

УДК 519.876.5

Л. М. Заміховський*, д-р техн. наук**Н. І. Іванюк*****В. С. Криштопа****

* Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу
(e-mail: leozam@ukr.net, e-mail: ivanuk1@pochta.ru)

** Київський національний економічний університет ім. Вадима Гетьмана
(e-mail: L.I.Kryshytopa@mail.ru)

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ЗМІНИ ПРОФІЛЯ ЛОПАТЕЙ ГАЗОПЕРЕКАЧУВАЛЬНИХ АГРЕГАТІВ НА ХАРАКТЕР КОЛИВНИХ ПРОЦЕСІВ, ЩО ГЕНЕРУЮТЬСЯ НИМИ

Розглянуто математичні методи моделювання геометрії деформованих профілів лопатей газоперекачувальних агрегатів (ГПА) з метою оцінки впливу зміни геометрії їх профілю в процесі експлуатації на параметри коливних процесів, що генеруються лопатевим апаратом ГПА. Проводиться процедура відтворення геометричних параметрів лопатей з використанням інтерполяційних поліномів Ерміта і рівнянь еліпса та досліджується їх вплив на параметри коливних процесів лопатевого апарата.

Рассмотрены математические методы моделирования геометрии деформированных профилей лопаток газоперекачивающих агрегатов (ГПА) с целью оценки влияния изменения геометрии их профиля в процессе эксплуатации на параметры колебательных процессов, генерируемых лопаточным аппаратом ГПА. Приводится процедура восстановления геометрических параметров лопаток с использованием интерполяционных полиномов Эрмита и уравнений эллипса, а также исследуется их влияние на параметры колебательных процессов лопаточного аппарата.

1. Вступ

Тривала експлуатація газотранспортної системи України, яка характеризується широкою номенклатурою встановлених на магістральних газопроводах газоперекачувальних агрегатів (ГПА), складністю їх конструкцій, значною відмінністю ресурсів окремих складових елементів (вузлів) ГПА, що впливає на надійність їх роботи та приводить до зміни технічного стану окремих елементів і вузлів ГПА, вимагає розробки та широкого впровадження методів і засобів їх діагностування.

Особливого значення при цьому набуває питання діагностування лопатевого апарата ГПА, надійність роботи якого значно впливає на безаварійну роботу ГПА.

2. Аналіз літературних даних і постановка задачі

Наведена в [1] статистика відмов основних деталей ГПА за тривалий період показує, що на лопатевий апарат припадає половина всіх відмов ГПА, а за результатами проведеного в [2] детального аналізу причин і факторів, які обумовлюють виникнення дефектів і відмов лопатевого апарата ГПА, встановлено, що втомні руйнування лопатей, які належать до найбільш розповсюдженого виду дефектів, обумовлені, в основному, дією резонансних коливань; роботою агрегату в режимі помпажу; пульсаціями потоку газу; змінними термічними напруженнями, що виникають при пусках і зупинках агрегату; нерівномірністю температурного поля за камерою згоряння. При цьому зроблено висновок, що при розробці методів діагностування технічного стану лопатевого апарата необхідно орієнтуватися, в першу чергу, на методи, які дозволяють запобігти виникненню втомних руйнувань лопатей. В [3] відмічено, що використання методів вібраційної діагностики, ультразвукового контролю, магнітопо-

рошкової діагностики, кольорової дефектоскопії, вихреструмового методу, методу акустичної емісії та інших для діагностування стану лопатевого апарата ГПА є недостатнім для забезпечення надійності. Це пояснює значний відсоток дефектів, який припадає на частку лопатевого апарата ГПА в процесі експлуатації і вимагає розробки нових методів його діагностування, до яких можна віднести математичні методи розрахунку параметрів дозвукової течії навколо крилових профілів, зокрема метод дискретних вихорів [4], методи інтегральних рівнянь [5, 6].

Оцінка технічного стану лопатевого апарата ГПА полягає у розробці математичних моделей процесу деформування лопаті та її обтікання потоком ідеальної нестисненої рідини [7]. Це дає можливість оцінювати вплив зношування лопаті на її аеродинамічні та вібраційні параметри.

3. Метою статті є проведення аналітичних досліджень впливу зміни профіля лопатей газоперекачувального агрегату на характер процесів, які генеруються ними, що дозволить розробити оперативні й ефективні методи діагностування технічного стану лопатевого апарата ГПА в процесі його експлуатації.

4. Виклад основного матеріалу

Задача оцінки аеродинамічних характеристик розв'язується за методом інтегрального рівняння Фредгольма II роду [6, 7], при цьому визначаються всі аеродинамічні характеристики даного профіля. З профілем лопаті пов'язується система координат, в якій параметричне подання профіля лопаті задається таким чином:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \theta = \cos^2 \frac{\theta}{2} \\ y = f(\theta) \end{cases} \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi. \quad (1)$$

Функція $f(\theta)$ задає геометричну конфігурацію профілю лопаті, вона може бути задана як аналітично (еліпс, фрагменти кола, параболи тощо), так із використанням певних інтерполяційних процедур у тому випадку, коли профіль лопаті задається координатами певного набору точок на поверхні лопаті (θ_i, y_i) . Вибір системи координат у вигляді (1) дає змогу отримати однозначне відображення між кутом θ та точками на поверхні лопаті, що є важливим моментом при чисельному розв'язанні задачі.

Математичний опис профіля лопаті та процесу її коливань залежить від природи реального процесу і складається на основі законів фізики, механіки, аеродинаміки і т. д. Тому перш за все слід достовірно і точно вивчити реальні процеси системи, при цьому

- проаналізувати реальний об'єкт (лопать) і процес його коливання;
- виділити найістотніші риси та властивості;
- визначити змінні, тобто параметри, значення яких описують профіль лопаті і таким чином впливають на основні риси і властивості її геометрії.

При практичних вимірюваннях геометричних параметрів лопатей ГПА встановлено, що конфігурація їх профілів не завжди може бути наближена еліптичною конфігурацією достатньо точно. З цією метою розроблено методику наближення конфігурації реальних профілів із використанням многочленів Ерміта, що дозволило одержати аналітичне подання форми профіля. При цьому вдасться уникнути проблем, пов'язаних із виникненням суттєвих похибок саме при визначенні значень першої та другої похідних вказаної функції, оскільки профіль апроксимується фрагментами еліпсів та многочленом Ерміта із дотриманням умов гладкості функцій та їх перших і других похідних.

Профіль лопаті у перерізі являє собою криловий профіль малої товщини. У пов'язаній з профілем системі координат (рис. 1) будується функція $f(\theta)$, яка задає геометрію функції. Система координат задається аналогічно (1).

Для побудови профіля лопаті слід використати такий підхід: умовно поділити його на IV квадранти з початком координат у центрі профіля, тоді передню кромку, що теоретично можна прийняти у вигляді еліпса, будуватимемо таким чином (рис. 2):

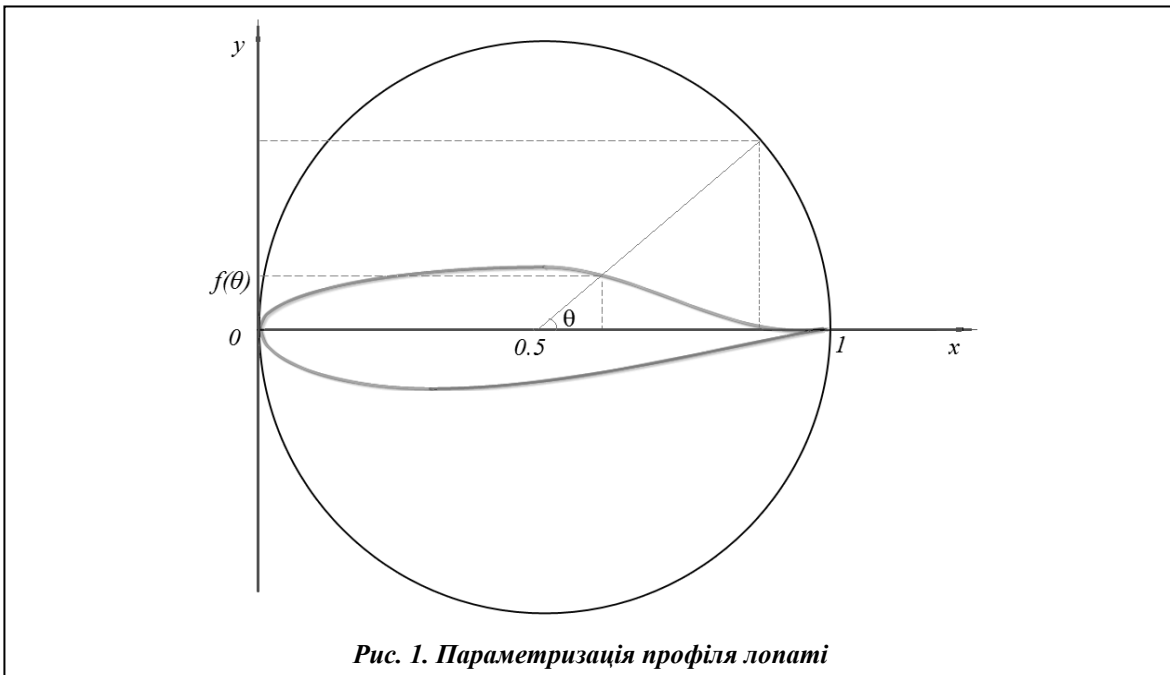


Рис. 1. Параметризація профіля лопаті

- II та III квадранти – як частину еліпса, при чому з різними ексцентриситетами;
- I та IV квадранти профіля – за допомогою інтерполяційного полінома Ерміта.

Такий підхід відтворює профіль лопаті з максимальною точністю. Слід зазначити, що при моделюванні кінця кромки поліномом Ерміта є можливість побудови профіля при різних кутах атаки нестисненою рідиною.

Розглянемо приклад іншої параметризації:

Квадрант II у вигляді ділянки BC. На даній ділянці подання (1) задається у формі

$$\begin{cases} x = \cos^2 \frac{\theta}{2}, & \theta_B \leq \theta \leq \pi, \\ y = f_1(\theta) \end{cases} \quad (2)$$

де

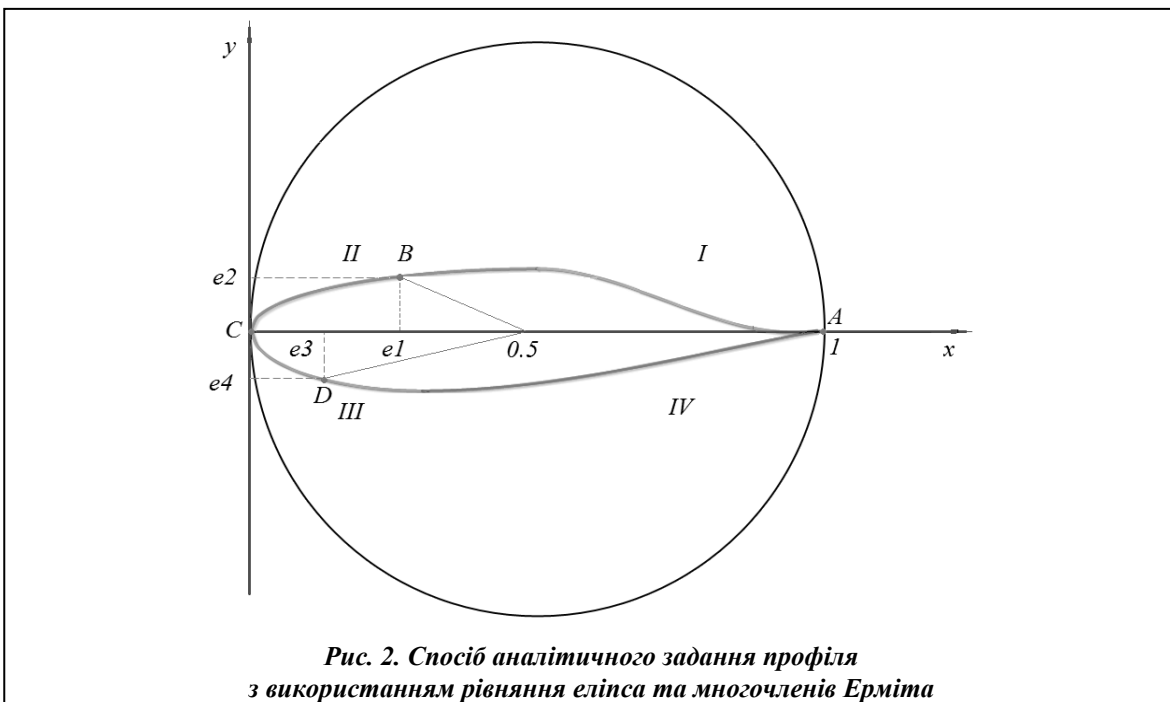


Рис. 2. Спосіб аналітичного задання профіля з використанням рівняння еліпса та многочленів Ерміта

$$f_1(\theta) = f_1(x(\theta)) = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \sqrt{2x\varepsilon_1 - x^2},$$

ε_1 і ε_2 – відповідно велика та мала півосі еліпса

$$\frac{(x - \varepsilon_1)^2}{\varepsilon_1^2} + \frac{y^2}{\varepsilon_2^2} = 1. \quad (3)$$

Знак «+» перед множником $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ означає, що розглядається верхня поверхня еліпса, кут θ_B відповідає точці B .

Сектор III, ділянка CD . У такому випадку подання (1) набуває вигляду

$$\begin{cases} x = \cos^2 \frac{\theta}{2}, \\ y = f_2(\theta) \end{cases} \quad \pi \leq \theta \leq \theta_D, \quad (4)$$

де $f_2(\theta)$ – визначається таким чином:

$$f_2(\theta) = -\frac{\varepsilon_4}{\varepsilon_3} \sqrt{2x\varepsilon_3 - x^2}, \quad (5)$$

знак «-» в (5) означає, що розглядається нижня поверхня профіля лопаті.

Сектор I, ділянка AB . Подання (1) записується у вигляді

$$\begin{cases} x = \cos^2 \frac{\theta}{2}, \\ y = f_3(\theta) \end{cases} \quad 0 \leq \theta \leq \theta_B, \quad (6)$$

де $f_3(\theta)$ – многочлен Ерміта, який будується за такими умовами – в точці B задається величинами

$$\begin{cases} f_3(x_B) = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \cdot \sqrt{2x_B\varepsilon_1 - x_B^2} = y_{1B} \\ f_3'(x_B) = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \cdot \frac{\varepsilon_1 - x_B}{\sqrt{2x_B\varepsilon_1 - x_B^2}} = y_{2B} \\ f_3'' = -\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{(2x_B\varepsilon_1 - x_B^2)^{\frac{3}{2}}} = y_{3B} \\ f_3(x_A) = y_A \end{cases}, \quad (7)$$

де y_A – вертикальна координата точки A . В більшості практичних задач $y_A = 0$. За умовами (7) будуюмо многочлен Ерміта за стандартними характеристиками.

Сектор IV, ділянка DA . На вказаній ділянці подання (1) записується у вигляді

$$\begin{cases} x = \cos^2 \frac{\theta}{2} \\ y = f_4(\theta) \end{cases} \quad \theta_D \leq \theta \leq 2\pi, \quad (8)$$

де $f_4(\theta)$ – многочлен Ерміта, що будується за умовами

$$\begin{cases} f_4(x_D) = -\frac{\varepsilon_4}{\varepsilon_3} \sqrt{2x_D\varepsilon_3 - x_D^2} = y_{1D} \\ f_4'(x_D) = -\frac{\varepsilon_4}{\varepsilon_3} \cdot \frac{\varepsilon_3 - x_D}{\sqrt{2x_D\varepsilon_3 - x_D^2}} = y_{2D} \\ f_4''(x_D) = \frac{\varepsilon_3\varepsilon_4}{(2x_D\varepsilon_3 - x_D^2)^{\frac{3}{2}}} = y_{3D} \\ f_4(x_A) = y_A \end{cases} \quad (9)$$

причому значення y_A в (7) та (9) співпадають.

Таким чином, формулами (2), (4), (6) та (8) повністю задається параметризація профіля. Використовуючи ці формули, можна знайти площу поперечного перерізу профіля лопатки S

$$S = \frac{1}{4} \pi \varepsilon_1 \varepsilon_2 + \frac{1}{4} \pi \varepsilon_3 \varepsilon_4 + \int_{\varepsilon_1}^1 f_3(x) dx + \int_{\varepsilon_3}^1 |f_4(x)| dx.$$

Перший доданок – площа четвертої частини еліпса (3), другий – четвертої частини еліпса (5), третій доданок – інтеграл многочлена третього степеня, четвертий – інтеграл модуля такого многочлена. Всі вказані інтеграли можна взяти точно за поданнями $f_3(x)$ та $f_4(x)$. Дані формули можуть бути використані для підрахунку моментів інерції поперечного перерізу відносно осі Ox та Oy . Для цього використовується формула для моменту інерції відносно осі Ox

$$I_x = \iint_{D_1} y^2 ds.$$

З урахуванням формул (2), (4), (6) та (8), одержуємо

$$I_x = \int_0^1 dx \int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} y^2 dy, \quad (10)$$

де функції $\varphi_1(x)$ та $\varphi_2(x)$ мають вигляд

$$\varphi_1(x) = \begin{cases} f_2(x) & 0 \leq x \leq \varepsilon_3 \\ f_4(x) & \varepsilon_3 \leq x \leq 1, \end{cases}$$

$$\varphi_2(x) = \begin{cases} f_1(x) & 0 \leq x \leq \varepsilon_1 \\ f_3(x) & \varepsilon_1 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

Наприклад, для випадку $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$, формула (10) записується так

$$I_x = \int_0^{\varepsilon_3} dx \int_{f_2(x)}^{f_1(x)} y^2 dy + \int_{\varepsilon_3}^{\varepsilon_1} dx \int_{f_4(x)}^{f_3(x)} y^2 dy + \int_{\varepsilon_1}^1 dx \int_{f_4(x)}^{f_3(x)} y^2 dy.$$

За формулою

$$I_y = \iint_D x^2 ds,$$

обчислюється момент інерції відносно Oy . Розрахунки для інтерполяції даних, обчислення площ та моментів інерції [8, 9] (як правило, для осі Ox) проводяться для профілів лопаток в початковий момент експлуатації та після певного періоду роботи, при цьому необхідно провести зупинку агрегату для оцінки геометричної конфігурації профілів.

Для виведення диференціального рівняння коливань лопатки слід зробити ряд спрощувальних припущень [10]:

- 1) центри тяжіння та центри жорсткості перерізів лопаток збігаються;
- 2) опір пропорційний до першого ступеня швидкості коливань лопатки;
- 3) розміри поперечного перерізу лопаток малі в порівнянні з їх довжиною.

Диференціальне рівняння вимушених коливань лопатки змінного перерізу матиме при цьому вигляд

$$\frac{E}{\rho S l^4} \cdot \frac{\partial^2 \left(I \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} \right)}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + 2h \frac{\partial y}{\partial t} = \Phi(\xi, t), \quad (11)$$

де E – модуль пружності матеріалу, з якого виготовлено лопать; S – площа поперечного перерізу; l – висота лопаті; I – мінімальний момент інерції поперечного перерізу; y – відстань по осі ординат; $\xi = \frac{x}{l}$ – відносна координата по осі абсцис, що збігається з віссю лопаті $0 \leq \xi \leq 1$; ρ – густина матеріалу лопаті; x – відстань по осі абсцис від початку координат, що збігається з кореневим перерізом лопаті; $2hrs \frac{\partial y}{\partial t}$ інтенсивність сил опору; h – коефіцієнт затухання, $2p = c$ – інтенсивність зовнішнього навантаження.

У початковий момент лопать деформована і має певну швидкість коливань, тобто при $t = 0$ дорівнює

$$y = a(\xi), \quad \frac{dy}{dt} = b(\xi).$$

Граничні умови біля основи лопатки – прогин і кут дорівнюють нулю, тобто при $\xi = 0$ дорівнює

$$y = 0, \quad \frac{dy}{dt} = 0.$$

Граничні ж умови на вершині лопаті залежать від об'єкта дослідження (лопать або пакет). Якщо вершина лопаті вільна, то при $\xi = 1$ дорівнює

$$\frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 y}{\partial \xi^3} = 0.$$

Якщо вершина лопаті обперта, то при $\xi = 1$ дорівнює

$$y = 0, \quad \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} = 0.$$

Якщо вершина лопаті жорстко затиснена, то при $\xi = 1$ дорівнює

$$\frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} = 0, \quad \frac{\partial y}{\partial \xi} = 0.$$

Аналогічно вивчаються коливальні процеси при розгляді лопаті із обпертою вершиною, вільні коливання лопатей з жорстко закріпленою вершиною, вимушені коливання одиничних лопатей. При цьому необхідно враховувати зміну граничних та початкових умов.

Спільним для всіх вказаних випадків є те, що в рівняння коливань входять величини площі та моменту інерції перерізу профілю, що дозволяє проводити дослідження впливу зміни цих характеристик на параметри коливань.

Створено програмне забезпечення та проведено тестові розрахунки, які засвідчують можливість вивчення всіх вказаних процесів коливань та аналізу впливу зміни геометрії профіля на характер коливальних процесів.

Розроблено такі блоки програми, що дозволяє проводити розрахунок параметрів коливань (розв'язки рівнянь процесів типу (11)):

1 – форма для занесення даних/параметрів, що відповідають особливостям конкретної лопаті;

2 – виведення дати, за якої було здійснено занесення даних/параметрів лопаті;

3 – графічне виведення профіля лопаті;

4 – графічне виведення вільних коливань лопаті при 1-му, 2-му, 3-му та 4-му тонах;

5 – графічне виведення вимушених коливань лопаті при 1-му, 2-му, 3-му та 4-му тонах;

6 – виведення технічних показників лопаті;

7 – кнопка для друку вікна програми.

Всього вікон у даному програмному продукті є три:

- перше (головне) відображає всі характеристики та технічні показники першої лопаті;
- друге – ідентичне першому, тільки «відбувається відображення» другої лопаті;
- третє являє собою порівняльну характеристику двох лопатей.

Таким чином, створюється можливість відображення геометрії лопаті до експлуатації та під час неї. Це надасть змогу оцінити зміну технічного стану лопатевого апарата ГПА (величина зношення лопатей) і, відповідно, при критичному його значенні зупинити ГПА та завчасно провести заміну зношеної лопаті, не зупиняючи попередньо агрегат для планової перевірки його стану (тобто проводити профілактичні ремонти за фактичним технічним станом лопатевого апарата).

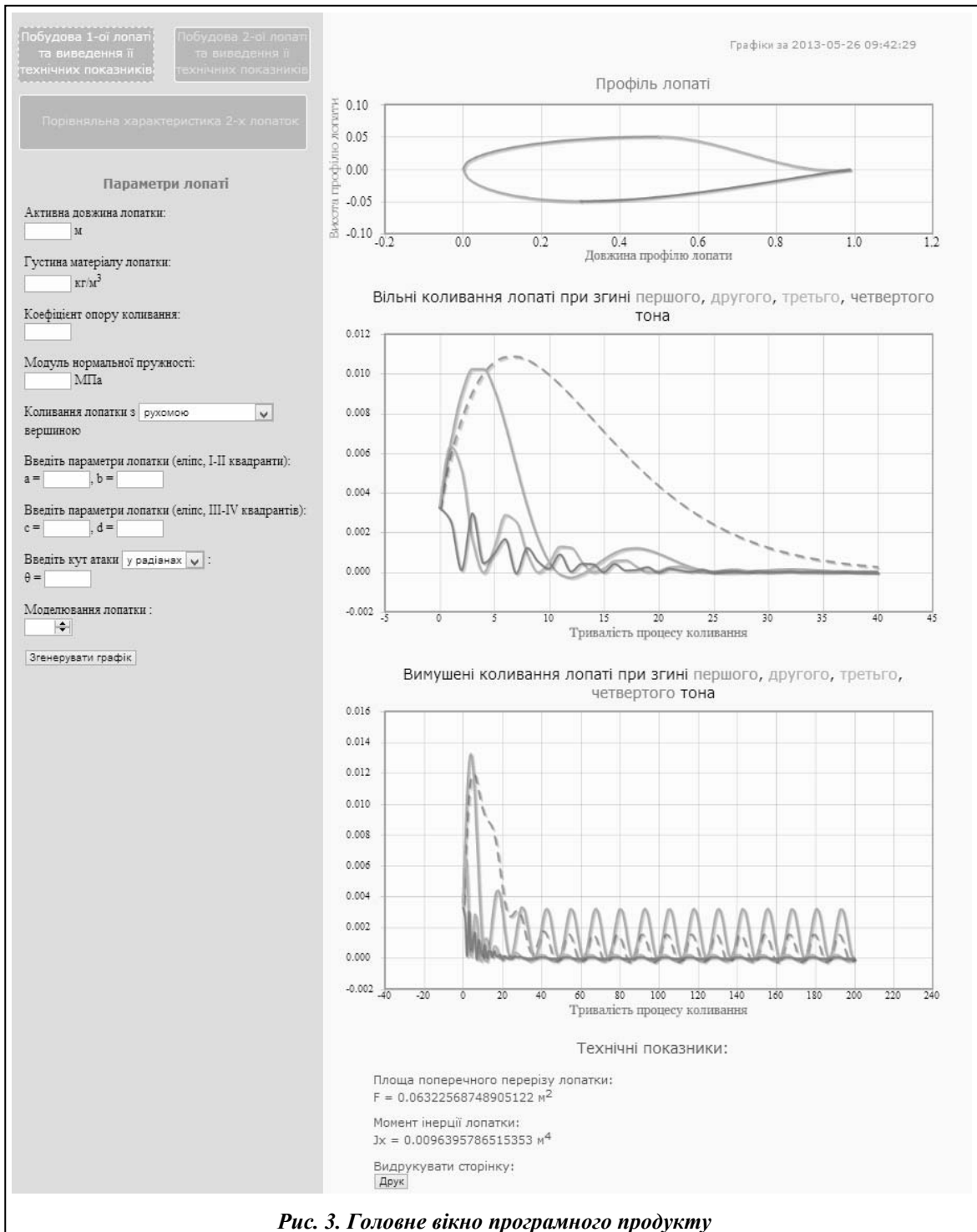


Рис. 3. Головне вікно програмного продукту

Демонстративне подання головного вікна програмного продукту наведено на рис. 3. При аналізі одержаних результатів виникає задача – знаходження похибки відтворення профіля. У даному випадку при використанні полінома Ерміта похибку інтерполяції будемо оцінювати за формулою

$$f(x) - H_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} (x-x_0)^{N_0} (x-x_1)^{N_1} \dots (x-x_n)^{N_n},$$

де $H_L(x)$ – інтерполяційний многочлен Ерміта; $f(x)$ – функція, що описує геометрію лопати (під час експлуатації апарата ГПА); n – степінь многочлена; $N_n - 1$ – порядок похідної.

5. Висновки

У роботі запропоновано методику відтворення профіля лопатей, досліджено різні режими коливальних лопатевого апарата ГПА, а також розроблено відповідне програмне забезпечення.

Даний програмний продукт надає можливість побудови геометрії лопаті ГПА та її коливних процесів (вільні та вимушені), знаходження площ та моментів інерції, від яких залежать вібраційні процеси.

Реалізовано можливість порівняння однієї або кількох лопатей в різні моменти часу. Для проектування даної програми було використано розроблену математичну модель, яка дає змогу відтворити реальну геометрію лопаті ГПА та процес її коливання і на базі якої може бути розроблено метод діагностування технічного стану лопатевого апарата ГПА в процесі його експлуатації.

Література

1. *Вибрационный контроль технического состояния газотурбинных и газоперекачивающих агрегатов* / Ю. Н. Васильев, М. Е. Бесклетный, Е. А. Игуменцов, В. Е. Хризестен. – М.: Недра, 1987. – 197 с.
2. *Заміховський Л.* Причини і фактори, що обумовлюють виникнення дефектів і відмов лопатевого апарату газоперекачувальних агрегатів / Леонід Заміховський, Наталія Іванюк // *Наук. вісті Галлицької академії.* – 2012. – № 1 (20). – С. 57–63.
3. *Іванюк Н. І.* Розробка методики оцінки технічних характеристик лопаток газоперекачувального агрегату методами математичного моделювання // *Сучасні тенденції розвитку інформаційних технологій в науці, світі та економіці: Матеріали VI Всеукраїн. наук.-практ. конф. (Луганськ, 31 травня-1 червня 2012р.)* – Луганськ: Phoenix, 2012. – С. 42–44.
4. *Математическое моделирование плоскопараллельного отрывного обтекания тел* / С. М. Белоцерковский, В. Н. Котовский, М. И. Ништ, Р. М. Федоров. – М.: Наука, 1988. – 232 с.
5. *Шкадов В. Я.* Применение численных методов к расчету аэродинамики элементов летательных аппаратов / В. Я. Шкадов, А. А. Зайцев, А. М. Комаров. – Отчет механико-математического факультета МГУ. – 1983. – № 3. – 87 с.
6. *Флетчер К.* Численные методы на основе метода Галеркина / К. Флетчер. – М.: Мир, 1988. – 352 с.
7. *Іванюк Н. І.* Аналітичні дослідження впливу зміни геометрії лопатей газоперекачувального агрегату на параметри їх коливань та аеродинамічні властивості / Н. І. Іванюк // *Методи та прилади контролю.* – 2012. – № 1 (28). – С. 154–161.
8. *Зорич В. А.* Математический анализ / В. А. Зорич. – М.: Наука, 1984. – Т. 2. – 1084 с.
9. *Самарский А. А.* Численные методы / А. А. Самарский, А. В. Гулин. – М.: Наука, 1989. – 432 с.
10. *Левин А. В.* Внутрипакетные крутильные колебания рабочих лопаток паровых турбин / А. В. Левин, С. С. Шур // *Паротурбостроение и газотурбостроение: Тр. Ленинград. метал. завода.* – Вып. 5. – Л.: Машгиз, 1957. – 352 с.

Надійшла до редакції
12.09.13