

В. А. Максимюк¹, Е. А. Сторожук¹, И. С. Чернышенко²

**НЕЛИНЕЙНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ТОНКИХ ИЗОТРОПНЫХ
И ОРТОТРОПНЫХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ С ПОДКРЕПЛЕННЫМИ
ОТВЕРСТИЯМИ И ЖЕСТКИМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ**

*Институт механики им. С.П.Тимошенко НАНУ,
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина;
e-mail: ¹desc@inmech.kiev.ua, ²prikl@inmech.kiev.ua*

Abstract. A numerical analysis of the stress-strain state is carried out for the thin ellipsoidal shells made of nonlinearly elastic orthotropic composites. The methods of successive approximations and finite difference method as well as the original algorithm of numerical discretization of the plane curve are used. The effect of orthotropy and nonlinear properties of composite materials, geometrical parameters of shells, stiffness of arming elements (rings, inclusions) on the stress-strain state is studied.

Key words: nonlinearly elastic orthotropic composite, thin ellipsoidal shell, rigid inclusion, circular hole, finite difference method.

Введение.

Тонкостенные элементы конструкций в виде пластин и оболочек часто имеют естественные или искусственные ослабления в виде отверстий или жестких включений различной формы. В оболочечных элементах конструкций, работающих под внутренним давлением, технологические отверстия, как правило, подкреплены стержнем для дальнейшего соединения или перекрытия жесткой крышкой. Это приводит к перераспределению напряжений около отверстий. Подобная ситуация имеет место возле жестких включений в тонкостенных элементах конструкций.

Задачам концентрации напряжений около жестких включений в изотропных упругопластических и упругих оболочках посвящено много работ; среди них отметим некоторые из первых [5, 7, 8] и последних [4, 6, 15, 16] работ. Отдельно отметим две статьи [13, 14], в которых обобщены и развиты исследования, относящиеся, в частности, к задачам концентрации напряжений в изотропных сферических оболочках с жесткими включениями.

Результаты работ, посвященные исследованию численными методами напряженно-деформированного состояния (НДС) ортотропных оболочек из нелинейно упругих композитных материалов (КМ), изложены, в основном, в монографии [2] и обзорной статье [12]. При этом оболочки с подкрепленным отверстием рассмотрены в случае сферической [1] и эллипсоидальных [10] оболочек. Случай жесткого включения рассмотрен [1], как предельный вариант подкрепления отверстия стержнем большой жесткости. Также представляет интерес исследование нелинейного деформирования ортотропных оболочек вращения с подкреплениями и с жесткими включениями, в частности.

Ниже представлены результаты исследования НДС равношироких сферических, конических и эллипсоидальных оболочек (при изменении эллиптичности в широких пределах).

1. Постановка задач. Методические аспекты решения задач.

Рассмотрим нелинейное деформирование непологих оболочек, изготовленных из ортотропных нелинейно-упругих КМ [2] и находящихся под действием поверхностных нагрузок и краевых усилий и моментов (рис. 1). Принято, что приведенные меха-

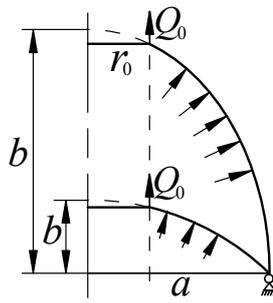


Рис. 1

нические и жесткостные характеристики ортотропного композита и его нелинейные свойства известны, а оси ортотропии материала совпадают с координатными линиями сопряженной криволинейной системы координат (s, θ, γ) на срединной поверхности оболочки.

При определенных величинах действующих нагрузок в оболочке проявляются нелинейные свойства анизотропного материала, при этом деформации являются малыми. Указанные предпосылки позволяют для получения основных уравнений использовать геометрически линейную теорию оболочек [2] и теорию пластичности анизотропных сред [3].

С методологической точки зрения расчет НДС оболочек сложной формы с подкрепленным отверстием осложнен проблемой сочленения элементов разной мерности. В случае осесимметричного деформирования оболочек вращения эта проблема упрощается. Относительно жесткого включения возможно представление трех вариантов задания граничных условий на контуре оболочки, сопряженном с жестким включением: 1) деформационные краевые условия (условия недеформируемости соответствующей части контура оболочки); 2) геометрические граничные условия (перемещение и углы поворота на контуре оболочки выражаются через параметры, которые определяют перемещение включения как абсолютно жесткого тела); 3) подкрепление контура оболочки тонким криволинейным элементом – кольцом большой жесткости. Последний вариант представляется приемлемым в случае оболочек вращения.

Если принять, что контур выреза усилен тонким упругим элементом (кольцом) заданной жесткости, к которому приложено перерезывающее усилие Q_0 (рис. 1), то в сечении сопряжения кольца с оболочкой ($s = 0$) будут иметь место граничные условия [1, 10]:

$$\begin{aligned} Q_s \sin \varphi + T_s \cos \varphi - \frac{F_0 E_0}{r_0^2} (w \sin \varphi + u \cos \varphi) &= 0; \\ Q_s \cos \varphi - T_s \sin \varphi &= -Q_0; \quad M_s + Q_s r_1 + T_s r_2 + \frac{J_0 E_0}{12 r_0^2} \vartheta = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где T_s , Q_s , M_s – внутренние усилия и момент; w , u , ϑ – прогиб, касательное перемещение, угол поворота нормали вокруг касательной к контуру отверстия; φ – угол между нормалью к оболочке и осью вращения в узле сопряжения; r_0 , r_1 , r_2 – расстояние центра тяжести сечения подкрепления (кольца) от оси вращения и его смещение относительно координатных линий s , γ , соответственно; E_0 , F_0 , J_0 – модуль упругости материала кольца в окружном направлении, площадь и момент инерции его поперечного сечения.

Для кольца прямоугольного поперечного сечения высотой a_0 и шириной b_0 имеем такие формулы:

$$F_0 = a_0 b_0; \quad J_0 = a_0^3 b_0 / 12.$$

В случае жесткого включения будем полагать E_0 достаточно большим. Тогда, в пределе, граничные условия (1) преобразуются к виду

$$w \sin \varphi + u \cos \varphi = 0; \quad Q_s \cos \varphi - T_s \sin \varphi = -Q_0; \quad \vartheta = 0, \quad (2)$$

что соответствует равновесию недеформируемого абсолютно жесткого включения. На внешнем контуре ($s = s_k$) оболочки примем условия шарнирного опирания

$$u = 0; \quad w = 0; \quad M_s = 0. \quad (3)$$

Разрешающую нелинейную систему уравнений в перемещениях, включающую уравнения равновесия и граничные условия (1) или (2) и (3), решаем численно [12] с

помощью метода последовательных приближений и метода конечных разностей (МКР). Отметим, что в МКР необходимо разбивать меридиан оболочки вращения на отрезки дуги заданной величины. В общем случае (для эллипсоидальных оболочек в частности) такая задача аналитически не решается. При разработке алгоритма решения рассматриваемых нелинейных (линейных) задач был предложен алгоритм численной дискретизации [9] плоской кривой $F(x, z) = 0$ на основе метода типа касательной.

2. Напряженное состояние оболочек вращения.

Рассмотрим такое семейство равношироких оболочек вращения (сферической, конической, эллипсоидальных), в которых удаление внутреннего ($r = r_0$, $s = 0$) и внешнего ($r = r_k$, $s = s_k$) краев от оси вращения OZ не изменяется, а форма и длина дуги меридиана оболочки и расстояние от контура выреза до плоскости экватора вдоль оси являются переменными (рис. 1). Уравнение меридиана таких оболочек имеет следующий вид:

$$F(x, z) = \left(\frac{x}{a}\right)^n + \left(\frac{y}{b}\right)^n - 1 = 0 \quad (n=1,2). \quad (4)$$

Исследование НДС оболочек проведено при действии внутреннего давления p и перерезывающего усилия $Q_0 = pr_0 / 2$.

2.1 Сферическая оболочка. Исследуем НДС около кругового отверстия в тонких сферических ($n = 2$, $a = b = R$ в (4)) ортотропных оболочках радиусом $R = 120h$ с круговым отверстием радиусом $r_0 = 22,22h$ [10], внешний край которых ограничен экваториальной плоскостью ($r_k = 120h$, $s_k = 165,19h$).

Примем, что оболочки находятся под действием внутреннего давления ($p = 5$ МПа) и перерезывающей силы Q_0 , приложенной к контуру отверстия. Механические характеристики материала (нелинейно-упругого ортотропного 8-слойного [2] органопластика) оболочки следующие: $E_{ss} = 26,8$ ГПа; $E_{\theta\theta} = 46,5$ ГПа; $\nu_{\theta s} = 0,166$; $q_{ss} = 4,32$; $q_{\theta\theta} = 2$; $q_{s\theta} = -0,64$. Другие величины, входящие в равенства (1), и функция, описывающая анизотропию нелинейных свойств материала, приведены в [2].

Предположим, что контур отверстия подкреплен линейно-упругим кольцом прямоугольного поперечного сечения [10] высотой $a_0 = 20h$ и шириной $b_0 = h$ с параметрами $r_1 = r_2 = 0$; $E_0 = 46,5$ ГПа, что соответствует варианту 3 расчета по уровню жесткости подкрепления. Остальные варианты (N) расчета следующие: 1 – отсутствие подкрепления ($E_0 = 0$); 2 – подкрепление пониженной жесткости ($E_0 = 4,65$ ГПа); 4 – подкрепление повышенной жесткости ($E_0 = 465$ ГПа); 5 – жесткое включение ($E_0 = 4,65 \cdot 10^9$ ГПа).

Расчеты выполнены в линейной (ЛЗ) и нелинейной (НЗ) постановках при равномерном разбиении меридиана оболочки на 321 узловые точки и при относительном изменении максимальных деформаций в двух последующих приближениях, не превышающем 10^{-3} .

В табл. 1 приведены значения меридиональных σ_s и окружных σ_θ напряжений (МПа) на внешней ($\tilde{\gamma} = \gamma/h = 0,5$) и внутренней ($\tilde{\gamma} = -0,5$) поверхностях оболочек возле отверстия ($s = 0$). Из анализа результатов проведенных расчетов следует, что максимальные напряжения в данных оболочках имеют место на контуре отверстия для всех жесткостей подкрепления. Для неподкрепленного и слабоподкрепленного отверстия ($N = 1; 2$) максимальными являются окружные напряжения на внешней поверхности, а с увеличением жесткости подкрепления ($N = 4; 5$) максимальными становятся меридиональные напряжения на внутренней поверхности.

Таблица 1

N	$\tilde{\gamma}$	ЛЗ		НЗ	
		σ_s	σ_θ	σ_s	σ_θ
1	0,5	10	2694	10	1788
	-0,5	10	1543	10	1437
2	0,5	900	1284	753	894
	-0,5	-701	787	-616	542
3	0,5	425	416	411	399
	-0,5	115	328	113	328
4	0,5	231	103	231	103
	-0,5	439	163	439	163
5	0,5	203	58	197	56
	-0,5	485	139	467	135

Вариант 3 подкрепления представляется близким к оптимальному, когда максимальные меридиональные и окружные напряжения выравниваются. Отметим появление сжимающих напряжений при слабом подкреплении ($N = 2$). Физическая нелинейность проявляется, в основном, в случаях неподкрепленного или подкрепленного кольцом малой жесткости отверстий. С увеличением жесткости подкрепления ее влияние уменьшается ($N = 3$) или исчезает ($N = 4$). При жестком включении влияние нелинейности на распределение напряжений незначительное.

2.2. Коническая оболочка. Исследуем НДС в усеченной конической ($n = 1$; $a = 120h$; $b = 144,69h$ в (4); $s_k = 153,16h$) ортотропной оболочке, образованной вращением хорды, соединяющей концы меридиана рассмотренной выше сферической оболочки. Остальные физико-механические параметры – такие же как и для сферических оболочек.

В табл. 2 приведены значения напряжений (МПа) возле усеченной части конуса, полученные в нелинейной постановке. Они значительно (примерно в два раза) меньше аналогичных величин в сферической оболочке. Физическая нелинейность в случае подкрепления и жесткого включения в зоне усечения ($s = 0$) не проявляется, а при отсутствии подкрепления ($N = 1$) неучет нелинейных свойств композита приводит к увеличению напряжения $\sigma_\theta = 717$ МПа до величины $\sigma_\theta = 763$ МПа.

Таблица 2

N	$\tilde{\gamma}$	σ_s	σ_θ
1	0,5	42	717
	-0,5	42	647
3	0,5	-19	56
	-0,5	176	114
5	0,5	-33	-26
	-0,5	263	75

Максимальными в конической оболочке, в отличие от сферической, являются окружные напряжения (табл. 3), которые имеют место вблизи шарнирно закрепленного края в сечении $s = 0,9s_k$. В этом сечении они превышают напряжения в сферической оболочке примерно в два раза, которые там близки к безмоментным. Отметим, что в табл.3 приведены напряжения только для жесткого включения, поскольку подкрепление усеченного края конуса практически не влияет на НДС около закрепленного края.

Таблица 3

N	$\tilde{\gamma}$	ЛЗ		НЗ	
		σ_s	σ_θ	σ_s	σ_θ
5	0,5	502	787	470	741
	-0,5	220	707	235	742

2.3. Эллипсоидальные оболочки. Рассмотрим два вида эллипсоидальных оболочек: вытянутую вдоль оси вращения ($n = 2$; $a = 120h$; $b = 240h$ в (4); $s_k = 266,03h$; табл. 4, 5, 6) и сплюснутую ($n = 2$; $a = 120h$; $b = 60h$ в (4); $s_k = 122,6h$; табл.7). Физико-механические параметры данных оболочек приняты такими же, как для сферической оболочки.

Результаты расчетов напряженного состояния вытянутой оболочки в виде распределения напряжений на контуре неподкрепленного и слабоподкрепленного отверстий ($N = 1; 2$) в линейной и нелинейной постановках приведены в табл. 4. Остальные варианты расчетов для более жесткого подкрепления и жесткого включения приведены в табл. 5 только в нелинейной постановке, поскольку нелинейность в этих вариантах проявлялась только вблизи шарнирно закрепленного края, а на контуре отверстия или включения влияние нелинейности не проявляется.

Закономерности деформирования вытянутой эллипсоидальной оболочки в общих чертах повторяют закономерности (см. п. (2.1)) деформирования сферической оболочки с тем отличием, что в вытянутой оболочке напряжения на контуре отверстия являются максимальными только в случаях неподкрепленных и слабоподкрепленных отверстий, а в остальных случаях максимальными являются окружные напряжения вблизи шарнирно закрепленного края в сечении $s = 0,95s_k$, что аналогично деформированию конической (пункт 3) оболочки.

Таблица 4

N	$\tilde{\gamma}$	ЛЗ		НЗ	
		σ_s	σ_θ	σ_s	σ_θ
1	0,5	20	1687	20	1284
	-0,5	20	1143	20	1063
2	0,5	546	773	498	661
	-0,5	-405	484	-388	423

Таблица 5

N	$\tilde{\gamma}$	σ_s	σ_θ
3	0,5	192	210
	-0,5	109	188
4	0,5	68	38
	-0,5	284	100
5	0,5	51	14
	-0,5	308	88

В табл. 6 показано влияние физической нелинейности на НДС в сечении $s = 0,95s_k$ вытянутой оболочки с жестким включением. Видно, что нелинейность здесь оказывает влияние в большей мере на меридиональные деформации (e_s), чем на окружные напряжения (σ_θ), которые, вследствие вытянутости оболочки вдоль оси симметрии, приближаются к значениям $pa/h = 600$ МПа, что характерно для цилиндрической оболочки.

Таблица 6

НЗ, ЛЗ	$\tilde{\gamma}$	$e_s \cdot 10$	$e_\theta \cdot 10$	σ_s	σ_θ
НЗ	0,5	0,118	0,101	379	548
	-0,5	0,046	0,102	213	534
ЛЗ	0,5	0,112	0,097	393	566
	-0,5	0,045	0,098	206	515

В результате проведенных исследований получено, что напряжения в сплюснутой оболочке (табл. 7) превышают уровень напряжений во всех выше рассмотренных оболочках. Закономерности деформирования сплюснутой эллипсоидальной оболочки в

меньшей мере повторяют закономерности (п. 2.1) деформирования сферической оболочки по сравнению с вытянутой оболочкой. Отличительным моментом сплюснутой оболочки является зона сжимающих окружных напряжений около внешнего края (кривая 4 на рис.2).

Таблица 7

N	$\tilde{\gamma}$	ЛЗ		НЗ	
		σ_s	σ_θ	σ_s	σ_θ
1	0,5	5	4314	6	2582
	-0,5	5	2041	5	1988
2	0,5	1442	2132	1090	1178
	-0,5	-1130	13428	-837	765
3	0,5	875	811	740	613
	-0,5	138	599	249	635
4	0,5	602	246	592	234
	-0,5	722	281	718	266
5	0,5	560	161	565	165
	-0,5	811	233	766	228

На рис. 2 показаны графики изменения окружных напряжений (σ^+ , МПа) вдоль меридиана ($\tilde{s} = s/s_k$) на внешних поверхностях оболочек с жестким включением. Кривые 1 – 4 относятся, соответственно, к сферической, конической и эллипсоидальной (вытянутой и сплюснутой) оболочкам.

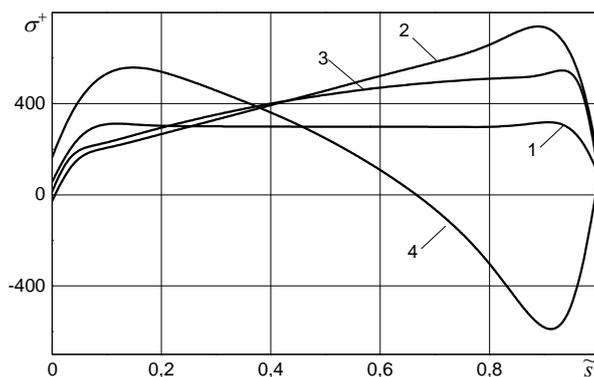


Рис. 2

Для сравнения на рис. 3 представлены аналогичные графики для сферической (сплошная линия), конической (штриховая), эллипсоидальных вытянутой (пунктир) и сплюснутой (штрих-пунктир) оболочек со свободным отверстием.

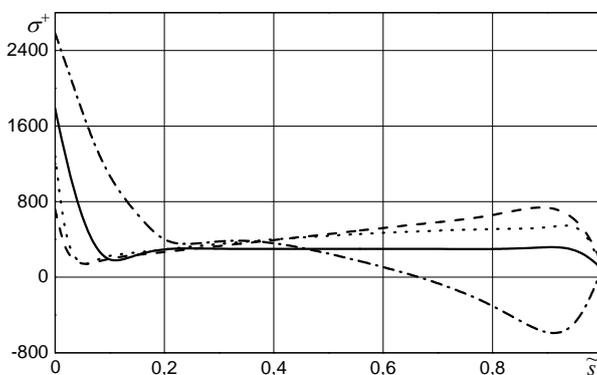


Рис. 3

3. Влияние ортотропии материалов на напряженное состояние сферических оболочек.

Изменение ориентации осей ортотропии композитов относительно координат оболочки позволяет исследовать ее влияние на НДС оболочек при прочих заданных условиях. Сопоставим результаты расчетов НДС сферической оболочки (пункт 2), для которой соотношение модулей упругости материала составляло $\tilde{E} = E_{ss}/E_{\theta\theta} = 0,576$, с расчетом такой же оболочки, но с измененной ориентацией осей ортотропии композита так, что $\tilde{E} = 1,735$. Кроме того, проведем сравнение с расчетом изотропной упругопластической оболочки из алюминиевого сплава [7, 8], для которого приняты такие характеристики: $E_{ss} = E_{\theta\theta} = E = 67$ ГПа; $\nu = 0,3 \dots 0,5$; $\sigma_n = 130$ МПа; $\varepsilon_n = 0,002$.

Результаты сопоставления для оболочек с жестким включением приведены в табл. 8. Видно, что в данном случае ортотропия в нелинейной постановке проявляется в меньшей степени, чем в линейной. Напряжения в изотропной оболочке в линейной постановке занимают средние значения между напряжениями в ортотропных оболочках. Нелинейность в изотропной оболочке оказывает влияние на ее НДС при меньших уровнях нагрузки. Увеличение модуля упругости в меридиональном направлении приводит к увеличению напряжений на контуре отверстия, что можно объяснить увеличением взаимодействия более жесткой части оболочки вблизи жесткого включения с менее жесткой ее срединной частью.

Таблица 8

\tilde{E}	p , МПа	$\tilde{\gamma}$	ЛЗ		НЗ	
			σ_s/p	σ_θ/p	σ_s/p	σ_θ/p
0,576	5	0,5	40,6	11,6	39,4	11,2
		-0,5	97,6	27,8	93,4	27
1,735	5	0,5	-30,8	-5	-35	-5,8
		-0,5	187	31	170	27,6
1,000	3	0,5	15,3	4,6	-5	-1,3
		-0,5	128	38,3	85,6	40

Для сравнения в табл. 9 приведены аналогичные данные для сферической оболочки со свободным (неподкрепленным) отверстием. Видно, что в этом случае, в отличие от предыдущего, ортотропия в нелинейной постановке проявляется в большей степени, чем в линейной. Увеличение модуля упругости в меридиональном направлении также приводит к уменьшению напряжений на контуре отверстия, что можно объяснить увеличением подкрепляющего действия основной части оболочки на ее свободный край.

Таблица 9

\tilde{E}	p , МПа	$\tilde{\gamma}$	ЛЗ	НЗ
			σ_θ/p	σ_θ/p
0,576	5	0,5	539	358
		-0,5	309	287
1,735	5	0,5	402	254
		-0,5	282	225
1,000	1	0,5	464	248
		-0,5	296	223

Выводы.

1. Характер деформирования вытянутой и сплюснутой эллипсоидальных оболочек существенно отличается. Вытянутая эллипсоидальная оболочка ведет себя подобно конической оболочке. В сплюснутой оболочке возникает зона сжатия около шарнирно закрепленного края.

2. Увеличение жесткости подкрепления отверстия приводит к немономонному перераспределению напряжений на контуре отверстия. Сначала максимальные напря-

жения на контуре отверстия снижаются, достигая некоторого равенства при оптимальном подкреплении, а затем – возрастают.

3. Влияние ортотропии на НДС около отверстия зависит от жесткости подкрепления и для двух крайних случаев – свободный контур отверстия и жесткое включение – имеет противоположный характер.

РЕЗЮМЕ. Проведено чисельний аналіз напружено-деформованого стану тонких сферичної, конічної та еліпсоїдальних оболонок з нелінійно-пружних ортотропних композитів. Використано метод послідовних наближень, метод скінченних різниць та оригінальний алгоритм чисельної дискретизації плоскої кривої. Досліджено вплив ортотропії та нелінійних властивостей композиційних матеріалів, геометричних параметрів оболонок, жорсткості підкріплюючих елементів на напружено-деформований стан оболонок.

1. *Георгиевский В.П., Максимюк В.А., Чернышенко И.С.* О подкреплении контура выреза в ортотропных физически нелинейных оболочках вращения // Прикл. механика. – 1987. – **23**, № 6. – С. 125 – 127.
2. *Концентрация напряжений / Гузь А.Н., Космодамианский А.С., Шевченко В.П. и др. – К.: “А.С.К.”, 1998. – 387с. – (Механика композитов: В 12-ти т.; Т. 7).*
3. *Ломакин В.А.* О теории пластичности анизотропных сред // Вестн. Моск. ун-та. Математика и механика. – 1964. – № 4. – С.49 – 53.
4. *Соломонов Ю.С., Георгиевский В.П., Недбай А.Я., Андрияшин В.А.* Методы расчета цилиндрических оболочек из композиционных материалов. – М.: Физматлит, 2009. – 264 с.
5. *Bonde D.H., Rao K.P.* Thermal stresses in a cylindrical shell containing a circular hole or a rigid inclusion // Nuclear Engineering and Design. – 1977. – **40**, N 2. – P. 337 – 346.
6. *Chekhov V.N., Zakora S.V.* Stress Concentration in a Transversely Isotropic Spherical Shell with Two Circular Rigid Inclusions // Int. Appl. Mech. – 2011. – **47**, N 4. – P. 441 – 448.
7. *Chernyshenko I.S.* Elastic-Plastic State of Shells of Revolution with a Rigid Circular Inclusion // Int. Appl. Mech. – 1980. – **16**, N 2. – P. 130 – 134.
8. *Chernyshenko I.S.* Nonlinear Deformation of Isotropic and Orthotropic Shells with Holes Reinforced by a Rigid Elastic Element // Int. Appl. Mech. – 1989. – **25**, N 1. – P. 54 – 59.
9. *Chernyshenko I.S., Maksimyuk V.A.* On the Stress-Strain State of Toroidal Shells of Elliptical Cross Section Formed from Nonlinear Elastic Orthotropic Materials // Int. Appl. Mech. – 2000. – **36**, N 1. – P. 90 – 97.
10. *Georgievskii V.P., Guz' A.N., Maksimyuk V.A., Chernyshenko I.S.* Numerical Analysis of the Nonlinearly Elastic State around Cutouts in Orthotropic Ellipsoidal Shells // Int. Appl. Mech. – 1989. – **25**, N 12. – P. 1207 – 1212.
11. *Guz A.N., Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S.* Nonlinear Two-Dimensional Static Problems for Thin Shells with Reinforced Curvilinear Holes // Int. Appl. Mech. – 2009. – **45**, N 12. – P. 1269 – 1300.
12. *Maksimyuk V.A., Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S.* Using Mesh-Based Methods to Solve Nonlinear Problems of Statics for Thin Shells // Int. Appl. Mech. – 2009. – **45**, N 1. – P. 32 – 56.
13. *Reissner E., Wan F.Y.M.* Further Considerations of Stress Concentration Problems for Twisted or Sheared Shallow Spherical Shells // Int. J. Solids Structures. – 1994. – **31**, N16. – P. 2153 – 2165.
14. *Reissner E., Wan F.Y.M.* Static-Geometric Duality and Stress Concentration in Twisted and Sheared Shallow Spherical Shells // Comput. Mech. – 1999. – **22**. – P. 437 – 442.
15. *Shevchenko V.P., Zakora S.V.* On the Mutual Influence of Closely Located Circular Holes with Rigid Contours in a Spherical Shell // J. Math. Sci. – 2011. – **174**, N3. – P. 322 – 330.
16. *Zakora S.V., Chekhov Val.N.* Stress State of a Transversely Isotropic Spherical Shell with a Rigid Circular Inclusion// Int. Appl. Mech. – 2005. – **41**, N 12. – P. 1384 – 1390.

Поступила 28.12.2011

Утверждена в печать 06.06.2013