применяется расчет нормативных значений разбаланса в задачах прогнозирования. Актуальность уменьшения потерь и повышения точности учета расходов газа определяет необходимость продолжения исследований причин разбаланса газа, дальнейшего развития моделей с повышением точности нормирования погрешности расчета баланса газа.

Литература

1. *Ільченко Б. С.* Аналіз та прогнозування похибки розрахунку балансу газу в системі магістральних газопроводів / Б. С. Ільченко, О. О. Прищепо, І. О. Прищепо // Ресурсоенергозбереження у ринкових відносинах: Матеріали XIII міжнарод. конф., 12–16 червня 2006 р. – Київ: ПВП «Задруга», 2006 – С. 135–146.
2. *Определение* предельных допустимых объемов погрешности сведения баланса газа в системе магистральных газопроводов ДК «Укртрансгаз» / И. С. Ивасютяк, А. В. Свечников, И. А. Прищепо, В. В. Инкулис // Совершенствование турбоустановок методами математического и физического моделирования: Харьков: Сб. докл. междунар. науч.-техн. конф. 19–22 сент. 2006 г., [Электронный ресурс]: Сб. докл. – Электрон. дан. – Харьков: Ин-т пробл. машиностроения НАН Украины, 10.06.09. –1 электрон. опт. диск (CD-ROM). Систем. требования: ПК от 486 DX 66 МГц; Windows 95, MS Word 6.0.
3. *Исследование* погрешности сведения баланса газа в системе магистральных газопроводов / Б. С. Ильченко, А. А. Прищепо, И. С. Ивасютяк и др. // Пробл. машиностроения. – 2010. – Т. 13, № 1. – С. 76–79.
4. *Афифи А.* Статистический аналіз / А. Афифи, С. Эйзен. – М.: Мир, 1982. – 488 с.

Поступила в редакцию
06.01.13

УДК 519.6

О. О. Литвин[*], канд. фіз.-мат. наук
Н. І. Штепа[*], канд. фіз.-мат. наук
С. І. Кулик[**], канд. фіз.-мат. наук
О. С. Чорна[*]

[*] Українська інженерно-педагогічна академія
(м. Харків, e-mail: loo71@bk.ru)
[**] Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»
(e-mail: academ_mail@ukr.net)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОДІЛУ КОРИСНИХ КОПАЛИН МІЖ СИСТЕМОЮ НЕРЕГУЛЯРНО РОЗМІЩЕНИХ ПОХИЛИХ СВЕРДЛОВИН МЕТОДАМИ СПЛАЙН-ІНТЕРЛІНАЦІЇ ФУНКЦІЙ

Запропонований метод моделювання просторового розподілу корисних копалин за допомогою сплайн-інтерлінації на системі похилих свердловин, розміщених як в одній площині, так і довільним чином. Досліджуються властивості побудованих математичних моделей, а також перспективи їхнього використання для розвідки корисних копалин. Викладено метод побудови операторів інтерлінації функцій трьох змінних, що узагальнює відомий метод Зламала – наближення функцій двох змінних кусково-поліноміальними функціями на трикутниках розбиття.

Предложен метод моделирования пространственного распределения полезных ископаемых при помощи сплайн-интерлинации функций на системе наклонных скважин, размещенных как в одной плоскости, так и произвольным образом. Исследуются свойства построенных математических моделей, а также перспективы их использования для разведки полезных ископаемых. Изложен метод построения операторов интерлинации *функций трех переменных, что обобщает известный метод Зламала приближения функций двух переменных кусочно-полиномиальными функциями на треугольниках разбиения.*

Вступ

Однією з важливих галузей машинобудування є галузь, що забезпечує видобуток вугілля, нафти, газу тощо. Важливою складовою розвідки корисних копалин та розумної експлуатації розвіданих родовищ є конструювання науково обґрунтованих комплексів, що включають в себе, зокрема, буріння свердловин і аналіз на основі результатів свердловинного буріння запасів корисних копалин родовищ.

В останні десятиліття для підвищення ефективності бурових робіт використовується буріння похилих свердловин [1].

Слід зазначити, що методика дослідження запасів родовищ та прийняття відповідних рекомендацій на основі даних з кернів свердловинного буріння досить детально досліджена в монографії Литвина О. М., Штепи Н. І., Литвина О. О. [2] (див. бібліографію до неї). Але випадок отримання даних з кернів похилих свердловин в указаній монографії та відповідних джерелах в ній не досліджувались. Тому актуальною є задача побудови та дослідження просторових математичних моделей з використанням даних з кернів свердловин як вертикальних, так і похилих. Це твердження ґрунтується на тому, що без математичного опису, який включає геометричні характеристики похилих свердловин, неможливе ефективне конструювання всього машинобудівного комплексу в цілому.

Дана робота є продовженням досліджень роботи авторів [13] і присвячена побудові та дослідженню просторових математичних моделей розподілу корисних копалин між похилими, взагалі кажучи, свердловинами з використанням сплайн-інтерлінації функцій від трьох змінних.

1. Загальна постановка задачі

Будемо вважати похилою свердловиною множину точок такого вигляду $\Gamma_k = \{(x, y, z) : x = X_k(z), y = Y_k(z), -H \le z \le 0\}$, $k = 1, 2, \ldots, M$, де $X_k(z)$, $Y_k(z)$ – не є сталими.

Позначимо через $f(x, y, z)$ функцію розподілу корисних копалин в точці з координатами (x, y, z), які вважатимемо відомими лише в точках вказаної системи свердловин. Тобто вважаємо відомими функції

$$f_k(z) = f(X_k(z), Y_k(z), z), \quad -H \le z \le 0, \quad k = 1, 2, \ldots, M,$$

де функції $f_k(z)$ вважаються отриманими унаслідок аналізу вмісту кернів свердловин у кожній точці на глибині z.

Вважаємо також, що діаметр кожної похилої свердловини дорівнює нулю.

2. Алгоритм побудови операторів сплайн-інтерлінації

Алгоритм викладемо по кроках.

Крок 1. Виконуємо тріангуляцію поверхні: введемо позначення $\mu = (\mu_1, \mu_2, \mu_3)$, $T_\mu = T_\mu(z)$ – трикутник на глибині z з вершинами

$$P_k(X_k(z), Y_k(z)), \quad k = \mu_1, \mu_2, \mu_3, \quad \mu_1, \mu_2, \mu_3 \in \{1, 2, \ldots, M\},$$

тобто $\overline{T_\mu}(z) = \{(x, y, z) : (x, y) \in T_\mu(z)\}$ є криволінійною призмою.

Крок 2. Будуємо для кожного трикутника $T_\mu(z)$ оператор інтерлінації $O_\mu(x, y, z)$ у вигляді

$$O_\mu(x, y, z) = f_{\mu_1}(z)\left(\frac{\varphi_{\mu_2,\mu_3}(x, y, z)}{\Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu_3}(z)}\right) + f_{\mu_2}(z)\left(\frac{\varphi_{\mu_1,\mu_3}(x, y, z)}{\Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu_3}(z)}\right) + f_{\mu_3}(z)\left(\frac{\varphi_{\mu_1,\mu_2}(x, y, z)}{\Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu_3}(z)}\right),$$

$$\varphi_{p,q}(x,y,z)=\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ X_p(z) & Y_p(z) & 1 \\ X_q(z) & Y_q(z) & 1 \end{vmatrix},$$

$$\Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu_3}(z)=\begin{vmatrix} X_{\mu_1}(z) & Y_{\mu_1}(z) & 1 \\ X_{\mu_2}(z) & Y_{\mu_2}(z) & 1 \\ X_{\mu_3}(z) & Y_{\mu_3}(z) & 1 \end{vmatrix}=\varphi_{\mu_2,\mu_3}(X_{\mu_1}(z),Y_{\mu_1}(z),z).$$

Введемо до розгляду оператор

$$O_M F(x,y,z)=O_\mu f(x,y,z), \qquad (x,y,z)\in T_\mu(z)\times[-H,0], \qquad T_\mu(z)\subset D=\bigcup_\mu T_\mu(z).$$

Нехай Q – кількість криволінійних трикутних призм, відповідних вибраній тріангуляції.

Теорема 1. Оператор $O_\mu(x, y, z)$ має такі властивості:

а) він є оператором інтерлінації функцій трьох змінних $f(x, y, z)$ на системі похилих свердловин Γ_k, $k = 1, 2, \ldots, M$, тобто

$$O_M f(X_p(z), Y_p(z), z) = f(X_p(z), Y_p(z), z) = f_p(z), \quad -H \le z \le 0, \quad p = 1, 2, \ldots, M;$$

б) кожній неперервній функції $f(x, y, z) \in C(D)$ цей оператор ставить у відповідність теж неперервну функцію $O_M f(x, y, z) \in C(D)$:

$$f(x,y,z)\in C\left(\bigcup_\mu T_\mu\times[-H,0]\right), T_\mu(z)\subset D \Rightarrow O_M f(x,y,z)\in C\left(\bigcup_\mu T_\mu\times[-H,0]\right).$$

Доведення. Інтерлінаційні властивості «а» випливають з такої властивості детермінантів: детермінант з двома однаковими рядками дорівнює нулю. Тому якщо $p \in \{\mu_1, \mu_2, \mu_3\}$, то

$$O_M f(X_p(z),Y_p(z),z)=O_\mu(X_p(z),Y_p(z),z)=f_{\mu_1}(z)\frac{\varphi_{\mu_2,\mu_3}(X_p(z),Y_p(z),z)}{\Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu_3}(z)}+$$

$$+f_{\mu_2}(z)\frac{\varphi_{\mu_1,\mu_3}(X_p(z),Y_p(z),z)}{\Delta_{\mu_2,\mu_1,\mu_3}(z)}+f_{\mu_3}(z)\frac{\varphi_{\mu_1,\mu_2}(X_p(z),Y_p(z),z)}{\Delta_{\mu_3,\mu_1,\mu_2}(z)}=f_p(z),$$

$$(x,y)\in T_\mu, \qquad z\in[-H,0], \qquad p\in\{\mu_1,\mu_2,\mu_3\}.$$

Тут враховано, що

$$\varphi_{\mu_2,\mu_3}(X_{\mu_1}(z),Y_{\mu_1}(z),z)=1, \quad \varphi_{\mu_2,\mu_3}(X_{\mu_2}(z),Y_{\mu_2}(z),z)=0, \quad \varphi_{\mu_2,\mu_3}(X_{\mu_3}(z),Y_{\mu_3}(z),z)=0,$$

$$\varphi_{\mu_1,\mu_3}(X_{\mu_2}(z),Y_{\mu_2}(z),z)=1, \quad \varphi_{\mu_1,\mu_3}(X_{\mu_1}(z),Y_{\mu_1}(z),z)=0, \quad \varphi_{\mu_1,\mu_3}(X_{\mu_3}(z),Y_{\mu_3}(z),z)=0,$$

$$\varphi_{\mu_1,\mu_2}(X_{\mu_3}(z),Y_{\mu_3}(z),z)=1, \quad \varphi_{\mu_1,\mu_2}(X_{\mu_1}(z),Y_{\mu_1}(z),z)=0, \quad \varphi_{\mu_1,\mu_2}(X_{\mu_2}(z),Y_{\mu_2}(z),z)=0.$$

Іншими словами, оператор $O_M f(x, y, z)$ є оператором кусково-лінійної інтерполяції за змінними x, y $\forall z \in [-H, 0]$.

Для доведення того, що $O_M f(x, y, z) \in C(D)$, досить зазначити, що функції $O_{p,q,r} f(x, y, z)$ та $O_{p,q,r'} f(x, y, z)$ на спільній криволінійній, взагалі кажучи, грані призм зі свердловинами Γ_q та Γ_p мають однакові сліди, тобто функція $F(x, y, z) = O_M f(x, y, z)$ при переході від тригранної призми з ребрами $\Gamma_p(z)$, $\Gamma_q(z)$, $\Gamma_r(z)$ до тригранної призми з ребрами $\Gamma_p(z)$, $\Gamma_q(z)$, $\Gamma_{r'}(z)$ зберігає неперервність. Те, що у випадку неперервних слідів $f_p(z) \in C[-H, 0]$, $p = 1, 2, \ldots, M$ функції $O_\mu(x, y, z)$ теж будуть неперервними, випливає з формули для операторів $O_\mu f(x, y, z)$ і відомої властивості неперервних функцій: сума неперервних функцій є неперервною функцією.

Теорема 1 доведена.

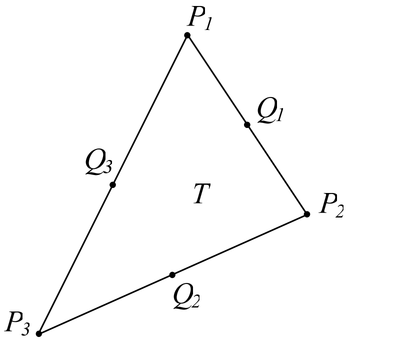

Рис. 1. Вигляд зверху тригранної призми T(z) при фіксованому z з свердловинами на ребрах і посередині граней

3. Математичне моделювання розподілу корисних копалин методом сплайн-інтерлінації функцій

Введемо і дослідимо також оператори сплайн-інтерлінації функцій трьох змінних на системі похилих свердловин $\Gamma_k(z) = \{(x, y, z) : x = X_k(z),\ y = Y_l = \text{const},\ -H \le z \le 0\}$, які нерегулярно розміщені на поверхні $z = 0$, використовуючи кусково-квадратичні наближення за змінними x, y у кожній з трикутних призм.

Введемо M допоміжних функцій $h_k(t) \in C[0, 1]$, $k = 1, 2, \ldots, M$, з властивостями $h_k(0) = 0$, $h_k(1) = 1$, $k = 1, 2, \ldots, M$ та оператори

$$\widetilde{O}_M f(x,y,z) = O_\mu f(x,y,z) = f_{\mu_1}(z) h_{\mu_1}\left(\frac{\varphi_{\mu_2,\mu_3}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu}(z)}\right) +$$

$$+ f_{\mu_2}(z) h_{\mu_2}\left(\frac{\varphi_{\mu_1,\mu_3}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu}(z)}\right) + f_{\mu_3}(z) h_{\mu_3}\left(\frac{\varphi_{\mu_1,\mu_2}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu}(z)}\right),$$

$$(x,y,z) \in T_\mu \subset D, \qquad z \in [-H, 0].$$

Теорема 2. Оператор $\widetilde{O}_M f(x,y,z)$ має такі властивості:

а) він є оператором інтерлінації функцій трьох змінних на всій системі похилих свердловин $\Gamma_k(z)$:

$$O_M f(X_k(z), Y_k(z), z) = f_k(z), \quad -H \le z \le 0, \quad k = 1, 2, \ldots, M;$$

б) $f(x, y, z) \in C(D) \Rightarrow O_M f(x, y, z) \in C(D)$.

Доведення теореми 2 виконується аналогічно доведенню теореми 1 з урахуванням властивостей функцій $\varphi_{p,q}(x, y, z)$ та $h_k(t)$.

Зауваження. Зокрема, якщо $h_k(t) = t$, $\forall k = 1, 2, \ldots, M$ то $\widetilde{O}_M f(x,y,z) = O_M f(x,y,z)$. Якщо $h_k(t) = t^2$, $\forall k = 1, 2, \ldots, M$, то $\widetilde{O}_M f(x,y,z)$ – оператор інтерлінації функцій трьох змінних з кусково-квадратичними допоміжними функціями.

Викладемо метод побудови операторів інтерлінації функцій трьох змінних, що узагальнює відомий метод Зламала – наближення функцій двох змінних кусково-поліноміальними (зокрема, кусково-квадратичними) функціями на трикутниках розбиття.

Нехай $p(x, y, z)$ – довільний поліном другого степеня від двох змінних x, y з коефіцієнтами, що залежать від третьої змінної z:

$p(x, y, z) = \alpha_1(z) + \alpha_2(z)x + \alpha_3(z)y + \alpha_4(z)x^2 + \alpha_5(z)xy + \alpha_6(z)y^2$

і $\Gamma_k(z) = \{(x, y, z) : x = X_k(z),\ y = Y_k(z),\ -H \le z \le 0\}$ – свердловини, які є ребрами трикутної призми $T(z)$, а $Q_i(z)$, $1 \le i \le 3$ – свердловини, що проходять через середини граней трикутної призми паралельно ребрам призми (рис. 1).

Можна довести, що для довільних функцій $a_i(z)$, $b_i(z)$, $1 \le i \le 3$, існує єдиний поліном $p(x, y, z)$ другого степеня наведеного вище вигляду, такий, що

$$p(\Gamma_k) = p(X_k(z), Y_k(z), z) = f_k(z), \quad \forall z \in [-H, 0], \quad k = 1,2,3;$$

$$p(Q_i) = p\left(\frac{X_k(z) + X_{k+1}(z)}{2}, \frac{Y_k(z) + Y_{k+1}(z)}{2}, z\right) = f_{k,k+1}(z)$$

$$\forall z \in [-H, 0], \qquad 1 \le i \le 3; \qquad X_4 = X_1; \qquad Y_4 = Y_1.$$

Тому якщо функція $f(x, y, z)$ неперервна на $T(z)$, то існує єдиний поліном $p(x, y, z)$ за змінними x, y, який має такі інтерлінаційні властивості:

$$p(\Gamma_k) = f_k(z) \quad \forall z \in [-H, 0], \quad 1 \le i \le 3, \tag{1}$$

$$f(Q_j) = p(Q_j) = \widetilde{f}_j(z) \qquad \forall z \in [-H,0], \qquad 1 \le j \le 3 \tag{2}$$

Таким чином, цей поліном $p(x, y, z)$ за змінними x, y збігається з наближуваною функцією $f(x, y, z)$ у всіх точках шести похилих свердловин. Тому він може бути використаний для наближення функції $f(x, y, z)$ в довільній точці вказаної трикутної призми з криволінійними ребрами.

Узагальненням відповідного твердження Зламала на випадок наближення функцій трьох змінних є така теорема.

Теорема 3. Нехай задано довільне розбиття області $D\times[-H, 0]$, $D \subset R^2$, на трикутні області – призми з криволінійними, взагалі кажучи, ребрами

$$\bigcup_{i=1}^{N} T_i \times [-H,0] = D \times [-H,0].$$

Позначимо через $h = \max\limits_{-H \le z \le 0} \{h_k(z)\}$ найбільшу довжину сторін трикутників $T_i(z) \subset D$ і θ – найменший з кутів трикутників T_i. Тоді якщо $f \in C^3(D\times[-H, 0])$ і $s(x, y, z)$– єдина кусково-поліноміальна функція (за змінними x, y), що інтерлінує $f(x, y, z)$ в сенсі (1), (2), то

` $$\exists K > 0 : \| f - s \|_{W_2^1(D)} \le K \frac{h^2}{\sin\theta_0} \left\{ \sup\left\{ \| D^\alpha f \|_{L_\infty(G)} : |\alpha| = 3 \right\} \right\} \forall z \in [-H,0].$$

для довільної тріангуляції з кутом, що задовольняє умову $\theta \ge \theta_0 > 0$, де константа K не залежить від $f(x, y, z)$ і геометрії області D.

Тут

$$\| f - s \|_{W_2^1(G)} = \iint\limits_{D} \left(f(x,y,z) - s(x,y,z) \right)^2 dxdy +$$

$$+ \iint\limits_{D} \left[\left(\frac{\partial}{\partial x} \left(f(x,y,z) - s(x,y,z) \right) \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial y} \left(f(x,y,z) - s(x,y,z) \right) \right)^2 \right] dxdy.$$

Доведення цієї теореми повторює доведення відповідної теореми Зламала для різних фіксованих значень z за умови, що функція $f(x, y, z)$ неперервно залежить від змінної *я* і має $\forall z \in [-H, 0]$ обмежені частинні похідні третього порядку за змінними x, y.

Теорема 3 доведена.

Зазначимо, що, крім того, цей метод допускає також узагальнення на випадок, коли між ребрами трикутної призми розміщені по дві і більше похилих свердловин. У цьому випадку отримаємо кусково-поліноміальну (за змінними x, y) інтерлінацію функцій трьох змінних більш загального типу.

Аналогічні кусково-поліноміальні (за змінними x, y) формули інтерлінації можна побудувати також для розбиття множини точок на поверхні Землі на чотирикутники, тобто для розбиття приповерхневого шару земної кори на чотиригранні призми. Наприклад, для довільних чотирьох точок $P_k(x_k(z), y_k(z))$, $k = 1, 2, 3, 4$, що є вершинами випуклого чотирикутника $G_{1234} = P_1P_2P_3P_4$, оператор інтерлінації функції трьох змінних $f(x, y, z)$ на системі чотирьох похилих свердловин $\Gamma_k(z) = \{(x, y, z) : x = X_k(z), y = Y_k(z), -H \le z \le 0\}$, $k = 1, 2, 3, 4$ може бути записаний у вигляді

$$O_{1234}f(x,y,z)=\gamma_1(z)\frac{\varphi_{23}(x,y,z)\varphi_{34}(x,y,z)}{\varphi_{23}(X_1(z),Y_1(z),z)\varphi_{34}(X_1(z),Y_1(z),z)}+$$

$$+\gamma_2(z)\frac{\varphi_{14}(x,y,z)\varphi_{34}(x,y,z)}{\varphi_{14}(X_2(z),Y_2(z),z)\varphi_{34}(X_1(z),Y_1(z),z)}+\gamma_3(z)\frac{\varphi_{12}(x,y,z)\varphi_{14}(x,y,z)}{\varphi_{12}(X_3(z),Y_3(z),z)\varphi_{14}(X_3(z),Y_3(z),z)}+$$

$$+\gamma_4(z)\frac{\varphi_{12}(x,y,z)\varphi_{23}(x,y,z)}{\varphi_{12}(X_4(z),Y_4(z),z)\varphi_{23}(X_4(z),Y_4(z),z)},$$

$$(x,y)\in G_{1234},z\in[-H,0],\qquad \varphi_{p,q}(x,y,z)=\begin{vmatrix} x & y & 1\\ X_p(z) & Y_p(z) & 1\\ X_q(z) & Y_q(z) & 1\end{vmatrix}.$$

Теорема 4. Оператор $O_{1234}f(x, y, z)$ є оператором інтерлінації функції трьох змінних $f(x, y, z)$ з квадратичними за змінними x, y при фіксованому z допоміжними функціями і має властивості

$$O_{1234}f(X_k(z),\ Y_k(z),\ z)=\gamma_k(z),\quad z\in[-H,\ 0],\quad k=1,\ 2,\ 3,\ 4.$$

Доведення. Перш за все, зазначимо, що функції $\varphi_{p,q}(x,y,z)=\begin{vmatrix} x & y & 1\\ X_p(z) & Y_p(z) & 1\\ X_q(z) & Y_q(z) & 1\end{vmatrix}$ лінійно залежать від змінних x, y. При цьому

$$\varphi_{p,q}(X_p(z),\ Y_p(z),\ z)=0,\quad \varphi_{p,q}(X_q(z),\ Y_q(z),\ z)=0,$$

оскільки детермінант з двома однаковими рядками дорівнює нулю. Таким чином, функції $\varphi_{p,q}(x, y, z)$ дорівнюють нулю на лінії, що з'єднує точки $P_p(X_p(z), Y_p(z), z)$, $P_q(X_q(z), Y_q(z), z)$. Тобто добуток двох таких функцій $\varphi_{p,q}(x, y, z)\varphi_{p,r}(x, y, z)$, $r \neq q$, є поліномом другого степеня (функцією, квадратичною за змінними x, y), який дорівнює нулю у трьох точках – вершинах двох сторін чотирикутника P_pP_q та P_pP_r $p, q, r \in \{1, 2, 3, 4\}$ і не дорівнює нулю у четвертій точці $P_s(X_s(z), Y_s(z), z)$, $s \neq p, q, r$. Це означає, що допоміжна квадратична функція

$$\psi_s(x,y,z)=\frac{\varphi_{pq}(x,y,z)\varphi_{pr}(x,y,z)}{\varphi_{pq}(X_s(z),Y_s(z),z)\varphi_{qr}(X_s(z),Y_s(z),z)}$$

має такі властивості:

$$\psi_s(X_s(z),Y_s(z),z)=1;\qquad \psi_s(X_p(z),Y_p(z),z)=0;$$

$$\psi_s(X_q(z),Y_q(z),z)=0;\qquad \psi_s(X_r(z),Y_r(z),z)=0.$$

З використанням цих властивостей інтерлінаційні властивості $O_{1234}f(X_k(z), Y_k(z), z) = \gamma_k(z)$, $z \in [-H, 0]$, $k = 1, 2, 3, 4$ доводяться безпосередньою перевіркою.

Теорема 4 доведена.

Висновки

Таким чином, оператор $\widetilde{O}_M f(x,y,z)$ є оператором інтерлінації функцій трьох змінних на системі похилих свердловин $\Gamma_k(z)$. Кожній неперервній функції $f(x, y, z) \in C(D)$ цей оператор ставить у відповідність теж неперервну функцію $O_Mf(x, y, z) \in C(D)$.

Автори планують створити програмне забезпечення для запропонованих методів та алгоритмів побудови математичних моделей розподілу корисних копалин в корі планети на основі даних з кернів похилих свердловин, а також розробити і дослідити оператори глобальної інтерлінації на системі похилих свердловин.

Література

1. *Калинин А. Г.* Бурение наклонных скважин: Справочник / А. Г. Калинин, Н. А. Григорян, Б. З. Султанов. – М.: Недра, 1990. – 348 с.

2. *Литвин О. М.* Математичне моделювання розподілу корисних копалин методами інтерлінації та інтерфлетації функцій / О. М. Литвин, Н. І. Штепа, О. О. Литвин. – К.: Наук. думка, 2011. – 228 с.
3. *Burrough P. A.* Principles of geographical information systems / P. A. Burrough, R. A. McDonnell. – Oxford University Press, 2006. – 333 p.
4. *Варга Р.* Функциональный анализ и теория аппроксимации в численном анализе Пер. с англ. / Р. Варга. – М.: Мир, 1974. – 126 с.
5. *Литвин О. М.* Математичне моделювання розподілу корисних копалин за допомогою інтерлінації функцій трьох змінних/ О. М. Литвин, Н. І. Штепа // Питання оптимізації обчислень (ПОО-XXXV) : Пр. міжнарод. симпозіуму, Крим, смт. Кацивелі, 24–29 вер. 2009. Т .2. Київ. – 2009. – С. 20–24.
6. *Литвин О. Н.* Интерполирование функцій / О. Н. Литвин: Учеб. пособие. – Киев: УМК ВО. 1988. – 31 с.
7. *Литвин О. М.* Інтерлінація функцій та деякі її застосування / О. М. Литвин. – Харків: Основа, 2002. – 544 с.
8. *Литвин О. М.* Методи обчислень. Додаткові розділи / О. М. Литвин. – К.: Наук. думка, 2005. – 331 с.
9. *Математичне* моделювання розподілу корисних копалин між похилими свердловинами методом поліноміальної сплайн-інтерлінації функції / О. М. Литвин, О. О. Литвин, Н. І. Штепа, О. С. Чорна // Інформатика та системні науки ІСН-2011 : Матеріали ІІ всеукраїн. наук.-практ. конф. 17–19 бер. 2011 / За ред. д. ф-м. н., проф. Ємця О. О. – Полтава: РВВ ПУЄТ, 2011. – 355 с.
10. *Математична* модель просторового розподілу корисних копалин кори землі за допомогою даних з кернів свердловин та інформації про розподіл на поверхні / О. М. Литвин, О. О. Литвин, Н. І. Штепа, О. С. Чорна // Інформатика та системні науки ІСН-2012 : Матеріали ІІІ всеукр. наук.-практ. конф. 1–3 бер. 2012 / За ред. проф. д. ф-м. н., Ємця О. О. – Полтава: РВВ ПУЄТ, 2012. – 179–181 с.
11. *Математичне* моделювання розподілу корисних копалин між похилими свердловинами методом поліноміальної інтерлінації функції / О. М. Литвин, О. О. Литвин, Н. І. Штепа, О. С. Чорна // Питання оптимізації обчислень (ПОО-XXXVII) : Праці міжнародної молодіжної математичної школи – К.: Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України, 2011. – С 94.

Надійшла до редакції
12.12.12