В. І. Гаврилюк, А. П. Сафоник, О. А. Фурсачик. – Рівне: Нац. ун-т. водн. госп-ва та природокористування, 2011. – 276 с.
6. *Бомба, А. Я.* Комп'ютерне моделювання процесу освітлення води на прояснювачах із шаром завислого осаду / А.Я. Бомба, В.М. Сівак, А.П. Сафоник // Вісник НУВГП: Зб. наук. пр. – Вип. 4 (40). Ч. 2. – Рівне: НУВГП. – 2007. – С. 365–372.
7. *Запольський, А. К.* Водопостачання, водовідведення та якість води / А. К. Запольський. – К.: Вища шк., 2005. – 671 с.
8. *Cussler, E. L.* Diffusion mass transfer in fluid systems / E. L. Cussler. – Cambridge University Press, 2009. – 631 p.
9. *Numerical* identification of parameters for a strongly degenerate convection-diffusion problem modelling centrifugation of flocculated suspensions / S. Berres, R. Burger, A. Coronel, M. Sep'ulveda // Appl. Numer. Math. – 2005. – № 52. – P. 311–337.
10. *Berres, S.* Modeling and simulations of polydisperse suspensions / S. Berres // Doctoral Thesis, University of Stuttgart, 2006.

Поступила в редакцию 21.06.14

А. В. Горошко,
канд. техн. наук
В. П. Ройзман,
д-р. техн. наук

Хмельницький національний університет,
м. Хмельницький,
e-mail: iftomm@ukr.net

Ключові слова: *допуски, параметричний синтез, працездатність, обернена задача*

УДК 681.5.015.63

ПАРАМЕТРИЧНИЙ СИНТЕЗ ДОПУСКІВ ЯК МНОЖИННА ОБЕРНЕНА ЗАДАЧА ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПРАЦЕЗДАТНОСТІ СКЛАДНИХ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

Розглянутий сучасний стан проблеми параметричного синтезу допусків. Запропоновані формалізація і розв'язання задачі параметричного синтезу допусків як оберненої задачі забезпечення працездатності складних технічних систем з використанням сучасних підходів до розв'язку обернених задач загалом і параметричного синтезу зокрема. Для побудови області працездатності технічної системи запропоновано розв'язувати задачу обґрунтованого вписування поля допусків у вигляді гіперпаралелепіпеда в область працездатності за допомогою критерію вартості. Показано, що для уточнення апроксимації області працездатності полем допусків ефективним є використання нерегулярних сіток та методу параметричного синтезу за критерієм запасу працездатності.

1. Вступ

Будь-яку складну технічну систему можна подати як систему з n вхідними параметрами x_i, $i = 1, 2, \ldots, n$ і m вихідними параметрами Y_i, $i = 1, 2, \ldots, m$. Тоді система характеризується вектором вхідних $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^T$ і вектором вихідних $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, \ldots, Y_m)^T$ параметрів.

Створення будь-якої нової машини, механізму, технологічної, медично-біологічної та інших систем і процесів починається із задання технічних умов на вихідні параметри, які називають *умовами працездатності*. Ці умови виражаються у вигляді номінальних значень вихідних параметрів $\mathbf{Y}_0 = (Y_{01}, Y_{02}, \ldots, Y_{0m})^T$ і допусків на їх значення як

$$Y_{0i} - \delta_i \le Y_{0i} \le Y_{0i} + \delta_i, \quad i = 1, 2, \ldots, m, \tag{1}$$

або лише як нерівності типу

$$[y_i] \le Y_i \le [Y_i], \quad i = 1, 2, \ldots, m. \tag{2}$$

Умови працездатності утворюють область допустимих значень D_y, геометричним відображенням якої у прямокутній декартовій системі координат простору вихідних параметрів $\mathbf{R}^m$ є ортогональний паралелепіпед допусків $D_y = \{y \in \mathbf{R}^m \mid [y_i] \le Y_i \le [Y_i], i = 1, 2, \ldots, m\}$.

Часто обмеження встановлюються і на вхідні параметри системи, наприклад, типу

$$[x_i] \le X_i \le [X_i], \quad i = 1, 2, \ldots, n. \tag{3}$$

Ці допуски в прямокутній декартовій системі координат простору вхідних параметрів $\mathbf{R}^n$ утворюють ортогональний паралелепіпед допусків $B_d = \{x \in \mathbf{R}^n \mid [x_i] \le X_i \le [X_i],\ i = 1, 2, \ldots, n\}$, який ще називають брусом допусків [1].

Далі перед розробниками стоїть задача спроектувати, сконструювати, виготовити і довести об'єкт, який виконує задані функції, щоб його вихідні параметри відповідали б *умовам працездатності*, чим буде забезпечений необхідний рівень якості. Іншими словами, необхідно знайти *область працездатності* $D_x = \{x \in \mathbf{R}^n\}$, тобто множину точок простору вхідних параметрів досліджуваної системи $\mathbf{R}^n$, в яких виконуються *умови працездатності*.

Задача побудови області працездатності, вибору номінальних значень вхідних параметрів $\mathbf{x}_0 = (x_{01}, x_{02}, \ldots, x_{0n})^T$ і допусків на них називається задачею параметричного синтезу [2, 3]. Відомі на сьогодні методи параметричного синтезу, описані, наприклад, в роботах [1–6], для генерування точок простору вхідних параметрів $\mathbf{R}^n$ і перевірці їх належності до області працездатності D_x використовують метод Монте-Карло. Але навіть використовуючи найсучасніші комп'ютери такий підхід викликає значні труднощі через відсутність інформації про закономірності випадкових процесів варіації параметрів і величезний обсяг необхідних при цьому обчислень для розв'язання таких задач зі стохастичними критеріями. Тому на сьогодні розвиток теорії параметричного синтезу ведеться в сторону пошуку методів і алгоритмів зменшення необхідних обчислень, таких, як ефективний вибір розміру сітки представлення області працездатності [1] або розпаралелювання обчислень на багатопроцесорних комп'ютерах [5]. Заслуговує також на увагу метод, розроблений у роботі [7], але його застосування обмежене припущенням про нормальний закон розподілу допусків.

В даній роботі пропонується формалізувати і розв'язати задачу параметричного синтезу допусків як обернену задачу забезпечення працездатності технічних систем. Розв'язання даної складної задачі має здійснюватись з використанням сучасних підходів до розв'язання обернених задач і параметричного синтезу.

2. Постановка задачі параметричного синтезу допусків

Нехай в загальному випадку зв'язок між вихідними і вхідними характеристиками технічної системи задається системою функціональних залежностей

$$Y_i = f(x_1, x_2, \ldots, x_n), \quad i = 1, 2, \ldots, m, \quad x \in \mathbf{R}^n, \quad y \in \mathbf{R}^m. \tag{4}$$

Задача параметричного синтезу полягає у виборі номінальних вхідних параметрів $\mathbf{x}_0 = (x_{01}, x_{02}, \ldots, x_{0n})^T$, які забезпечують максимум імовірності умов працездатності протягом заданого часу

$$\mathbf{x}_0 = \arg\min P\{\mathbf{X}(\mathbf{x}_0, t) \in D_x, \forall t \in [0, T]\}, \tag{5}$$

де $\mathbf{X}(\mathbf{x}_0, t)$ – випадковий процес зміни вхідних параметрів, t – момент часу, T – максимальна тривалість експлуатації технічної системи [1, 5].

Труднощі розв'язання задачі (5) полягають у тому, що закони зміни $\mathbf{X}(\mathbf{x}_0, t)$ невідомі, інформація про область D_x є також невідомою, отже перевірка $\mathbf{X}(\mathbf{x}_0, t) \in D_x$ є неможливою. Тому цю перевірку замінюють на перевірку умов працездатності (2) шляхом обчислення вихідних параметрів (4) по кожному окремо взятому вектору вхідних параметрів [1,5,6]. Для моделювання використовують метод Монте-Карло. В такому вигляді задача є прямою.

В даній роботі ставиться задача визначення області D_x шляхом розв'язання множинної оберненої задачі, тобто необхідно знайти таку область D_x, для якої виконується $\forall x \in D_x$, $\mathbf{Y} = \mathbf{Y}(\mathbf{X})$, $\forall Y \in D_y$. Іншими словами, необхідно знайти область D_x, $x \in \mathbf{R}^n$, яка є відображенням області D_y, $y \in \mathbf{R}^m$. При цьому функціональні залежності типу (4) можуть бути як детермінованими, так і стохастичними. Термін «множинна» обернена задача підкреслює, що її розв'язання передбачає визначення множини значень (області) в просторі вхідних параметрів. Цією обставиною вона відрізняється від традиційно розв'язуваних в багатьох галузях техніки точкових обернених задач, в яких за наперед відомим вектором параметрів на виході визначається лише один вектор первинних факторів чи (або) параметрів.

Початковим етапом розв'язання такої оберненої задачі є створення ефективних математичних моделей з уточненими коефіцієнтами, приведеними до конкретної моделі, і подолання труднощів, пов'язаних із некоректністю оберненої задачі, стохастичністю даних, що підставляються у модель та ін. Відмітимо, що обернене відображення точки $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^m$ в точку $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ не завжди однозначне: одному і тому ж значенню набору вихідних параметрів можуть відповідати декілька різних векторів вхідних параметрів, тому без застосування спеціальних ефективних методів розв'язання обернених задач неможливо отримати достовірні результати. Шляхи вирішення комплексу перелічених проблем і труднощів виходять за межі цієї статті і описані у інших роботах авторів, наприклад у [8, 9].

Встановлені і уточнені залежності між вихідними і вхідними характеристиками (4) об'єкта дозволяють записати систему нерівностей, розв'язання якої і становить основну мету поставленої задачі. Для цього слід вибрати значення $[y_i]$ і $[Y_i]$, $i = 1, 2, \ldots, m$, що регламентують якість роботи об'єкта, або безпосередньо із ТУ, або з міркувань забезпечення тих чи інших властивостей даного об'єкта або його елементів. Крім того, необхідно по можливості із виробничих, фізичних та інших міркувань вказати найширші межі множин можливих значень вхідних параметрів (3). В результаті система функціональних обмежень буде мати вигляд

$$\begin{cases} [y_i] \le f_i(x_1, x_2, ..., x_l) \le [Y_i], & i = 1,2,\ldots,m, \quad y \in \mathbf{R}^m \\ [x_j] \le X_j \le [X_j], & j = 1,2,\ldots,n, \quad x \in \mathbf{R}^n. \end{cases} \tag{6}$$

Для деяких первинних факторів необхідно враховувати такі можливості їх практичної реалізації, як, наприклад, цілочисельність значень. В цьому випадку складають додаткові обмеження типу $x_i = 1, 2, \ldots, L$.

Область працездатності D_x, $D_x \subseteq B_d$ є відображенням у просторі вхідних параметрів $\mathbf{R}^n$ гіперпаралелепіпеда D_y, утвореного умовами працездатності (2), причому D_x має довільну невідому конфігурацію і орієнтацію. Безпосередній пошук всіх точок області D_x викликає неабиякі труднощі. Одним із способів наближеного визначення області D_x є її апроксимація полем допусків K_x, що являє собою гіперпаралелепіпед допусків.

3. Одержання поля допусків у вигляді гіперпаралелепіпеда

Через природність обмеження значень вхідних параметрів досліджуваного об'єкта в загальному випадку двосторонніми межами пропонується розв'язок задачі шукати у вигляді області K_x, утвореної нерівностями типу

$$x_{i\,\min} \le x_i \le x_{i\,\max}, \quad i = 1, 2, \ldots, n. \tag{7}$$

Геометрично це означає вписування в криволінійну область n-вимірного простору вхідних параметрів $\mathbf{R}^n$, що визначається системою нерівностей (3), n-вимірного паралелепіпеда K_x, утвореного (7). Така задача, взагалі кажучи, має неєдиний розв'язок, оскільки таких паралелепіпедів у вказану область може бути вписано незлічення безліч. При цьому кожен такий паралелепіпед може бути повністю визначений заданням номінальної точки $\mathbf{x}_0 = \{x_{10}, x_{20}, \ldots, x_{n0}\}$, яка завідомо лежить у шуканій області, і, в загальному випадку, набором значень нижніх і верхніх відхилень первинних факторів від їх номінальних значень $\Delta = \{\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_{2n}\}$

$$x_{i0} - \delta_{2i-1} \le x_{i0} \le x_{i0} + \delta_{2i-1}, \quad i = 1, 2, \ldots, n.$$

При цьому номінальна точка може лежати всередині або на границі поля допуску, і мають місце співвідношення

$$\begin{cases} \delta_{2i-1} = x_{i0} - [x_i] \\ \delta_{2i} = [x_i] - x_{i0}, & i = 1,2,\ldots,n. \end{cases}$$

В запропонованому методі описана задача ставиться як задача вписування в область D_x гіперпаралелепіпеда K_x, що має максимальний об'єм. Здавалося б, що якщо поле допусків K_x, обмежене об'ємом гіперпаралелепіпеда, утвореного (7), лежить всередині області працездатності D_x, то процес проектування успішно завершений і виріб можна передавати у виробництво. Але оскільки визначені на стадії проектування допуски в подальшому використовуються як критерії відбракування на контрольних операціях при виготовленні виробів, то вони будуть визначати ефективність процесу виробництва. Отримання прийнятних допусків не забезпечує найкращої ефективності процесу виготовлення спроектованого виробу і вимагає оптимізації допусків на вхідні параметри системи. На жаль, на сьогоднішній день відсутні методи розв'язання задач оптимізації допусків, а окремі спроби створення

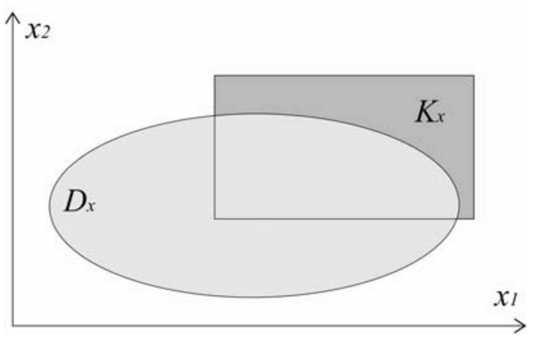

Рис. 1. Утворення втрат при заміні D_x на K_x

таких методів носять частковий характер і не можуть бути використані при проектуванні широкого кола складних об’єктів [4].

В роботі [4] запропонований узагальнений метод оптимізації допусків, що дозволяє при певних умовах обґрунтовано проводити заміну D_x на K_x.

4. Заміна області працездатності на поле допусків

Розглянемо двопараметричний випадок, схематично поданий на рис. 1, де показано дві області: область працездатності D_x і деякий гіперпаралелепіпед K_x, що використовується як критерій для бракування об’єктів з параметрами $\mathbf{x}$. У цьому випадку утворюються два типи областей: $D_x \backslash K_x$ і $K_x \backslash D_x$, що характеризують втрати. Перший тип втрат – це бракування потенційно придатних, оскільки їх характеристики $x \in D_x$, але $x \notin K_x$. Другий тип втрат – це пропуск потенційного браку, оскільки $x \in K_x$, але $x \notin D_x$. Змінюючи границі поля допусків K_x таким чином, щоб зменшити втрати першого типу, ми збільшуємо втрати другого типу, а при зменшенні другого типу втрат – збільшуємо перший. Отже, простий розв’язок задачі як задачі вписування K_x у область D_x не можна визнати задовільним, оскільки навіть незначне збільшення втрат $K_x \backslash D_x$ може суттєво скорочувати втрати $D_x \backslash K_x$ (рис. 2). Тому задачу призначення допусків слід шукати як задачу пошуку компромісу між двома видами втрат [4].

Кількісні характеристики втрат по аналогії з помилками першого і другого роду (пропуск цілі і хибна тривога) можуть бути описані з використанням теорії імовірностей. Оскільки аналітичний опис границі області D_x і функції розподілу густини імовірностей $p(\mathbf{x})$ невідомі, імовірності втрат α і β можуть бути отримані за допомогою методу статистичних випробувань – методу Монте-Карло. Це означає, що набір точок N в просторі $\mathbf{R}^n$ можна розкласифікувати і поставити кожній точці у відповідність ознаку «придатний» чи «непридатний». Оцінка α (імовірність того, що потенційно придатний об’єкт буде відбракований) може бути отримана з виразу $\alpha = N_{D_x \backslash K_x} / N_{D_x}$. Оцінка β (імовірність того, що буде пропущений потенційно непридатний за параметрами об’єкт) може бути визначена як $\beta = N_{K_x \backslash D_x} / N_{K_x}$. Поставивши полю допусків K_x у відповідність α і β, можна сформулювати і розв’язати задачу призначення ефективних допусків [4].

Такий метод має недоліки, пов’язані, по-перше, з необхідністю застосування методу Монте-Карло у всіх досліджуваних областях простору $\mathbf{R}^n$, а, по-друге, з призначенням рівня значущості помилок α і β, який для багатопараметричних моделей не має зрозумілого змісту.

На відміну від цього підходу авторами запропоновано формалізувати і розв’язати задачу обґрунтованого вписування K_x у область D_x за допомогою критерію вартості.

5. Оптимізація допусків за допомогою критерію вартості

Далеко не кожен розв’язок сформульованої задачі може бути практично реалізований через різноманітні конструктивні, технологічні або економічні міркування. Ці міркування можуть бути аналітично сформульовані у вигляді деяких критеріїв оптимальності (цільові функції) економічного, виробничого або іншого змісту. Обрані цільові функції мають містити як аргументи відхилення первинних факторів від їх номінальних значень

$$F_i = F_i(\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_{2l}), \quad i = 1, 2, \ldots, q, \quad F \in \mathbf{R}^q, \quad \delta \in \mathbf{R}^{2n}.$$

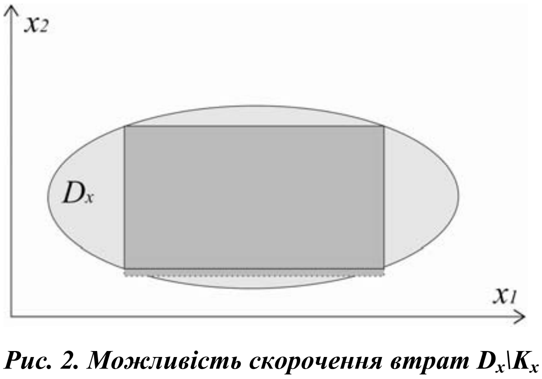

Рис. 2. Можливість скорочення втрат $D_x \backslash K_x$

Очевидно, що зі всіх вказаних раніше паралелепіпедів найбільш прийнятними для практичної реалізації в реальному об’єкті є ті, на які такі критерії можуть бути оптимізовані. Можливі різні критерії оптимізації допусків. Основним з них є мінімізована функція вартості. Неприйнятність такого критерію при розв'язанні більшості практичних задач пояснюється тим, що для його запису необхідно попередньо встановлювати залежність вартості формування кожного з первинних факторів від можливих текучих значень допусків.

З цієї причини пропонується змінити вимогу мінімальної вартості виготовлення виробу в певному сенсі рівносильною вимогою максимізації всіх допусків. В цьому випадку як часткові критерії оптимальності будемо розглядати допуски на значення первинних факторів, взяті зі знаком мінус

$$F_i = -\delta_i \to \min, \quad i = 1, 2, \ldots, 2n, \tag{8}$$

для того, щоб досягти одноманітності при постановці задачі.

Отже, ми звели поставлену задачу забезпечення заданого рівня якості шляхом параметричного синтезу допусків на вхідні параметри системи до задачі багатокритеріальної (векторної) оптимізації, в якій вимагається визначити такі максимальні відхилення вхідних параметрів від заданих номінальних значень, при яких в області (7) виконується система обмежень (6).

Сформулювавши техніко-економічні міркування у вигляді критеріїв оптимальності в загальному випадку вигляду (8), приходимо до необхідності розв'язання задачі багатокритеріальної оптимізації за наявності обмежень (6). Відомо декілька різних підходів до розв'язання таких задач: введення узагальнюючого критерію, функціонально залежного від всіх часткових критеріїв [10]; багатокрокова оптимізація з окремими критеріями на кожному етапі при введенні обмежень на інші критерії [11]; оптимізація з одночасним урахуванням всієї безлічі критеріїв [12]. Будь-який з них може бути використаний в залежності від сутності розв'язуваної практичної задачі, виду цільових функцій і т.д. Конкретний метод оптимізації також вибирається стосовно розв'язуваної задачі із числа невідомих і достатньо детально розроблених алгоритмів. Ці питання не входять в область дослідження даної роботи. Авторами при розв'язанні практичних задач було використано введення одного узагальнюючого критерію оптимальності, що отримується шляхом згортки часткових критеріїв (скаляризація), а задача умовної оптимізації зводилась до задачі безумовної оптимізації методу штрафних функцій. Як метод однокритеріальної безумовної оптимізації був використаний адаптований алгоритм прямого пошуку [13]. При цьому вагові коефіцієнти c_i згортки типу $F = -\sum_{i=1}^{2n} c_i \delta_i \to \min$, що визначаються, наприклад, за методом Сааті [14], мають чіткий зрозумілий зміст.

Не обмежуючи сутності, можна відмітити, що всі алгоритми однокритеріальної безумовної оптимізації при наявності штрафів в цільовій функції зводяться до руху з обмеженим кроком від точки, яка завідомо лежить у шуканій області, за деяким оптимальним з погляду заданого критерію напрямом з постійною перевіркою виконання обмежень і визначень значень функції штрафу. Оскільки в розглянутій задачі аргументами цільової функції є відхилення первинних факторів від їх номінальних значень і перевірку обмежень (2) необхідно здійснювати в областях, визначених цими відхиленнями і заданою номінальною точкою, то такі алгоритми зводяться до побудови областей в просторі первинних факторів, що оптимальним чином розширюються, в яких забезпечується виконання систем обмежень (1) і (2).

Необхідно відмітити, що часто немалі труднощі при реалізації такого алгоритму викликає перевірка виконання обмежень (2) в областях, побудова яких виконується на кожному кроці ітераційного процесу оптимізації. Для такої перевірки поки що не вдається відшукати універсальний прийом, однак можна привести деякі міркування з цього приводу. В тих випадках, коли частинні похідні по всіх координатах x_i, $i = 1, 2, \ldots, n$ правих частин (4) зберігають знак, достатньо перевірити виконання умов (2) в вершинах паралелепіпеда. Якщо ж ці похідні змінюють знаки, то слід спробувати розбити дані області на підобласті, в яких знаки похідних зберігаються. Однак це не завжди можливо здійснити. З цієї причини інколи зручніше залучити один із методів випадкової перевірки на множині, рівномірно розподіленій в області послідовності точок, що використовують для своєї реалізації методи статистичних випробувань, з обчисленням значень правих частин (4) для кожного сполучення випадкових реалізацій первинних факторів.

6. Уточнення допусків модифікованим методом матричних випробувань

Серед існуючих методів побудови області працездатності D_x можна виділити побудову вписаних і описаних гіперпаралелепіпедів, еліпсоїдів [15], а також побудови комбінацій різноманітних фігур, наприклад множини ортогональних паралелепіпедів, які не перетинаються, що отримані шляхом накладання n -вимірної сітки на область пошуку в просторі вхідних параметрів [1].

В основі методу, описаного в роботі [1], лежить ідея матричних випробувань, коли область (3) допустимих значень вхідних параметрів квантується по кожній координатній осі i параметра на l_i однакових відрізків з вибором точки-представника кожного кванта (наприклад, центру), в результаті чого отримують n-вимірну стіку з $R = \prod_{i=1}^{n} l_x$ несумісних ситуацій дискретної зміни параметрів.

Квантування інтервалу допустимих значень кожного параметра розсікає паралелепіпед допусків B_d гіперплощинами, перпендикулярними кожній з осей параметрів. В результаті квантування і формування сітки на паралелепіпеді допусків маємо також множину n -вимірних паралелепіпедів, що не перетинаються: $B_{k_1,k_2,\ldots,k_n}$, k = 1, 2, …, n, а їх об’єднання $B_d = \bigcup_{k_1=1}^{l_1} \bigcup_{k_2=1}^{l_2} \ldots \bigcup_{k_n=1}^{l_n} B_{k_1,k_2,\ldots,k_n}$.

В геометричному центрі кожного такого паралелепіпеда вибирається точка-представник, яка є дискретною реалізацією вектора **x** вхідних параметрів системи. Якщо при значенні вхідних параметрів в точці-представнику паралелепіпеда $B_{k_1,k_2,\ldots,k_n}$ вихідні параметри **y** задовольняють умови працездатності (2), то вважається, що у всіх точках цього паралелепіпеда вихідні параметри задовольняють умови працездатності.

Для зберігання інформації про сіткове подання області працездатності виникають дві пов’язані між собою проблеми, подолання кожної з яких може бути здійснено на шкоду іншій. Однією з основних характеристик наближеного сіткового подання області працездатності, очевидно, є точність наближення. Іншою стороною проблеми є обсяг інформації для зберігання щодо елементів сітки. Отже, потребує розв’язання оптимізаційна задача щодо вибору оптимальних значень розміру сітки.

Один із шляхів подолання цих проблем описаний в роботі [16], де пропонується алгоритм побудови нерегулярної сітки для апроксимації області D_x, що базується на додатковій деталізації елементів регулярної сітки попереднього рівня. Запропонований алгоритм багаторівневої двійкової деталізації виконується спільно з генерацією точок методом Монте-Карло на всій області B_d побудови первинної сітки. Критерієм необхідності деталізації вважається наявність хоча б двох випадкових точок методу Монте-Карло, що потрапили в один термінальний елемент сітки.

В даній роботі пропонується використати метод побудови області працездатності з використанням нерегулярних сіток для уточнення апроксимації області D_x полем допусків у вигляді гіперпаралелепіпеда K_x. Зокрема, після вписування гіперпаралелепіпеда у область D_x необхідно накласти регулярну сітку на його грані і розширюватись, застосовуючи вищеописаний метод нерегулярних сіток. Визначені таким чином додаткові області $D_x \backslash K_x$ допусків разом з областю гіперпаралелепіпеда K_x будуть значно точніше апроксимувати область працездатності D_x.

7. Застосування критеріїв запасу працездатності

В роботі [5] для розв’язання задачі параметричного синтезу у випадку відсутності інформації про стохастичні закономірності варіацій параметрів застосовується критерій запасу працездатності. При цьому розрізняють запас працездатності двох типів. Перший – на рівні вхідних параметрів дозволяє оцінити ступінь віддаленості вектору вхідних параметрів від границь області працездатності, а отже, і межі можливих варіацій параметрів (допусків), при яких не порушуються умови працездатності. Задача оптимального параметричного синтезу в цьому випадку зводиться до пошуку таких точок в середині області працездатності D_x (вибір таких номіналів параметрів), які знаходяться на максимальній в сенсі вибраного критерію відстані від її границь.

Запас працездатності другого типу є мірою віддаленості вектора вихідних параметрів **y** від заданих умовами працездатності границь області D_y. При цьому розв’язання задачі оптимального вибору вхідних параметрів за критерієм запасу працездатності зводиться до пошуку вектора вхідних параметрів, який доставляє мінімум узагальненому показнику

$$\mathbf{x}_0 \arg\min_{\mathbf{x}}[Y\{\mathbf{x}\}], \text{ де } Y(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{m} a_j \left[\frac{2\left(y_j(\mathbf{x}) - \left(y_{j\min} + y_{j\max}\right)/2\right)}{y_{j\max} - y_{j\min}} \right]^{b_j}, \tag{9}$$

де y_j – значення j-ї вихідної характеристики, a_j – додатний ваговий коефіцієнт, b_j – додатне ціле парне число. Значення $Y(\mathbf{x}) \in [-1, 1]$ $\forall \{y_j \in D_y \mid [y_i] \le Y_i \le [Y_i], i = 1, 2, \ldots, m\}$. Показник $Y(\mathbf{x})$ має властивість набувати малі значення в тих випадках, коли всі вихідні обмеження виконані, і різко зростати, якщо хоча б одне обмеження порушено.

Для достатньо складних багатопараметричних систем процес розв'язання оптимізаційної задачі (9) виявляється вкрай трудомістким. Тому на відміну від роботи [5], в даній роботі пропонується застосовувати метод параметричного синтезу за критерієм запасу працездатності для уточнення розв'язків, отриманих після апроксимації D_x гіперпаралелепіпедом K_x. В такій постановці уточненню підлягають лише точки області $D_x \backslash K_x$.

8. Висновки

Основні труднощі відомих методів розв'язання задачі параметричного синтезу пов'язані з генеруванням точок простору вхідних параметрів і перевірці їх належності до області працездатності, відсутністю інформації про закономірності випадкових процесів варіації параметрів і величезним обсягом необхідних при цьому обчислень для розв'язання таких задач зі стохастичними критеріями.

Запропоновано формалізацію і розв'язок задачі параметричного синтезу допусків як оберненої задачі забезпечення працездатності технічних систем. Розв'язання даної складної задачі має здійснюватись з використанням сучасних підходів до розв'язання обернених задач загалом і параметричного синтезу зокрема.

Для побудови області працездатності складної технічної системи запропоновано розв'язувати задачу обґрунтованого вписування поля допусків у вигляді гіперпаралелепіпеда в область працездатності за допомогою критерію вартості. Для уточнення апроксимації області працездатності полем допусків запропоновано використання методу побудови області працездатності з використанням нерегулярних сіток та метод параметричного синтезу за критерієм запасу працездатності.

Література

1. *Назаров, Д. А.* Алгоритм построения области работоспособности с детализированным квантованием области поиска / Д. А. Назаров // Надежность и качество: Тр. междунар. симп. – 2009. – Т. 2. – С. 18–22.
2. *Абрамов, О. В.* Параметрический синтез стохастических систем с учетом требований надежности / О. В. Абрамов. – М.: Наука, 1992. – 176 с.
3. *Антушев, Г. С.* Методы параметрического синтеза сложных технических систем / Г. С. Антушев. – М.: Наука, 1989. – 89 с.
4. *Иншаков, А. Н.* Допусковый анализ при проектировании сложных технических систем [Электронный ресурс] : Наука в образовании: Электронное научное издание / А. Н. Иншаков, С. А. Иншаков // Эл № ФС 77-48211. Государственная регистрация №0421200025. ISSN 1994-0408. Режим доступа к журналу: http://www.technomag.edu.ru/doc/45563.html.
5. *Абрамов, О. В.* Оптимальный параметрический синтез по критерию запаса работоспособности / О. В. Абрамов, Я. В. Катуева, Д. А. Назаров // Пробл. управления. – 2007. – №. 6. – С. 64–69.
6. *Диго, Г. Б.* Поиск оптимальных значений внутренних параметров технической системы по критерию запаса работоспособности / Г. Б. Диго, Н. Б. Диго // Надежность и качество: Тр. междунар. симп. – 2009. – С. 52–54.
7. *Шило, Г. Н.* Расчет нормальных допусков с учетом отклонений коэффициентов внешних воздействий / Г. Н. Шило, Д. А. Коваленко, Н. П. Гапоненко //Технология и конструирование в электрон. аппаратуре. – 2009. – С. 15–18.
8. *Royzman, V.* Multiple inverse problem / V. Royzman, A. Goroshko // J. Vibroengineering. – 2012. – Vol. 14, № 3. – P. 1417–1424.
9. *Methods* for testing and optimizing composite ceramics-compound joints by solving inverse problems of mechanics / A. V. Goroshko, V. P. Royzman, A. Bubulis, K. Juzėnas // J. Vibroengineering. – 2014. – Vol. 16, № 5. – P. 2178–2187.

10. *Богданович, З. П.* Принятие сложных многокритериальных решений в экономических системах / З. П. Богданович, А. И. Юхименко. – К.: АН УССР. Ин-т кибернетики, 1971. – 11 с. – (Препр./АН УССР; Институт кибернетики; № 31).
11. *Гуткин, Л. С.* О синтезе радиосхем по нескольким показателям качества / Л. С. Гуткин. – М.: Радиотехника. – 1972. – № 9. – С. 62–65.
12. *Соболь, И. М.* Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями / И. М. Соболь, Р. Б. Статников. – М.: Наука, 1981. – 110 с.
13. *Создание* программы оптимизации для решения задач нелинейного математического программирования: Отчет по хоз. теме № 615 / ГГУ. Рук И. Н. Калинин. – Горький, 1980. – 100 с.
14. *Saaty, T. L.* A scaling method for priorities in hierarchical structures / T. L. Saaty // J. Math. Psych. – 1977. – Vol. 15, №. 3. – P. 234–281.
15. *Диго, Г. Б.* Использование эллипсоидов для описания области работоспособности / Г. Б. Диго, Н. Б. Диго // Информатика и системы управления. – 2008. – № 1 (15). – С. 22–28.
16. *Назаров, Д. А.* Двоичная многоуровневая детализация элементов сеточного представления области работоспособности / Д. А. Назаров // Надежность и качество: Тр. междунар. симп. – 2010. – Т. 1. – С. 337–341.

Поступила в редакцию 23.08.14