

В. Д. Будак¹, А. Я. Григоренко²,
В. В. Хоришко³, М. Ю. Борисенко⁴

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПОСТОЯННОЙ И ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ

^{1,3,4} Николаевский национальный университет им. В.О. Сухомлинского,
ул. Никольская, 24, 54030, Николаев, Украина; e-mail: taxborisenko530@mail.ru

² Институт механики им. С.П. Тимошенко НАНУ,
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина; e-mail: ayagrigorenko@yandex.ru

Abstract. A holographic interferometry technique is proposed for determination of frequencies of natural vibrations of isotropic circular cylindrical shells of constant and varying thickness and equivalent mass. It is detected that the resonant frequencies of the cylindrical shell of varying thickness exceed the corresponding frequencies of cylindrical shell of constant thickness under condition of conservation of mass and for the small number of semi-waves along the directrix.

Key words: natural vibrations, isotropic circular cylindrical shell, holographic interferometry, varying thickness.

Введение.

Оболочечные конструкции являются распространенными элементами современных технических сооружений. Поэтому оценка прочностных параметров таких элементов необходима для выбора оптимальных режимов эксплуатации конструкций в целом [8 – 10]. Одними из таких параметров являются резонансные частоты и формы колебаний тонкостенных элементов машин и сооружений.

Наряду с численно-аналитическими методами определения частот и форм свободных колебаний оболочек большое значение имеют экспериментальные методы определения их вибрационных характеристик, некоторые из них рассмотрены в публикациях [1 – 5]. Преимуществом теоретических методов является простота оценки резонансных частот всей конструкции в целом или отдельных ее элементов, в частности, в рамках определенной модели. Недостатком является то обстоятельство, что сами эти модели не всегда адекватно описывают поведение конструкций в определенных условиях. Поэтому экспериментальные методы не только дают реальную картину поведения механических конструкций под действием переменных нагрузок, но и позволяют оценить границы применимости тех или иных теоретических моделей.

В данной работе исследованы частоты и формы свободных колебаний консольно заземленных изотропных круговых цилиндрических оболочек постоянной и переменной толщины эквивалентной массы с помощью экспериментального метода голографической интерферометрии.

1. Методика голографической интерферометрии.

Оптическая голография – это способ записи и восстановления световых волн путем регистрации картины интерференции предметной волны и когерентной с ней опорной волны. Зарегистрированная на определенном носителе интерференционная картина называется голограммой. Процесс записи и возобновления голографических изображений исследован полно в [6, 10 – 15].

Если на фотопластинке зафиксировать результат интерференции опорной и предметной волны (рис. 1), а затем полученную голограмму осветить только опорной волной, то голограмма превращает опорную волну в копию предметной волны (рис. 2). При этом голограмма дает возможность восстановить как мнимое, так и действительное изображение исследуемой оболочки.

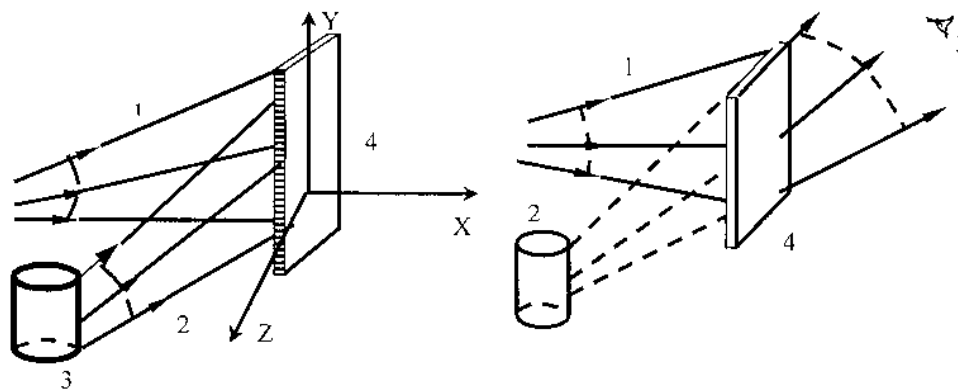


Рис. 1

Рис. 2

На рис. 1 показана схема записи голограммы: 1 – опорная волна; 2 – предметная волна; 3 – оболочка; 4 – фотопластинка.

На рис. 2 дана схема восстановления голограммы: 1 – опорная волна; 2 – мнимое изображение оболочки; 3 – наблюдатель; 4 – фотопластинка.

Важным свойством голограммы является то, что она позволяет одновременно восстановить точные копии световых волн, которые отражались оболочкой в разные моменты времени и при разных состояниях оболочки.

При наложении этих волн возникает интерференционная структура, которая несет информацию об изменениях волнового фронта и является голографической интерферограммой. Голографическая интерферометрия, в отличие от классической, позволяет исследовать объекты неправильной формы и объекты с разным качеством обработки поверхности. Важно также, что голографическая интерферометрия не предъявляет особых требований к качеству оптики.

Принцип голографических измерений для оболочек с диффузно отражающей поверхностью заключается в интерферометрическом сравнении волн, отраженных оболочкой в деформированном и недеформированном состояниях.

Практически такое сравнение можно проводить двумя способами:

а) зафиксировать на голограмме оболочку в исходном состоянии, а затем полученную голографическую копию световой волны в реальном времени сравнить со световой волной, которую отражает деформированная оболочка;

б) методом двойной экспозиции зарегистрировать на голограмме оба состояния оболочки и наблюдать результат наложения двух световых волн, восстановленных голограммой.

Голографическая интерферометрия в реальном времени отличается от двухэкспозиционной тем, что на голограмме регистрируется объект только в одном состоянии (опорная голограмма). После фотохимической обработки голограмма с интерферометрической точностью устанавливается на место экспонирования. В итоге за голограммой происходит интерференция предметной волны (что прошла через голограмму) и ее голографической копии. Если при этом с объектом происходят изменения, которые приводят к возникновению фазового сдвига в предметной волне по отношению к ее копии, то возникает интерференционная картина, наблюдаемая в реальном времени. Как и в методе двух экспозиций, интенсивность результирующей волны будет промодулирована по гармоничному закону

$$I(x, y) \sim 2[1 + \cos \delta(x, y)]. \quad (1.1)$$

Выражение (1.1) показывает, что голограмма восстановит предметную волну (т. е. мнимое изображение объекта), промодулированную интерференционными полосами $2[1 + \cos \delta(x, y)]$. На участках волнового фронта, где $\delta = 2n\pi$, получим светлые полосы, а где $\delta = (2n + 1)\pi$ – темные полосы ($n = 0, 1, 2, \dots$).

В обоих случаях условие возникновения интерференции для каждой точки поверхности можно записать в виде

$$N\lambda = U(\cos \alpha + \cos \beta), \quad (1.2)$$

где λ – длина световой волны; N – порядок полосы, который отвечает данной точке поверхности оболочки; U – перемещение точки поверхности оболочки; α – угол между вектором перемещения и волновым вектором освещения; β – угол между вектором перемещения и вектором наблюдения.

Голографическое изображение оболочки при этом оказывается покрытым системой интерференционных полос, которые проходят через точки равных разностей хода лучей. При исследовании колебаний интерференционную картину можно наблюдать в реальном времени, что позволяет точно установить момент возникновения резонанса, выбрать необходимый режим вибровозбуждения и оперативно исследовать спектр собственных частот и форм колебаний.

Для изучения вибраций метод голографической интерферометрии применяется в двух модификациях: метод усреднения по времени (метод Пауш – Стетсона) и метод стробоголографической интерферометрии.

При усреднении по времени исследуемый объект вибраций регистрируется на голограмме при освещении непрерывным световым потоком. Поскольку в амплитудных положениях колеблющиеся точки находятся в больший промежуток времени, чем в промежуточных, поэтому на голограмме они фиксируются, в основном, только в амплитудных положениях.

Соответственно, возобновленная голограмма воспроизводит в мнимом изображении два мнимых изображения, удаленных друг от друга на удвоенную амплитуду колебаний. Интерференция этих волн приводит к образованию интерферограммы. Причем в узлах колебаний яркость изображения высока, а по мере увеличения амплитуды она падает, что приводит к резкому снижению контраста интерференционных полос.

Соответствующие расчеты показывают, что при гармонических колебаниях яркость точек изображения оболочки, восстановленной из усредненной по времени голограммы, выражается такой зависимостью:

$$I \approx \alpha^2 \gamma_0^2 (4\pi A/\lambda), \quad (1.3)$$

где I – яркость точки в восстановленном изображении; γ_0 – функция Бесселя первого рода нулевого порядка; A – амплитуда колебаний точки; α – амплитуда световой волны; λ – длина световой волны.

График этой функции представлен на рис. 3, где α – яркость изображения объекта из голограммы, усредненной во времени; $\bar{\alpha}$ – яркость изображения объекта, полученного с применением стробированного излучения.

Уменьшение яркости полос с увеличением амплитуды колебаний объясняется наличием некогерентной подсветки при прохождении оболочкой промежуточных положений между амплитудами колебаний.

При оценке распределения амплитуд колебаний поверхности оболочки по интерферограммам форм колебаний, усредненных во времени, возникают проблемы точности определения координат полос интерференции. Поэтому для решения поставленных задач применен метод стробоголографической интерферометрии, при котором существенно растет контраст полос и точность предела измерений.

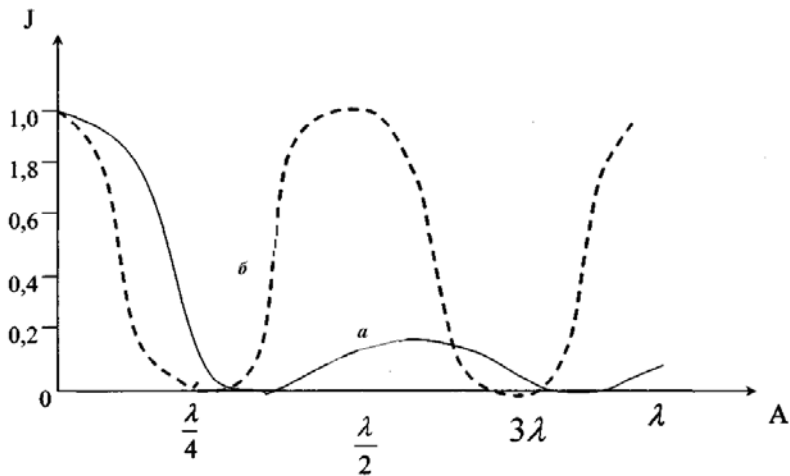


Рис. 3

Чтобы получить высокий контраст интерференционной картины по всей наблюдаемой поверхности вибрирующего объекта, необходимо убрать аргоновую засветку голограммы в те моменты времени, когда объект проходит промежуточные между амплитудными положениями. С этой целью удобно использовать стробоскопическую регистрацию голограммы, синхронизируя стробоимпульсы с амплитудными состояниями объекта. Модуляцию излучения осуществляют электрооптическим модулятором.

Импульсное освещение эффективно используется при исследовании периодических колебаний. Такие методы получения интерферограмм были названы стробоголографическими. Их значение заключается в том, что вибрирующий объект при голографировании освещается только в определенные моменты времени, например, соответствующие амплитудным значениям вибраций. Интерференционная картина в этом случае точно такая же, которая была при статических деформациях со сдвигами точек, равными размаху колебаний. По сравнению с методом усреднения контраст полос существенно растет, расширяются пределы измерения, однако эксперимент усложняется: необходим оптический модулятор, синхронизация с источником исследуемых колебаний. Кроме того, необходим компромисс при выборе длительности световых импульсов. Если импульсы очень коротки, то может быть неразрешенным время экспозиции. При росте же длительности импульсов падает контраст интерференционных полос.

Данный метод является видоизмененным методом усреднения во времени. Если возбужденную оболочку во время получения голограммы освещать короткими световыми импульсами, синхронизированными с ее амплитудными положениями, то при скважности импульсов ≥ 20 полученную интерферограмму без существенных ошибок можно рассматривать как вариант двух экспозиций. Яркость интерференционных максимумов на ней достаточно незначительно уменьшается с ростом амплитуды колебаний. Расчеты показывают, что при высокой скважности стробирования яркость точек на стробоинтерферограмме зависит от амплитуды по такому закону:

$$I \approx \alpha^2 \cos^2(2\pi A/\lambda). \quad (1.4)$$

Если импульс освещения достаточно короток, то этот метод эквивалентен методу голографической интерферометрии неподвижных объектов в реальном времени. Однако световой импульс может освещать возбужденную поверхность в любой из фаз колебания, которое дает возможность сравнивать положение поверхности в любых из фаз колебания с ее неподвижным положением. Возможно, также изменять частоту колебаний и таким образом исследовать модовую структуру колебаний в широком диапазоне частот. При этом световые импульсы синхронизируются с колебаниями поверхности. Этим способом можно исследовать острые резонансы. Такая модификация

стробоголографического метода позволяет наблюдать изменение интерференционной картины при увеличении амплитуды колебаний от нуля до определенной величины, при которой контраст полос становится неудовлетворительным или при приближении частоты колебаний к резонансной. При описанных наблюдениях стало возможно определять положение узловых линий для данных частот, а также определять относительную фазу колебаний для всех точек модовой картины вибраций. Стробоскопические методы применяются и в голографической двухэкспозиционной интерферометрии. Одна из их модификаций такая: используются пары световых импульсов, которые дают две экспозиции; пары импульсов синхронизируются с вибрацией так, что они освещают объект один раз за период колебания; при восстановлении голограммы получается система интерференционных полос, которые характеризуют относительное смещение поверхности за время между первым и вторым импульсами; интервалы между импульсами регулируются, что позволяет исследовать достаточно сильные вибрации, т. е. уменьшать относительное смещение поверхности между импульсами при больших амплитудах колебаний, оставаясь при этом в пределах точности метода.

Для решения поставленных задач в данной работе разработана и применена вторая модификация метода. Первую экспозицию проводили при неподвижной поверхности. Для обеспечения при восстановлении высокой дифракционной эффективности время первой экспозиции выбирали равным половине привычного времени экспозиции. Потом возбуждали вибрацию поверхности, а для освещения поверхности использовали синхронизированные с колебаниями световые импульсы. При таких условиях повторно экспонировали голограмму. При восстановлении голограммы появляется характерная для метода двух экспозиций интерференционная картина, которая имеет характерные для стробоскопического метода преимущества, а именно: 1) амплитуды вибраций можно изучать в любой фазе колебаний; 2) интерференционные полосы имеют постоянный контраст.

Для определения амплитуд колебаний поверхности оболочек вдоль образующей использован однокомпонентный голографический интерферометр на базе гелий-неонового лазера ЛГН - 222 (рис. 4). Лазерный луч светоделительной пластинкой 4 делится на два луча, из которых зеркалами 6, 11, микрообъективами 7 и 8 формируются, соответственно, пучок освещения оболочки и опорный пучок.

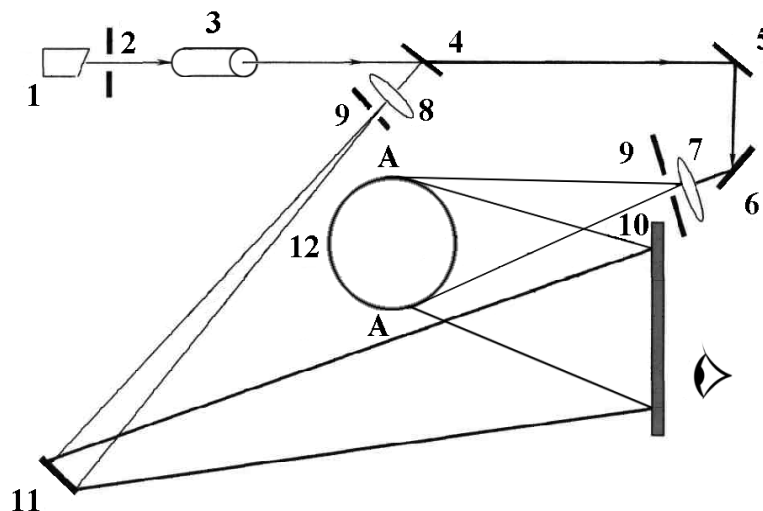


Рис. 4

На рис. 4 показана оптическая схема установки: 1 – лазер ЛГН-222; 2 – затвор; 3 – электрооптический модулятор МЛ-3; 4 – светоделительная пластинка; 5, 6, 11 – 100% плоские зеркала; 7, 8 – микрообъективы; 9 – диафрагма; 10 – голограмма; 12 – оболочка.

2. Результаты исследований.

С помощью вышеописанной методики голографической интерферометрии исследован спектр резонансных колебаний консольно защемленной изотропной круговой цилиндрической оболочки переменной и постоянной толщины эквивалентной массы (рис. 5, а, б): а) тонкостенная цилиндрическая оболочка переменной толщины с параметрами: сталь 40Х (плотность $c = 7850$ кг/м³, модуль Юнга $E = 21,4 \cdot 10^{10}$ Па, коэффициент Пуассона $\nu = 0,28$), высота $h = 120$ мм, толщина изменяется линейно от 8,6 мм до 0,5 мм; б) тонкостенная цилиндрическая оболочка постоянной толщины с параметрами: сталь 40Х (плотность $c = 7850$ кг/м³, модуль Юнга $E = 21,4 \cdot 10^{10}$ Па, коэффициент Пуассона $\nu = 0,28$), высота $h = 120$ мм, толщина $d = 4,55$ мм.

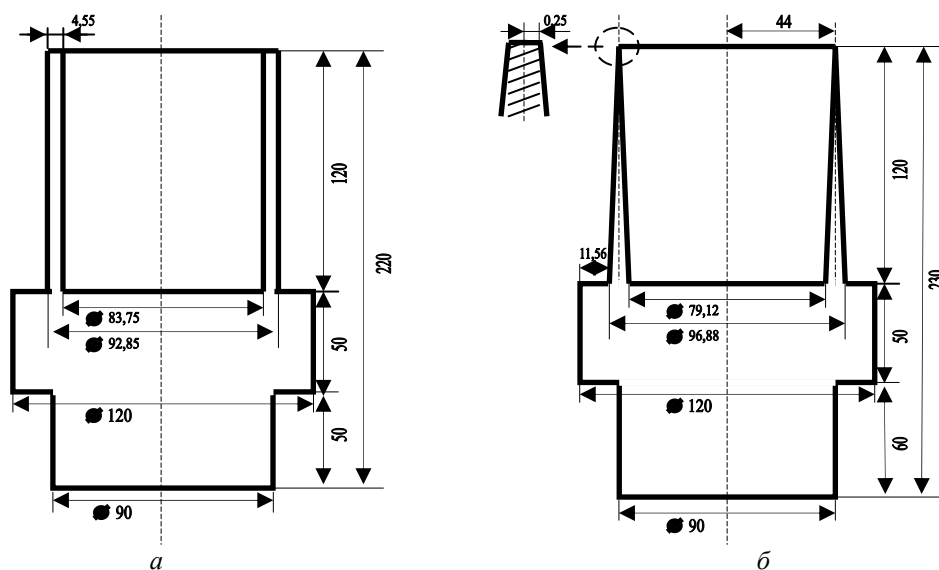


Рис. 5

Нижний край оболочки – жестко закреплен, верхний край – свободен. Свободные частоты колебаний определялись путем наблюдения интерферограмм возбуждаемой оболочки в реальном времени. Регистрация форм колебаний проводилась с помощью цифровой фотокамеры Canon A630.

В таблице представлены экспериментальные резонансные частоты $\nu_{\text{экспер}}$ (Гц) исследуемых оболочек эквивалентной массы (при различном числе полуволн вдоль образующей и направляющей); n , m – количество узлов вдоль образующей и направляющей для оболочек постоянной ($h = \text{const}$) и переменной ($h \neq \text{const}$) толщин, соответственно.

n	m	$h = \text{const}$	$h \neq \text{const}$
1	4	2238	2794
1	6	4544	3438
2	4	6722	7916
2	6	7047	7530
1	8	8346	4581
2	8	10090	9176
3	6	11856	12131
3	4	12469	13161
1	10	13193	6803
2	10	14700	12130

На основании данных таблицы выполнен сравнительный анализ частот исследованных оболочек соответственно количеству узлов n вдоль образующей, представленный в виде гистограмм (рис. 6 – 8).

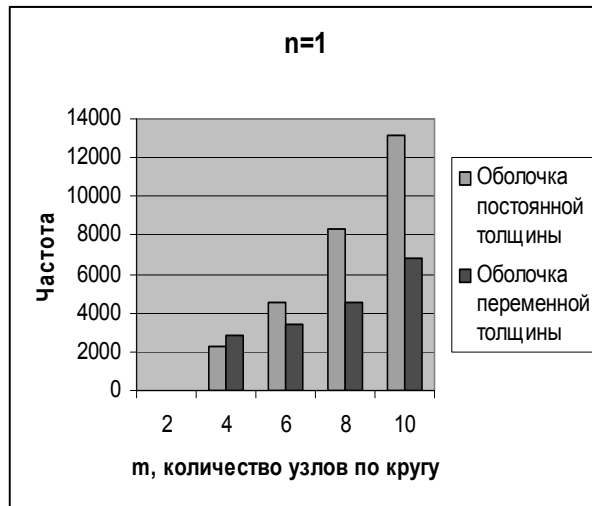


Рис. 6

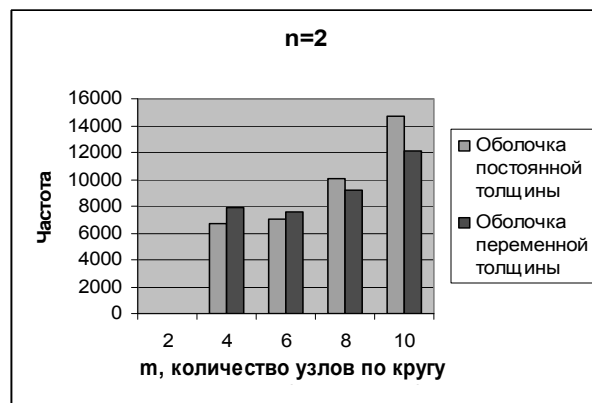
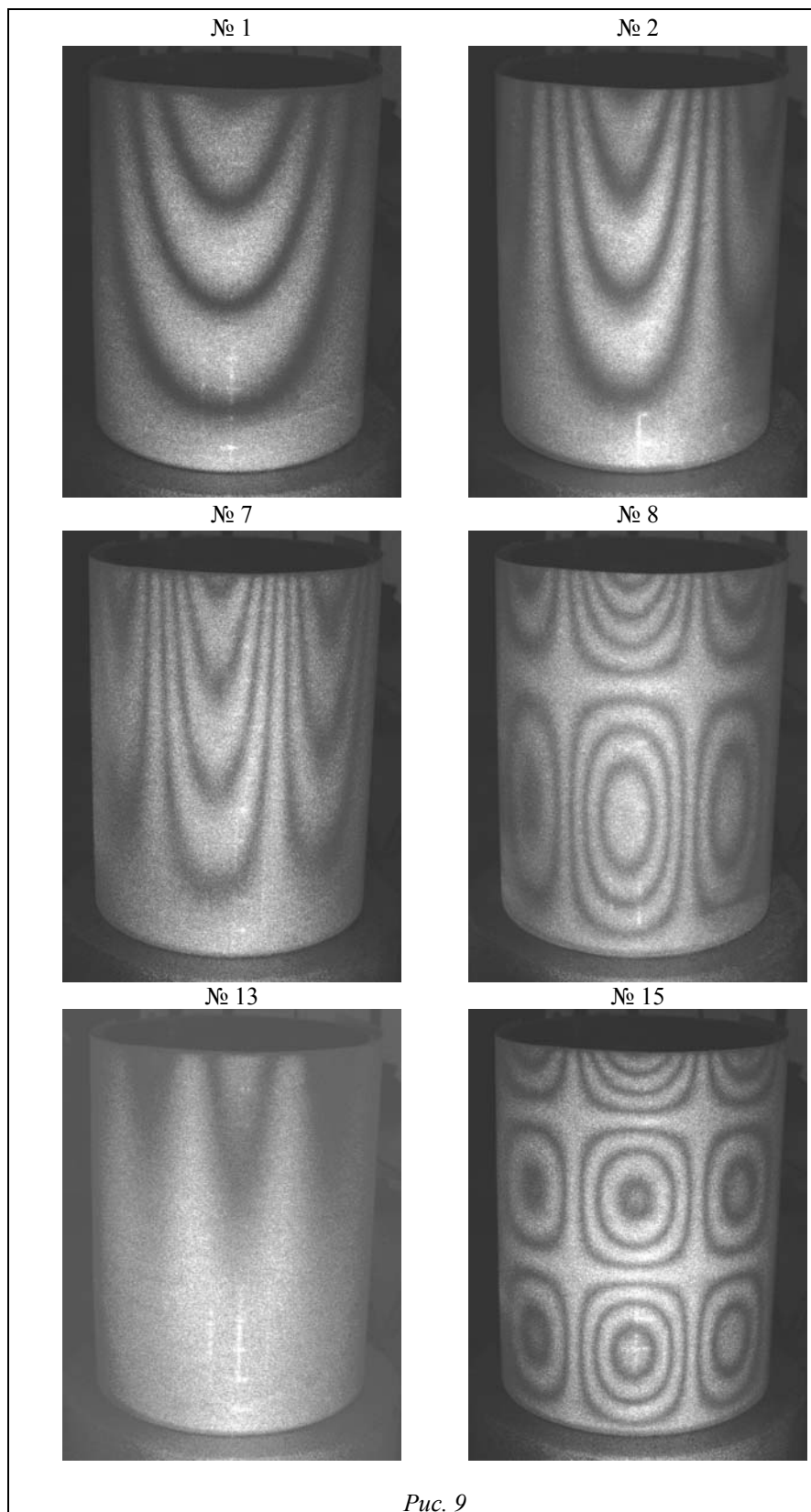


Рис. 7



Рис. 8

На рис. 9 представлены экспериментальные голограммы резонансных форм колебаний исследованных оболочек постоянной толщины.



Выводы.

Из результатов таблицы и рис. 6 – 8 следует, что резонансные частоты оболочки переменной толщины с малым числом полуволн вдоль направляющей заметно выше аналогичных частот оболочки постоянной толщины. С увеличением числа полуволн по образующей частоты оболочки постоянной толщины начинают превышать аналогичные частоты оболочки переменной толщины; все это справедливо при одинаковом числе полуволн вдоль образующей.

Из анализа экспериментальных голограмм оболочки постоянной толщины следует, что наибольшие прогибы будут у её свободного контура, что хорошо согласуется с теоретическими расчетами. Однако не все резонансные формы бывают четко видны (например, 13-я резонансная форма) из-за малого числа полуволн вдоль образующей и одновременно большого числа полуволн вдоль направляющей. Кроме того, предложенная экспериментальная методика не позволяет четко идентифицировать продольные и крутильные резонансные формы. Этот недостаток может быть в дальнейшем устранен путем модификации предложенной схемы измерений голографированием оболочки в трех взаимно перпендикулярных плоскостях.

РЕЗЮМЕ. Розглянуто методику голографічної інтерферометрії для визначення частот вільних коливань ізотропних кругових циліндричних оболонок постійної і змінної товщини та еквівалентної маси. Виявлено, що при малому числі півхвиль вздовж направляючої резонансні частоти оболонки змінної товщини перевищують аналогічні частоти циліндричної оболонки постійної товщини при збереженні маси.

1. Будак В.Д. та ін. Експериментальне визначення динамічних характеристик товстостінної циліндричної оболонки методом голографічної інтерферометрії. – Миколаїв, МДУ, 2005. – 67 с.
2. Вест Ч. Голографическая интерферометрия. – М.: Мир, 1982. – 504 с.
3. Гинзбург В.М., Степанов Б.М. Голографические измерения. – М.: Радио и связь, 1981. – 296 с.
4. Козачек А.Б. Голографические методы исследования в экспериментальной механике. – М.: Машиностроение, 1984.
5. Островський Ю.І., Бутусов М.М., Островська Г.В. Голографічна інтерферометрія. – М.: Наука, 1977. – 335 с.
6. Bouet B., Chetters T., Krishnasvany S. Synchronized reference updating technique for electronic speckle interferometry. // Applied Optics. – 1996. – **35**. – P. 4502 – 4509.
7. Chien-Ching Ma., Chi-Hung Huang. Experimental whole-field interferometry for transverse vibrations of plates // J. Sound and Vibration. – 2004. – **271**. – P. 493 – 506.
8. Grigorenko Ya.M., Grigorenko A.Ya. State and dynamical problems for anisotropic inhomogeneous shells with variable thickness (review) // Int. Appl. Mech. – 2013. – **49**, N 2. – P. 123 – 193.
9. Grigorenko A.Ya., Loza I.A. Non-axisymmetric waves in layered hollow cylinders with piezoceramic radially polarized layers // Int. Appl. Mech. – 2013. – **49**, N 6. – P. 641 – 649.
10. Grigorenko A.Ya., Vovkodav O.V., Yaremchenko S.N. Stress-strain state of thinning spherical shells of variable thickness under localized loads // Int. Appl. Mech. – 2013. – **49**, N3. – P. 315 – 321.
11. Hung Y.Y., Taylor C.E. Measurement of slopes structural deflections by speckle-shearing interferometry. // Exp. Mech. – 1974. – **14**, N 7. – P. 281 – 285.
12. Shellabeer M.C., Tyrer J.K. Application of ESPI to three-dimensional vibration measurements. // Optics and Lasers in Engineering. – 1991. – **15**. – P. 43 – 56.
13. Stetson K.A. Analysis of double-exposure speckle photography with two-beam illumination // J. of Opt. Soc. Amer. – 1974. – **64**, N6. – P. 857 – 871.
14. Stetson K.A. Review of speckle photography and interferometry // Opt. Eng. – 1975. – **14**, N5. – P. 482 – 489.
15. Wang W.C., Hwang C.H., Lin S.Y. Vibration measurement by time-averaged electronic speckle pattern interferometry // J. of Nondestructive Evaluation – 1993. – **12**. – P. 133 – 138.

Поступила 07.10.2010

Утверждена в печать 26.06.2013