

**А. Б. Мустафаев,**  
канд. физ.-мат. наук  
Институт математики и механики НАН  
Азербайджана  
г. Баку, e-mail:  
azer\_bm@list.ru

УДК 539.375

## ВОЗДЕЙСТВИЕ НА КРИВОЛИНЕЙНУЮ ТРЕЩИНУ С КОНЦЕВЫМИ ПЛАСТИЧЕСКИМИ ЗОНАМИ ТЕРМОУПРУГИМ ПОЛЕМ НАПРЯЖЕНИЙ

*Досліджується вплив теплового джерела на розвиток викривленої тріщини в пластині, що розтягується, з урахуванням пластичних деформацій в кінцевих зонах тріщини. Для гальмування росту криволінійної тріщини на шляху її розвитку в околі обох кінців тріщини за допомогою нагрівання тепловим джерелом областей  $S_1$  та  $S_2$  до температури  $T_0$  створюються зони стискальних напружень. Розглянуто пружнопластичну задачу для необмеженої пластини, ослабленої однією криволінійною тріщиною. Береги тріщини поза кінцевих зон є вільними від зовнішніх навантажень. Розв'язок поставленої задачі отримано методом збурень та шляхом зведення до граничної задачі лінійного спряження. Отримано основні співвідношення, що описують критичну діаграму руйнування пластини.*

**Ключові слова:** криво-лінійна тріщина, температурне поле, кінцеві зони пластичних деформацій, температурні напруження.

### Постановка задачи

Улучшение качества материалов, определяющих надежность и ресурс конструкций и сооружений является актуальной проблемой. При этом важнейшая задача – предупреждение преждевременного выхода из строя этих изделий. Проблема торможения роста трещин имеет важное значение, так как ее решение дает возможность продлить срок эксплуатации, а главное – избежать катастроф, связанных с внезапным разрушением.

Для осуществления торможения существует ряд технологических приемов. Использование температурных полей при торможении роста трещины оправдано легкостью получения и многосторонним характером воздействия на процесс разрушения. Техническая простота получения в протяженном теле любого по величине и распределению температурного и термоупругого полей дает широкие возможности изменения направления роста трещины.

Для многих металлических материалов (стали, алюминиевые сплавы и др.) опытами установлено [1, 2], что в диапазоне изменения температуры до 300–400 °С зависимость термоупругих характеристик слабо меняется с температурой. Следовательно, для всех конструкционных материалов имеется такой диапазон температур, в котором корректно допущение о постоянстве характеристик материала, устанавливаемый на основании зависимости модуля упругости от температуры. Опыты [3] показывают, что при нагреве трассы пути трещины до 70–100 °С наблюдается замедление и торможение трещины. Нагретая зона способствует протеканию пластических деформаций в вершинах трещины. В связи с этим представляет научный и практический интерес изучение воздействия наведенного теплового поля напряжений на развитие криволинейной трещины в растягиваемой пластине с учетом пластических деформаций в концевых зонах трещины.

Рассмотрим неограниченную изотропную пластину, изготовленную из упруго-идеального пластического материала с одной трещиной длиной  $2\ell$  в начале координат (рис. 1).

В реальных материалах из-за структурных и технологических факторов поверхности трещины имеют неровности и искривления. Рассматривается задача механики разрушения о трещине в плоскости, полагая, что контур трещины имеет неровности (малые отклонения от прямолинейной формы). Берега трещины свободны от внешних нагрузок. На бесконечности действует однородное растягивающее напряжение  $\sigma_y^\infty = \sigma_0$ . Для торможения роста трещины на пути ее распространения с помощью нагрева тепловым источником области  $S$  до температуры  $T_0$  создается зона сжимающих напряжений.

Материал пластины будем считать удовлетворяющим условию пластичности Треска–Сен-Венана, согласно которому максимальное касательное напряжение в каждой точке тела не превышает предела текучести на сдвиг  $\tau_s$  ( $2\tau_s = \sigma_s$ ), где  $\sigma_s$  – предел текучести материала на растяжение.

© А. Б. Мустафаев, 2015

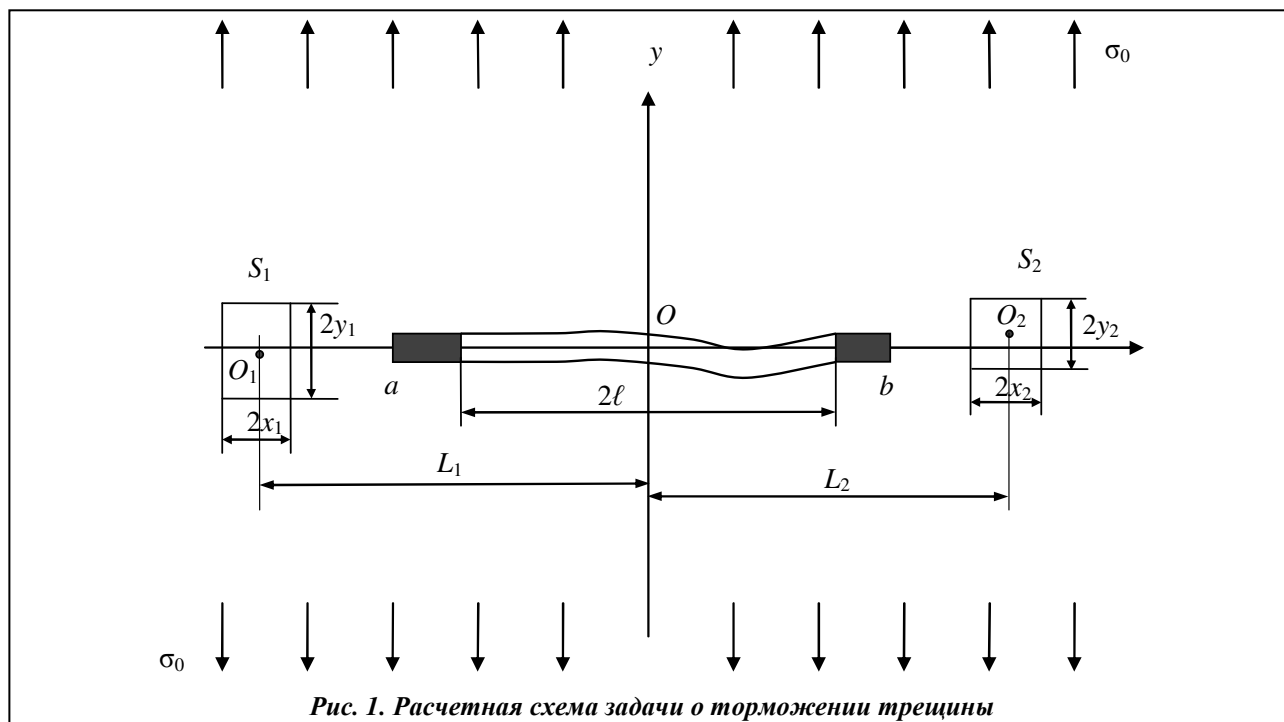


Рис. 1. Расчетная схема задачи о торможении трещины

Исследуемая задача состоит в нахождении напряженного и деформированного состояния листового элемента вне трещины, а также в определении величины критической внешней нагрузки, при достижении которой трещина будет развиваться по сечению пластины.

Принимаем следующие допущения: все упругие характеристики материала пластины не зависят от температуры; металл пластины представляет собой однородное и изотропное тело.

Пусть в момент  $t = 0$  произвольная область  $S = S_1 + S_2$  на пути развития трещины в листовом элементе мгновенно нагревается до постоянной температуры  $T = T_0$ . Остальная часть пластины в начальный момент имеет температуру  $T = 0$ . Под действием внешней растягивающей нагрузки  $\sigma_0$  в кончике трещины будут возникать концевые зоны пластических деформаций.

Рассмотрим задачу о начальном развитии пластических деформаций в конце трещины. В соответствии со схемой Леонова–Панасюка–Дагдейла пластическая область будет представлять собой узкий слой на продолжении трещины. Из опыта хорошо известна общая тенденция к формированию пластических областей на первых стадиях развития в виде узких слоев скольжения, занимающих незначительный объем тела по сравнению с его упругой зоной [4, 5]. Особенно это типично для материалов, обладающих четко выраженной площадкой текучести (для металлов типа мягкой стали, склонных к запаздыванию текучести и обычно лучше описываемых условием Треска–Сен-Венана), а также при наличии напряженного состояния с достаточно большим градиентом напряжений.

Как показывают опыты, пластические зоны будут представлять в таких случаях отрезки некоторой длины  $d_1, d_2$  вдоль линии трещин. Трещина, имеющаяся в пластине, считается близкой к прямолинейной форме, при этом допускаются лишь малые отклонения от линии трещины от прямой  $y = 0$ . Уравнение линии трещины принимается в виде  $y = f(x), |x| \leq l$ . На основании принятого допущения о форме линии трещины функции  $f(x)$  и  $f'(x)$  являются малыми величинами.

Граничные условия исследуемой задачи имеют вид

$$\sigma_n - i\tau_{nt} = 0 \quad \text{при } y = f(x), |x| \leq l \text{ на берегах трещины;} \quad (1)$$

$$\sigma_n = \sigma_s; \tau_{xy} = \tau_s \text{ при } y = f(x) \text{ на берегах концевых зон,}$$

где  $n, t$  – натуральные координаты.

Размеры  $d_1 = -a - l$  и  $d_2 = b - l$  концевых зон пластических деформаций подлежат определению.

Для решения задачи вначале определяем температурное поле в плоскости из решения краевой задачи теории теплопроводности

$$a\Delta T = \frac{\partial T}{\partial t}, \quad T = \begin{cases} T_0 & (x, y \in S), \\ 0 & (x, y \notin S), \end{cases} \quad \text{при } t = 0,$$

где  $\Delta$  – оператор Лапласа;  $a$  – коэффициент температуропроводности материала плоскости.

Для обобщенного плоского напряженного состояния считается, что пластина теплоизолирована на боковых поверхностях. Для определенности, не нарушая общности задачи, предполагаем, что область  $S = S_1 + S_2$  представляет совокупность двух прямоугольников со стороны  $2x_j$  и  $2y_j$  ( $j = 1, 2$ ) (рис. 1).

Решение задачи получим методом суперпозиции

$$\sigma_x = \sigma_{x_0} + \sigma_{x_1}; \quad \sigma_y = \sigma_{y_0} + \sigma_{y_1}; \quad \tau_{xy} = \tau_{xy_0} + \tau_{xy_1}, \quad (2)$$

где  $\sigma_{x_0}$ ,  $\sigma_{y_0}$ ,  $\tau_{xy_0}$  – есть решение задачи термоупругости для пластины без трещины.

После решения задачи термоупругости для сплошной плоскости находим [6]

$$\begin{aligned} \sigma_{y_0} &= \sum_{k=1}^2 \sigma_{y_{0k}}, & \tau_{xy_0} &= \sum_{k=1}^2 \tau_{xy_{0k}}, \\ \sigma_{y_{0k}} &= -\frac{\mu(1+\nu)\alpha T_0}{4\sqrt{\pi}} \left\{ 4\sqrt{\pi}A(x, y) + \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left[ \operatorname{arctg} \left( \frac{y-b_k+y_k}{x-L_k+x_k} \right) + \right. \right. \\ &+ \operatorname{arctg} \left( \frac{y_k+b_k-y}{x_k+L_k-x} \right) + \operatorname{arctg} \left( \frac{y_k+b_k-y}{x-L_k+x_k} \right) + \operatorname{arctg} \left. \left. \left( \frac{y-b_k+y_k}{x_k+L_k-x} \right) - \right. \right. \\ &- \int_0^t \frac{1}{\tau\sqrt{a\tau}} \left[ (x-L_k+x_k) \exp \left( -\frac{(x-L_k+x_k)^2}{4a\tau} \right) + (x_k+L_k-x) \exp \left( -\frac{(x_k+L_k-x)^2}{4a\tau} \right) \right] \times \\ &\times \left[ \operatorname{Erf} \left( \frac{y-b_k+y_k}{2\sqrt{a\tau}} \right) + \operatorname{Erf} \left( \frac{y_k+b_k-y}{2\sqrt{a\tau}} \right) \right] d\tau \Big\}, \\ \tau_{xy_{0k}} &= -\frac{\mu(1+\nu)\alpha T_0}{2\pi} \left\{ \ln \frac{(x-x_k-L_k)^2 + (y-b_k+y_k)^2}{(x-x_k-L_k)^2 + (y-y_k-b_k)^2} + \right. \\ &+ \ln \frac{(x-L_k+x_k)^2 + (y-y_k-b_k)^2}{(x-L_k+x_k)^2 + (y-b_k+y_k)^2} - \int_0^t \frac{1}{\tau} \left[ \exp \left( -\frac{(x-L_k+x_k)^2}{4a\tau} \right) - \right. \\ &\left. \left. - \exp \left( -\frac{(x_k+L_k-x)^2}{4a\tau} \right) \right] \left[ \exp \left( -\frac{(y-b_k+y_k)^2}{4a\tau} \right) - \exp \left( -\frac{(y_k+b_k-y)^2}{4a\tau} \right) \right] d\tau \right\}, \end{aligned}$$

где  $A(x, y) = \begin{cases} 1 & (x, y \in S_k) \\ 0 & (x, y \notin S_k) \end{cases}$ ,  $\mu$  – модуль сдвига материала пластины;  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $\alpha$  – коэффициент линейного температурного расширения.

Граничные условия (1) на берегах трещины с концевыми пластическими зонами на основании (2) принимают вид

$$\begin{aligned} \sigma_{n_1} - i\tau_{n_1} &= -(\sigma_{y_0}(x, 0) - i\tau_{xy_0}(x, 0)) \quad \text{при } y = f(x), |x| \leq \ell, \\ \sigma_{n_1} - i\tau_{n_1} &= -(\sigma_{y_0} - i\tau_{xy_0}) + \sigma_s - i\tau_s \quad \text{при } y = f(x), -a \leq x \leq \ell \text{ и } \ell \leq x \leq b. \end{aligned}$$

Рассмотрим некоторую произвольную реализацию искривленной (с малыми отклонениями от прямолинейной формы) поверхности берегов трещины. Так как функции  $f(x)$  и  $f'(x)$  являются малыми величинами, функцию  $f(x)$  можно представить в виде

$$f(x) = \varepsilon H(x) \quad a \leq x \leq b,$$

где  $\varepsilon$  – малый параметр.

Компоненты тензора напряжений  $\sigma_{x_1}, \sigma_{y_1}, \tau_{xy_1}$  ищем в виде

$$\sigma_{x_1} = \sigma_x^{(0)} + \varepsilon \sigma_x^{(1)} + \dots, \quad \sigma_{y_1} = \sigma_y^{(0)} + \varepsilon \sigma_y^{(1)} + \dots, \quad \tau_{xy_1} = \tau_{xy}^{(0)} + \varepsilon \tau_{xy}^{(1)} + \dots$$

Значения напряжений при  $y = f(x)$  найдем, разлагая в ряд выражения для напряжений в окрестности  $y = 0$ . Используя процедуру метода возмущений с учетом предыдущих формул, находим краевые условия при  $y = 0, a \leq x \leq b$

в нулевом приближении

$$\sigma_y^{(0)} - i\tau_{xy}^{(0)} = -(\sigma_{y_0} - \tau_{xy_0}) \quad \text{при } y = 0, |x| \leq \ell, \quad (3)$$

$$\sigma_y^{(0)} - i\tau_{xy}^{(0)} = \sigma_s - i\tau_s - (\sigma_{y_0} - \tau_{xy_0}) \quad \text{при } y = 0, a_0 \leq x \leq -\ell \text{ и } \ell \leq x \leq b_0;$$

в первом приближении

$$\sigma_y^{(1)} - i\tau_{xy}^{(1)} = N - iT \quad \text{при } y = 0, a_1 \leq x \leq b_1. \quad (4)$$

Здесь  $N = 2\tau_{xy}^{(0)} \frac{dH}{dx} - H \frac{\partial \sigma_y^{(0)}}{\partial y}, T = (\sigma_y^{(0)} - \sigma_x^{(0)}) \frac{dH}{dx} - H \frac{\partial \tau_{xy}^{(0)}}{\partial y}$  при  $y = 0;$

$$a = a_0 + \varepsilon a_1 + \dots, \quad b = b_0 + \varepsilon b_1 + \dots$$

Компоненты тензора напряжений  $\sigma_x^{(0)}, \sigma_y^{(0)}, \tau_{xy}^{(0)}$  и вектора перемещений  $u_0, v_0$  выразим через две кусочно-аналитические функции комплексного переменного  $z = x + iy$   $\Phi_0(z)$  и  $\Omega_0(z)$  [7]

$$\sigma_y^{(0)} - i\tau_{xy}^{(0)} = \Phi_0(z) + \Omega_0(\bar{z}) + (z - \bar{z})\overline{\Phi_0'(z)}, \quad (5)$$

$$2\mu \frac{\partial}{\partial x}(u_0 - iv_0) = \kappa \Phi_0(z) - \Omega_0(\bar{z}) - (z - \bar{z})\overline{\Phi_0'(z)},$$

где  $\kappa$  – постоянная Мусхелишвили.

Следуя Н. И. Мусхелишвили [7] на основании краевых условий и используя принцип суперпозиции, приходим к следующей задаче линейного сопряжения [7]:

$$[\Phi_0(t) + \Omega_0(t)]^+ + [\Phi_0(t) + \Omega_0(t)]^- = 2f_0(t), \quad (6)$$

$$[\Phi_0(t) - \Omega_0(t)]^+ - [\Phi_0(t) - \Omega_0(t)]^- = 0,$$

где  $f_0(t) = \begin{cases} -\sigma_0 - (\sigma_{y_0} - i\tau_{xy_0}) & \text{при } y = 0, |x| \leq \ell \\ -\sigma_0 - (\sigma_{y_0} - i\tau_{xy_0}) + \sigma_s - i\tau_s & \text{при } y = 0, a_0 \leq x \leq -\ell \text{ и } \ell \leq x \leq b_0 \end{cases}$

Так как напряжения в пластине ограничены, то решение граничной задачи (6) следует искать в классе всюду ограниченных функций. Искомое решение задачи (6) запишется [7] в виде

$$\Phi_0(z) = \Omega_0(z) = \frac{\sqrt{(z-a_0)(z-b_0)}}{2\pi i} \int_{a_0}^{b_0} \frac{f_0(t)dt}{\sqrt{(t-a_0)(t-b_0)}(t-z)}. \quad (7)$$

При этом должны выполняться условия разрешимости краевой задачи (6)

$$\int_{a_0}^{b_0} \frac{f_0(t)dt}{\sqrt{(t-a_0)(t-b_0)}} = 0, \quad \int_{a_0}^{b_0} \frac{t f_0(t)dt}{\sqrt{(t-a_0)(t-b_0)}} = 0. \quad (8)$$

Эти два уравнения (8) служат для определения неизвестных параметров  $a_0$  и  $b_0$ .

Интеграл (7) представим в виде

$$\Phi_0(z) \frac{\sqrt{(z-b_0)(z-a_0)}}{2\pi i} \left\{ \int_{a_0}^{b_0} \frac{f_0^*(x) dx}{\sqrt{(x-a_0)(x-b_0)(x-z)}} + \int_{a_0}^{-\ell} \frac{(\sigma_s - i\tau_s) dx}{\sqrt{(x-a_0)(x-b_0)(x-z)}} + \int_{\ell}^{b_0} \frac{(\sigma_s - i\tau_s) dx}{\sqrt{(x-a_0)(x-b_0)(x-z)}} \right\}. \quad (9)$$

Для вычисления первого интеграла в фигурных скобках можно использовать теорию вычетов (см. формулу 3 §70 [7]), а два других интеграла в (9) можно вычислить обычным путем.

После интегрирования дополнительные условия (8) запишутся в виде

$$\begin{aligned} \pi\sigma_0 - I_1 &= (\sigma_s - i\tau_s) \left[ \arccos \frac{a_0 + b_0 + 2\ell}{b_0 - a_0} + \arccos \frac{2\ell - a_0 - b_0}{b_0 - a_0} \right], \\ (a_0 + b_0) \frac{\pi}{2} \sigma_0 - I_2 &= (\sigma_s - i\tau_s) \left\{ -\sqrt{(-\ell - a_0)(b_0 - \ell)} + (a_0 + b_0) \arccos \frac{a_0 + b_0 + 2\ell}{b_0 - a_0} + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{(\ell - a_0)(b_0 - \ell)} + (a_0 + b_0) \arccos \frac{2\ell - a_0 - b_0}{b_0 - a_0} \right\}. \end{aligned}$$

Здесь  $I_1 = \int_{a_0}^{b_0} \frac{\varphi_1(x) dx}{\sqrt{(x-a_0)(b_0-x)}}$ ,  $I_2 = \int_{a_0}^{b_0} \frac{x\varphi_1(x) dx}{\sqrt{(x-a_0)(b_0-x)}}$ ,  $\varphi_1(x) = -(\sigma_{y_0}(x) - i\tau_{xy_0}(x))$ .

Интегралы  $I_1$  и  $I_2$  можно вычислить, используя теорию вычетов. Однако ввиду громоздкости функции  $\varphi_1(x)$  вычисление интегралов проведем с помощью квадратурных формул типа Гаусса.

После перехода к новой переменной интегрирования  $x = \frac{b_0 - a_0}{2}(\eta + 1) + a_0$  и применяя квадратурные формулы Гаусса к интегралам, будем иметь

$$\begin{aligned} \pi\sigma_0 - (\sigma_s - i\tau_s) \left[ \arccos \frac{a_0 + b_0 + 2\ell}{b_0 - a_0} + \arccos \frac{2\ell - a_0 - b_0}{b_0 - a_0} \right] &= I_1, \\ \frac{\pi}{2} (a_0 + b_0) \sigma_0 - (\sigma_s - i\tau_s) \left\{ -\sqrt{(-\ell - a_0)(b_0 - \ell)} + \sqrt{(\ell - a_0)(b_0 - \ell)} + \right. \\ &\quad \left. + (a_0 + b_0) \left[ \arccos \frac{a_0 + b_0 + 2\ell}{b_0 - a_0} + \arccos \frac{2\ell - a_0 - b_0}{b_0 - a_0} \right] \right\} &= I_2, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{\pi}{M} \sum_{k=1}^M \varphi_1(x_k), \quad x_k = \frac{b_0 - a_0}{2}(\eta_k + 1) + a_0, \\ I_2 &= \frac{\pi}{M} \sum_{k=1}^M x_k \varphi_1(x_k), \quad \eta_k = \cos \frac{2k-1}{2M} \pi, \quad (k = 1, 2, \dots, M). \end{aligned}$$

После перехода к безразмерным переменным нелинейная система двух уравнений (10) решалась численно методом итераций.

После нахождения компонент напряжений в нулевом приближении находим функции  $N$  и  $T$ . Последовательность решения задачи (4) в первом приближении аналогична нулевому приближению.

Решение задачи об определении кусочно-аналитических функций  $\Phi_1(z)$  и  $\Omega_1(z)$  имеет вид

$$\Phi_1(z) = \Omega_1(z) = \frac{\sqrt{(z-a_1)(z-b_1)}}{2\pi i} \int_{a_1}^{b_1} \frac{(N - iT) dt}{\sqrt{(t-a_1)(t-b_1)(t-z)}}. \quad (11)$$

При этом должны выполняться условия разрешимости краевой задачи в первом приближении

$$\int_{a_1}^{b_1} \frac{(N-iT)dt}{\sqrt{(t-a_1)(t-b_1)}} = 0, \quad \int_{a_1}^{b_1} \frac{t(N-iT)dt}{\sqrt{(t-a_1)(t-b_1)}} = 0. \quad (12)$$

Эти два дополнительных соотношения (12) служат для нахождения неизвестных величин  $a_1$  и  $b_1$ .

Для исследования влияния теплового поля напряжений на развитие трещины найдем зависимость между приложенной внешней нагрузкой и длиной трещины (критическая диаграмма разрушения). Используем в качестве критерия разрушения критерий критического раскрытия берегов трещины. Согласно этому критерию [4], трещина начнет расти, как только ее раскрытие в вершине (у основания пластической зоны) достигнет предельного (для данного материала при заданных условиях) значения  $\delta_c$

$$\left| (u^+ - u^-) - i(v^+ - v^-) \right| = \delta_c,$$

где  $(v^+ - v^-)$  и  $(u^+ - u^-)$  – нормальная и касательная составляющие раскрытия берегов трещины соответственно;  $\delta_c$  – трещиностойкость материала.

Используя решение упругопластической задачи, вычислим перемещения в концевой пластической зоне. Используя соотношение (6) и граничные значения функций  $\Phi(z)$  и  $\Omega(z)$  на отрезке  $y = 0$ ,  $a \leq x \leq b$ , получим в нулевом приближении

$$\Phi_0^+(x) - \Phi_0^-(x) = \frac{2\mu}{1+\kappa} \left[ \frac{\partial}{\partial x} (u_0^+ - u_0^-) + i \frac{\partial}{\partial x} (v_0^+ - v_0^-) \right],$$

в первом приближении

$$\Phi_1^+(x) - \Phi_1^-(x) = \frac{2\mu}{1+\kappa} \left[ \frac{\partial}{\partial x} (u_1^+ - u_1^-) + i \frac{\partial}{\partial x} (v_1^+ - v_1^-) \right].$$

Используя формулы Сохоцкого–Племеля [7] и учитывая формулы (7) и (11), находим

$$\Phi_0^+(x) - \Phi_0^-(x) = -\frac{iX_0^+(x)}{\pi} \int_{a_0}^{b_0} \frac{f_0(t)dt}{X_0^+(t)(t-x)},$$

$$\Phi_1^+(x) - \Phi_1^-(x) = -\frac{iX_1^+(x)}{\pi} \int_{a_1}^{b_1} \frac{(N-iT)dt}{X_1^+(t)(t-x)},$$

где  $X_0^+(x) = \sqrt{(t-a_0)(b_0-t)}$ ;  $X_1^+(x) = \sqrt{(t-a_1)(b_1-t)}$ .

Для перемещений берегов зоны пластических деформаций имеем

$$(u^+(x,0) - u^-(x,0)) + i(v^+(x,0) - v^-(x,0)) = \frac{1+\kappa}{2\mu} \int_a^x \left[ X_0^+(x) \int_{a_0}^{b_0} \frac{f_0(t)dt}{X_0^+(t)(t-x)} + \varepsilon X_1^+(x) \int_{a_1}^{b_1} \frac{(N-iT)dt}{X_1^+(t)(t-x)} \right] dt. \quad (13)$$

Здесь учтено, что  $u = u_0 + \varepsilon u_1 + \dots$ ,  $v = v_0 + \varepsilon v_1 + \dots$

Трещина будет расти при выполнении условия

$$V(-\ell) = \left| (u^+(-\ell,0) - u^-(-\ell,0)) - i(v^+(-\ell,0) - v^-(-\ell,0)) \right| = \delta_c$$

при  $y = -\ell$  (у основания зоны пластических деформаций) или  $V(\ell) = \delta_c$  при  $x = \ell$ .

### Методика численного решения и анализ

Для вычисления интеграла в правой части (13) проводим замену переменных для перехода к отрезку интегрирования  $[-1, 1]$ , затем используем квадратурную формулу Чебышева. Интегралы, содержащие функции  $X_0^+(t)$  и  $X_1^+(t)$ , вычислялись приемом, предложенным Н. И. Мухелишвили [7, §110].

Полученные уравнения дают возможность при заданных характеристиках материала найти критическое напряженное состояние, при котором происходит рост искривленной трещины.

На рис. 2–3 представлены графики зависимости безразмерной длины концевой зоны пластических деформаций  $d_1 = (-\ell - a)/L_1$  и  $d_2 = (b - \ell)/L_2$  от безразмерной растягивающей нагрузки  $\sigma_0/\sigma_s$  для различных значений длины трещины  $\ell_* = \ell/L_1$  при свободных параметрах  $t_* = 4at/L_1^2 = 10$ ;

$x_1/L_1 = 0,6$ ;  $y_1/L_1 = 0,5$ ;  $x_2/L_2 = 0,6$ ;  $y_2/L_2 = 0,25$ ;  $\nu = 0,3$ ;  $L_1 = L_2$ ;  $M = 30$ . В расчетах было принято, что поверхность трещины имеет синусоидальную форму.

Расчеты показывают, что нагретая зона способствует протеканию пластических деформаций в вершине трещины. Установлено, что тепловое поле напряжений существенно замедляет рост трещины и способствует увеличению значения предельных разрушающих нагрузок.

Теоретические и экспериментальные исследования показывают, что созданное температурное поле в течение некоторого ограниченного времени с целью торможения трещины является непреодолимым барьером [3] на пути ее распространения. Последующее снятие температурного поля ( $t \rightarrow \infty$ ) будет постепенно уменьшать значения сжимающих напряжений и эффект торможения трещины. Раскрытие берегов трещины у основания пластической зоны, достигнув уменьшения, постепенно станет возрастать до величины, обусловленной механической нагрузкой.

Под действием температурного поля одновременно с уменьшением максимального растягивающего напряжения происходит его разворачивание по направлению теплового источника. Это приводит [3, 8] к наблюдаемому в опыте смещению плоскости разрыва. Данное обстоятельство после снятия температурного поля будет способствовать тому, что для роста трещины понадобится увеличение внешней растягивающей нагрузки. Отметим, что учет возмущенного температурного поля будет усиливать тормозящий эффект наведенного температурного поля напряжений.

В заключение отметим, что пластинчатые элементы нашли широкое применение в конструкциях различного типа транспортных

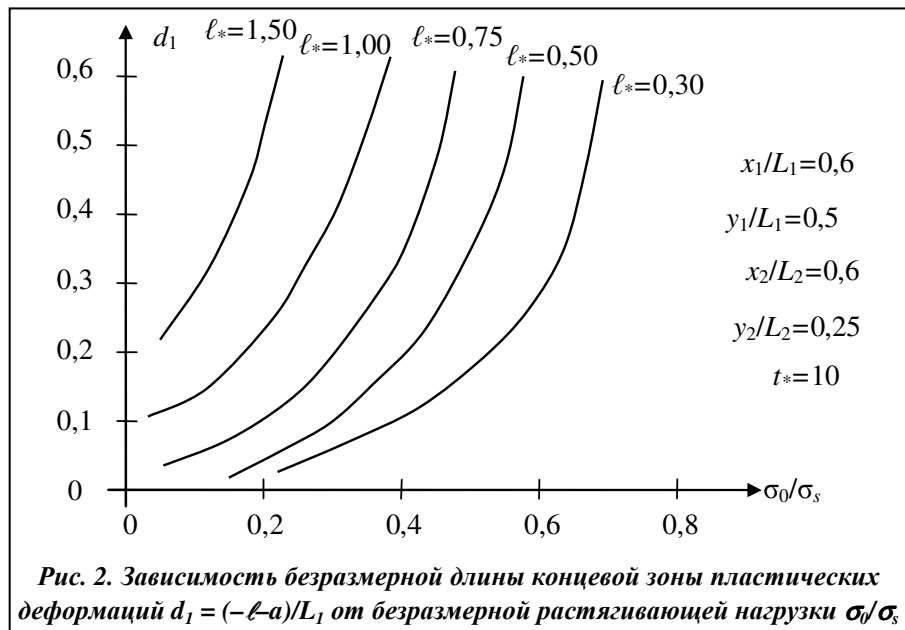


Рис. 2. Зависимость безразмерной длины концевой зоны пластических деформаций  $d_1 = (-\ell - a)/L_1$  от безразмерной растягивающей нагрузки  $\sigma_0/\sigma_s$

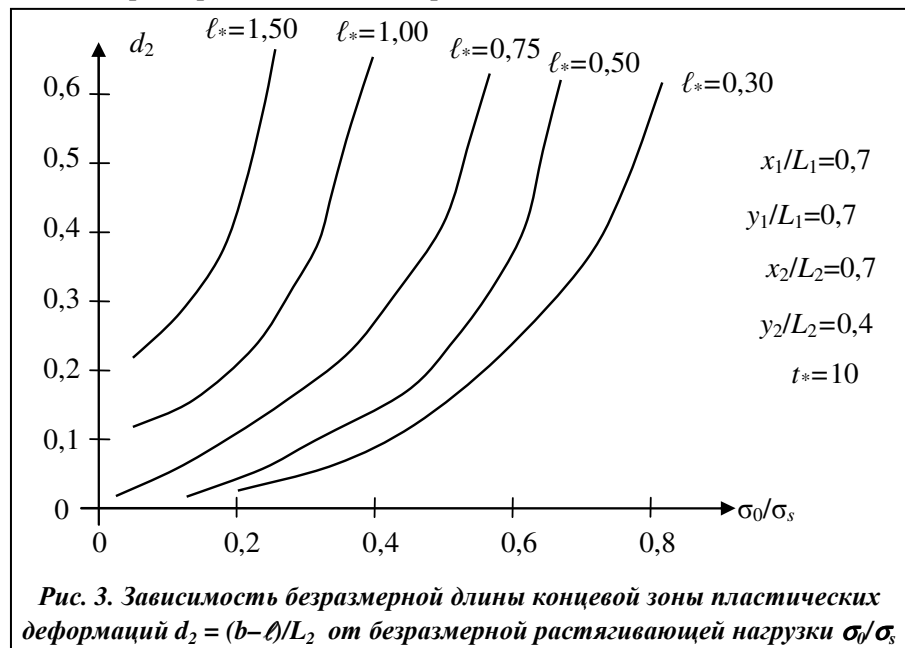


Рис. 3. Зависимость безразмерной длины концевой зоны пластических деформаций  $d_2 = (b - \ell)/L_2$  от безразмерной растягивающей нагрузки  $\sigma_0/\sigma_s$

средств (летательные аппараты). На основании опытных данных и численных результатов настоящей работы можно рекомендовать следующие схемы эффективного замедления роста трещины:

- На пути возможного разрушения пластинчатой конструкции нужно создавать стабильные температурные поля. Если трещина растет в направлении повышения температуры, то скорость ее роста будет снижаться, и она рано или поздно останавливается.
- Не создавая заранее температурных полей, можно провести нагрев на пути распространения трещины импульсивно, например, с помощью взрывных проволочек. В этом случае вершина трещины оказывается в очаге взрыва.

В результате одновременного действия ударной волны термоупругих напряжений и пластических деформаций нагретого материала рост трещины замедляется, а разрушение останавливается.

### Выводы

Решена плоская задача о развитии начальных пластических деформаций в концевых вершинах криволинейной трещины в растягиваемой пластине, когда на пути роста трещины имеется нагретая зона. Получены соотношения для размеров концевых зон пластических деформаций и раскрытия криволинейной трещины в ее конце в зависимости от приложенной нагрузки, интенсивности источника тепла, длины трещины, геометрических параметров нагретой зоны. Установлена зависимость длины трещины от приложенной растягиваемой нагрузки, интенсивности нагретой зоны, а также от физических и геометрических параметров пластины при монотонном нагружении.

### Литература

1. *Расчеты на прочность, устойчивость и колебания в условиях высоких температур* / Под ред. И. И. Гольденבלата. – М.: Машиностроение, 1965. – 567 с.
2. *Тимошенко, С. П.* Сопrotивление материалов. В 2-х т. / С. П. Тимошенко. – М.: Наука, 1965. – Т. 2. – 480 с.
3. *Финкель, В. М.* Физические основы торможения разрушения / В. М. Финкель. – М.: Металлургия, 1977. – 380 с.
4. *Панасюк, В. В.* Механика квазихрупкого разрушения материалов / В. В. Панасюк. – Киев: Наук. думка. 1991. – 416 с.
5. *Rusinko, A.* Plasticity and creep of metals / A. Rusinko, K. Rusinko. – Berlin: Springer. – 2011. – 427 p.
6. *Mirsalimov, V. M.* A contact problem on partial interaction of faces of a variable thickness slot under the influence of temperature field / V. M. Mirsalimov, A. B. Mustafayev // *Mechanika*. – 2015. – Vol. 21, № 1. – P. 19–22.
7. *Мухелишвили, Н. И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н. И. Мухелишвили. – М.: Наука, 1966. – 707 с.
8. *Морозов, Е. М.* Деформация и разрушение при термических и механических воздействиях / Е. М. Морозов. – М.: Атомиздат, 1969. – Вып. 3. – С. 87–90.

*Поступила в редакцию 13.06.15*