангенциальные и нормальное перемещение точек срединной поверхности оболочки (пластинки); φ, ψ – искомые тангенциальные компоненты индуцированного в оболочке (пластинке) электрического поля; f – искомая нормальная компонента индуцированного в оболочке (пластинке) магнитного поля. Здесь $k_1(\alpha_1, \alpha_2), k_2(\alpha_1, \alpha_2)$ – главные кривизны; $A_1(\alpha_1, \alpha_2), A_2(\alpha_1, \alpha_2)$ – коэффициенты первой квадратичной формы являются постоянными. В случае пластинки $k_1 = k_2 = 0, A_1 = A_2 = 1$.

В этих условиях уравнения магнитоупругости тонкой весьма полой оболочки в некотором частном случае получаются в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial \alpha_1^2} + \frac{1-v}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \alpha_2^2} + \frac{1+v}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2} + (k_1 + vk_2) \frac{\partial w}{\partial \alpha_1} &= 0, \\ \frac{\partial^2 v}{\partial \alpha_2^2} + \frac{1-v}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \alpha_1^2} + \frac{1+v}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2} + (k_2 + vk_1) \frac{\partial w}{\partial \alpha_2} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$D \left\{ \Delta^2 w + \frac{3}{h^2} \left[(k_1 + vk_2) \frac{\partial u}{\partial \alpha_1} + (k_2 + vk_1) \frac{\partial v}{\partial \alpha_2} + (k_1^2 + k_2^2 + 2vk_1k_2)w \right] \right\} + \frac{h(\mu - 1)}{4\pi\mu} B_{03}^2 \Delta w = 0.$$

Уравнения магнитоупругости для пластин в некоторых частных случаях упрощаются и становятся вполне обозримыми для решения конкретных задач

$$\begin{aligned}
 D\Delta^2 w + 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = P + \frac{2h^3 \sigma}{3c} & \left(B_{02} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2} - B_{01} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1 \partial x_2} + B_{02} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1 \partial x_2} - B_{01} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2^2} \right) + \\
 + \frac{2h^3 \sigma}{3c^2} \frac{\partial}{\partial t} & \left[\left(\frac{1}{\varepsilon \mu} B_{02}^2 + B_{03}^2 \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + \left(\frac{1}{\varepsilon \mu} B_{01}^2 + B_{03}^2 \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} - \frac{2}{\varepsilon \mu} B_{01} B_{02} \frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2} \right] + \\
 + \frac{2h\sigma}{c} & \left[B_{02} \left(\varphi - \frac{B_{02}}{c} \frac{\partial w}{\partial t} \right) - B_{01} \left(\psi + \frac{B_{01}}{c} \frac{\partial w}{\partial t} \right) \right], \quad \left(\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right), \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta \varphi - \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \frac{4\pi \sigma \mu}{c^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial}{\partial t} & \left[\frac{4\pi \sigma}{c^2} B_{02} \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\varepsilon \mu - 1}{\varepsilon \mu} \left(B_{02} \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} - B_{01} \frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2} - \frac{\varepsilon \mu}{c^2} B_{02} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) \right], \\
 \Delta \psi - \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \frac{4\pi \sigma \mu}{c^2} \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\mu}{c} \frac{\partial}{\partial t} & \left[\frac{4\pi \sigma}{c^2} B_{01} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\varepsilon \mu - 1}{\varepsilon \mu} \left(B_{02} \frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2} - B_{01} \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} + \frac{\varepsilon \mu}{c^2} B_{01} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) \right].
 \end{aligned}$$

Уравнения магнитоупругости (1), (2) решаются при заданных начальных и соответствующих граничных условиях (в зависимости от способов закрепления краев):

1. Жестко защемленный край

$$\begin{aligned}
 u = v = w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x_1} = 0, \quad \varphi = 0, \quad \psi = 0, \\
 u = v = w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x_2} = 0, \quad \varphi = 0, \quad \psi = 0.
 \end{aligned} \quad (3)$$

2. Шарнирно закрепленный край

$$\begin{aligned}
 u = v = w = 0, \quad \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} \right) = 0, \quad \varphi = 0, \quad \psi = 0, \\
 u = v = w = 0, \quad \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} \right) = 0, \quad \varphi = 0, \quad \psi = 0.
 \end{aligned} \quad (4)$$

и т. д.

Алгоритмы решения

Рассмотрим методы решения. Отметим, что вычислительный алгоритм базируется на применении вариационного метода Бубнова–Галеркина [7], где при построении последовательности координатных функций применяется структурный метод R-функций [8–11]. Настоящий алгоритм решения задачи магнитоупругости тонких оболочек (пластин) состоит из решения серии взаимосвязанных краевых задач [12].

На первом этапе для определения значений напряженности магнитного поля решается задача магнитостатики, что является неотъемлемой частью уравнения в данной постановке

$$\Delta A = -\frac{4\pi}{c} j_0, \quad B_{01} = \frac{\partial A}{\partial x_2}, \quad B_{02} = \frac{\partial A}{\partial x_1}, \quad B_{03} = A$$

с соответствующими граничными условиями.

В общем случае структура решений с учетом граничных условий (3), (4) и т. д. для уравнений (1), (2), построенная методом R-функций, может быть представлена в виде [8–11]

$$u = U(\varpi, \Phi_1), \quad v = V(\varpi, \Phi_2), \quad w = W(\varpi, \Phi_3),$$

где ϖ – нормализованное уравнение границы области; $\Phi_i = \sum_{j=1}^{N_i} C_j \varphi_j^{(i)}(x, y)$. Здесь C_j – неопределенные компоненты; $\varphi_j^{(i)}(x, y)$ – некоторые полные системы функций (степенные полиномы, тригонометрические полиномы, полиномы Чебышева, Лежандра и т.д.).

После дискретизации по пространственным переменным получаем разрешающее уравнение в виде системы линейных алгебраических уравнений, которую можно решить численными методами, в частности методом Гаусса. Это позволит определить неизвестные коэффициенты структуры решения, после чего вычислить значения для B_{01} , B_{02} и B_{03} и подставить в соответствующие части уравнений (1), (2).

Следующим этапом решения серии взаимосвязанных краевых задач является решение задачи (1) или (2) с соответствующими краевыми условиями. Здесь применяется простой или итерационный алгоритм.

В случае итерационного алгоритма сначала (нулевая итерация) определяются значения w^0 из первого уравнения системы без учета магнитного поля, которые в дальнейшем подставляются в правые части уравнений.

Далее решаются второе и третье уравнения, откуда определяются соответственно значения φ^0 и ψ^0 .

Затем, полученные значения w^{i-1} , φ^{i-1} и ψ^{i-1} подставляются в правые части уравнений, откуда можно определить искомые значения w^i , φ^i и ψ^i , решая каждое уравнение системы. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не выполнится условие $w^i - w^{i-1} < \varepsilon$.

При этом на каждом шаге при применении метода Бубнова–Галеркина совместно с методом R-функций разрешающее уравнение сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений с соответствующими начальными условиями, а в случае статики – к системе линейных алгебраических уравнений.

Для решения разрешающего уравнения применяются соответственно методы Ньюмарка и Гаусса [13].

Программные средства

Как было отмечено выше, неотъемлемой частью алгоритмизации является разработка соответствующего программного обеспечения для проведения вычислительного эксперимента. Опишем программные средства или основные модули для решения классов начально-краевых задач магнитоупругости тонких пластин и оболочек.

В первую группу входят модули, предназначенные для ввода исходной информации о решаемой задаче, например геометрической информации (задание области и т. д.), аналитической (задание частей уравнений, начальных, граничных условий и т. п.).

Вторая группа модулей предназначена для формирования матриц разрешающих уравнений. Они обеспечивают формирование, обработку и хранение различных

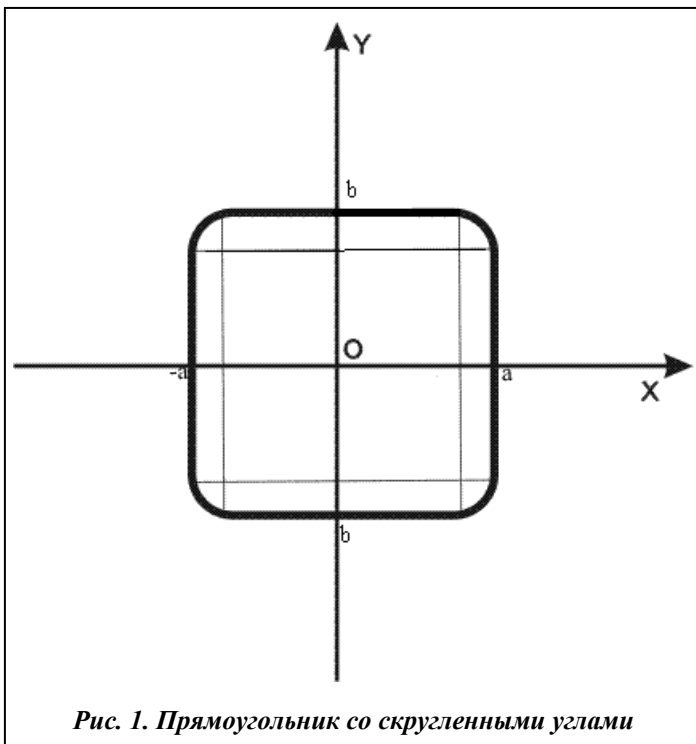
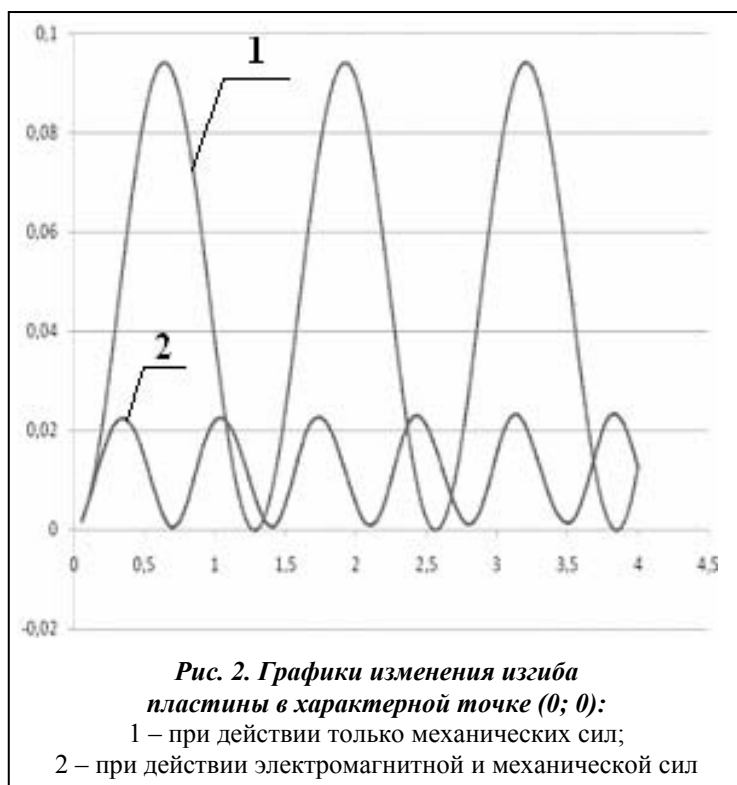


Рис. 1. Прямоугольник со скругленными углами



матриц разрешающих уравнений и векторов правых частей разрешающих уравнений.

Третья группа обеспечивает решение разрешающих уравнений, т. е. систем линейных алгебраических уравнений, систем обыкновенных дифференциальных уравнений, а также проблемы собственных чисел и векторов.

Четвертая группа модулей предназначена для выдачи результатов в удобной для пользователя форме. Результаты могут быть выданы в виде таблиц, графиков, картин линий уровня и т. д.

Следующая (пятая) группа служит формированию структурных формул методом R-функций (структур решений, в зависимости от задаваемых граничных условий).

Одна из важных групп модулей (шестая) реализует конструктивные средства теории R-функций, т. е. R-операции (R-конъюнкция, R-дизъюнкция и т. д.), а также дифференциальные операторы.

Седьмая – модули преобразования геометрической информации в аналитическую, вычисляющие значения функции формирования границ областей и их производных до необходимого порядка.

Восьмая группа реализует методы построения координатных последовательностей с использованием классических полиномов (степенных, Чебышева, тригонометрических и т. д.).

Девятая – это модули для вычисления интегралов, они реализуют кубатурные формулы Гаусса, значения узлов и весов кубатурных формул.

Последняя группа предназначена для реализации вариационных (метод Бубнова-Галеркина) и других методов, вычисления подынтегральных функций.

Данный программный комплекс разработан в среде программирования Delphi. Он может быть дополнен соответствующими программными средствами для решения более широкого круга задач.

Вычислительный эксперимент

Рассматривается пластина в виде прямоугольника со скругленными углами (рис. 1).

Нормализованное уравнение данной области имеет вид [9,10]

$$\omega = (((((f_1 \wedge_0 f_2) \vee_0 (f_3 \wedge_0 f_4)) \vee_0 f_5) \vee_0 f_6) \vee_0 f_7) \vee_0 f_8.$$

$$f_1 = (a^2 - x_1^2)/2a \geq 0; \quad f_2 = (b - r)^2 - x_2^2 \geq 0; \quad f_3 = b^2 - x_2^2 \geq 0;$$

$$f_4 = (a - r)^2 - x_1^2 \geq 0; \quad f_5 = r^2 - (x_1 - (a - r))^2 - (x_2 - (b - r))^2 \geq 0;$$

$$f_6 = r^2 - (x_1 + (a - r))^2 - (x_2 - (b - r))^2 \geq 0;$$

$$f_7 = r^2 - (x_1 + (a - r))^2 - (x_2 + (b - r))^2 \geq 0;$$

$$f_8 = r^2 - (x_1 - (a - r))^2 - (x_2 + (b - r))^2 \geq 0.$$

Для проведения вычислительного эксперимента в качестве исходных данных при решении данной задачи имеем $a = 1$ м, $b = 0,5$ м (стороны прямоугольника); $r = 0,1$ м (радиус скругления углов пластины); $h = 0,01$ м, $E = 7,1 \cdot 10^{11}$ Н/м² (модуль упругости); $\nu = 0,3$ (коэффициент Пуассона); $\mu = 0,001$ Гн/м (магнитная проницаемость); $\sigma = 5,3 \cdot 10^{17}$ (Ом·м)⁻¹ (электропроводность); $\varepsilon = 1$ (диэлектрическая проницаемость); $c = 3 \cdot 10^8$ м/с; $j = 0,01$ А/м², $\rho = 8890$ кг/м³ (плотность меди).

Ниже приведены результаты численных расчетов.

На рис. 2 и 3 представлены графики результатов расчета изменения изгиба (w) пластины при вышеприведенных граничных условиях за время t , изменяющееся от 0 до T с шагом 0,4 с, где $T = 4$ с.

Сравнительный анализ действия только механической силы и влияния как механической, так и электромагнитной сил сводится к следующему: в случае действия электромагнитного поля наблюдается уменьшение значения прогиба.

Заключение

Разработанный алгоритмическо-программный инструментарий позволяет проводить расчеты магнитоупругости пластин и оболочек сложной конфигурации при различных условиях закрепления краев.

Литература

1. Кабулов В. К. Алгоритмизация в механике сплошных сред / В. К. Кабулов. – Ташкент: Фан, 1979. – 304 с.
2. Кабулов В. К. Ал-Хорезми, алгоритм и алгоритмизация / В. К. Кабулов, О. Ф. Файзуллаев, Ш. А. Назиров. – Ташкент: Фан, 2006. – 665 с.
3. Лурье А. И. Теория упругости / А. И. Лурье. – М.: Наука, 1970. – 940 с.
4. Амбарцумян С. А. Магнитоупругость тонких оболочек и пластин / С. А. Амбарцумян, Г. Е. Багдасарян, М. В. Белубекян. – М.: Наука, 1977. – 272 с.
5. Ландау Л. Д. Электродинамика сплошных сред / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М.: Наука, 1982. – 620 с.
6. Тамм И. Е. Основы теории электричества / И. Е. Тамм. – М.: Наука, 1989. – 504 с.
7. Михлин С. Г. Вариационные методы в математической физике / С. Г. Михлин. – М.: Наука, 1970. – 512 с.
8. Рвачев В. Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения / В. Л. Рвачев. – Киев: Наук. думка, 1982. – 552 с.
9. Рвачев В. Л. R-функции в задачах теории пластин / В. Л. Рвачев, Л. В. Курпа. – Киев: Наук. думка, 1973. – 118 с.
10. Курпа Л. В. Применение метода R-функций к решению нелинейных задач теории пологих оболочек / Л. В. Курпа, И. О. Морачковская, А. Н. Склепус // Пробл. машиностроения. – 2001. – Т. 4, № 1–2. – С. 58–77.

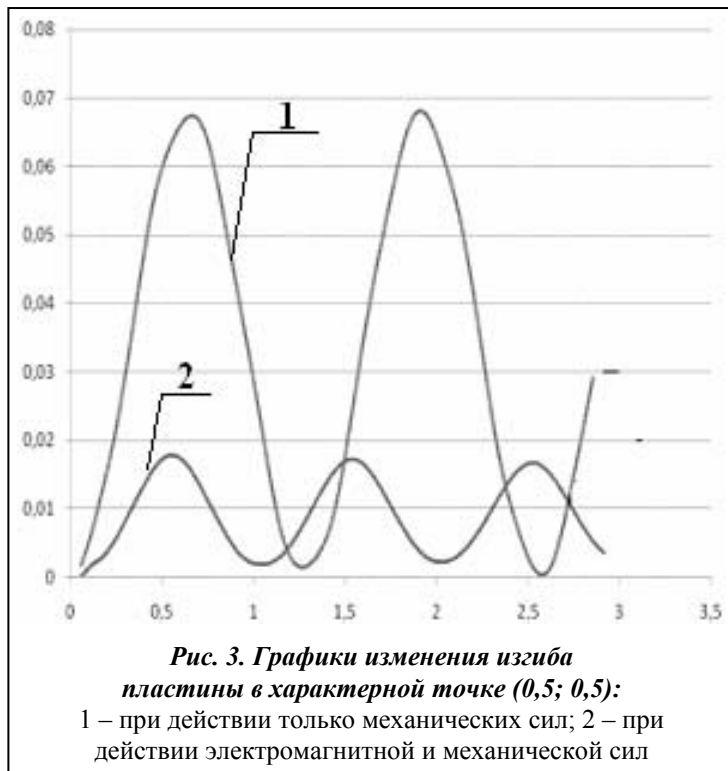


Рис. 3. Графики изменения изгиба пластины в характерной точке (0,5; 0,5):
1 – при действии только механических сил; 2 – при действии электромагнитной и механической сил

11. *Kurpa L. V.* Solution of vibration problems for shallow shells of arbitrary form by the R-functions method / L. V. Kurpa, R. I. Lyubitska, A. V. Shmatko // *J. Sound and Vibration*. – 2005. – № 279. – P. 1071–1084.
12. *Нуралиев Ф. М.* Алгоритм расчета магнитоупругих пологих оболочек методом R-функций / Ф. М. Нуралиев // *Пробл. информатики и энергетики*. – 2007. – № 5–6. – С. 89–93.
13. *Бате К.* Численные метода анализа и метод конечных элементов / К. Бате, Е. Вилсон. – М.: Стройиздат, 1982. – 448 с.

Поступила в редакцию
18.11.10