

В. Б. Ларин

О ПОВЫШЕНИИ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ КВАДРОКОПТЕРОМ

*Институт механики им. С.П. Тимошенко НАНУ,
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина; e-mail: model@inmech.kiev.ua*

Abstract. A problem of increasing the reliability of functioning of a control system of quadcopter is considered basing on introduction into the system the dynamic observer. This problem is thoroughly studied relative to the algorithm of motion control on coordinate y . It is obvious that the similar approach can be used to motion control on the x axis. In such statement of the problem, the used procedure of selection of the feedback chain coefficients is not traditional. Thereupon, the inverse problem of synthesis of the optimum controller is considered. It is shown on an example that the dynamic characteristics of the closed system with dynamic observers does not differ practically from the dynamic characteristics of system without the dynamic observer.

Key words: quadcopter, dynamic observer, fault isolation.

Введение.

Различные задачи управления движением [2, 8], в том числе задача управления квадрокоптером продолжают привлекать внимание исследователей (см., например [13], где есть дальнейшие ссылки). В [10, 11], базируясь на математической модели квадрокоптера [4], показано, что линейный регулятор, при использовании соответствующих оптимизационных процедур, может быть конкурентноспособным по отношению к нелинейному регулятору (характеристики замкнутой системы с линейным регулятором могут быть качественно не ниже характеристик замкнутой системы с нелинейным регулятором). Этот результат позволил рассматривать в линейной постановке различные задачи управления квадрокоптером [10, 11], в том числе задачу детектирования отказов в системе, используя критерий χ^2 [7]. Отметим, что значительное внимание уделяется задачам ликвидации отказов датчиков [5, 12].

§1. Постановка задачи.

Используя для управления квадрокоптером линейную цепь обратной связи, рассмотрим задачу ликвидации отказа датчика, определяющего угол наклона квадрокоптера. Существенно, что в отличие от традиционного подхода, ниже показана возможность замены «отказавшего» датчика динамическим наблюдателем. В этой связи, применительно к модели квадрокоптера [4], рассмотрена задача построения наблюдателя, который может быть использован, когда «отказал» датчик угла наклона. Отметим, что изложенная ниже процедура синтеза системы обратной связи с таким динамическим наблюдателем отличается от традиционной [1]. В этой связи рассмотрена обратная задача синтеза оптимального регулятора [1, 9].

Изложенные в статье процедуры иллюстрируются примером.

§2. Общее соотношение [4].

Пусть $\xi = [x \ y \ z]'$ – радиус-вектор центра квадрокоптера, ψ, θ, φ – углы рыскания, тангажа и крена, соответственно; f_i – подъемная сила i -го двигателя M_i ($i = \overline{1,4}$). Штрих (') здесь и далее обозначает транспонирование. Согласно [4], уравнения движения данной системы имеют такой вид:

$$m\ddot{x} = -u \sin \theta ; \quad (2.1)$$

$$m\dot{y} = u \cos \theta \sin \varphi ; \quad (2.2)$$

$$m\ddot{z} = u \cos \theta \cos \varphi - mg ; \quad (2.3)$$

$$\ddot{\psi} = \tilde{\tau}_{\psi} ; \quad (2.4)$$

$$\ddot{\theta} = \tilde{\tau}_{\theta} ; \quad (2.5)$$

$$\ddot{\varphi} = \tilde{\tau}_{\varphi} . \quad (2.6)$$

В уравнениях (2.1) – (2.6) принято: m – масса аппарата; $g = 9,8$ м/с – ускорение силы тяжести; u , $\tilde{\tau}_{\psi}$, $\tilde{\tau}_{\theta}$, $\tilde{\tau}_{\varphi}$ – управляющие воздействия, которые являются функциями f_1 . В [4] воздействие u используется для управления высотой положения аппарата, управление $\tilde{\tau}_{\psi}$ позволяет стабилизировать угол рыскания. Воздействия $\tilde{\tau}_{\theta}$ и $\tilde{\tau}_{\varphi}$ используются для управления углами θ и φ , и перемещением аппарата по осям x и y , соответственно.

Согласно [4], управление высотой полета аппарата определяется следующим соотношением (предполагается, что $\cos \theta \cos \varphi \neq 0$):

$$u = (r_1 + mg) \frac{1}{\cos \theta \cos \varphi} . \quad (2.7)$$

В (2.7) принято

$$r_1 = -a_{z_1} \dot{z} - a_{z_2} (z - z_d) . \quad (2.8)$$

В (2.8) a_{z_1} , a_{z_2} – положительные константы, а z_d является заданной высотой полета. Аналогичным является алгоритм управления углом рыскания:

$$\tilde{\tau}_{\psi} = -a_{\psi_1} \dot{\psi} - a_{\psi_2} (\psi - \psi_d) . \quad (2.9)$$

Предполагая, что $\cos \theta \cos \varphi \neq 0$, согласно (2.7) – (2.9), имеем:

$$m\ddot{x} = -(r_1 + mg) \frac{\tan \theta}{\cos \varphi} ; \quad (2.10)$$

$$m\dot{y} = (r_1 + mg) \tan \varphi ; \quad (2.11)$$

$$\ddot{z} = \frac{1}{m} (a_{z_1} \dot{z} - a_{z_2} (z - z_d)) ; \quad (2.12)$$

$$\ddot{\psi} = -a_{\psi_1} \dot{\psi} - a_{\psi_2} (\psi - \psi_d) . \quad (2.13)$$

В (2.12), (2.13) коэффициенты a_{ψ_1} , a_{ψ_2} , a_{z_1} , a_{z_2} должны быть выбраны из условия асимптотической устойчивости этих систем, что, в свою очередь, обеспечит выполнение условия $\psi \rightarrow \psi_d$, $z \rightarrow z_d$.

В [4] отмечается, что после окончания переходных процессов в системах (2.12), (2.13) можно соотношения (2.10), (2.11) заменить следующими:

$$\ddot{x} = -g \frac{\tan \theta}{\cos \varphi}; \quad (2.14)$$

$$\ddot{y} = g \tan \varphi. \quad (2.15)$$

Предполагая углы θ, φ малыми и приняв во внимание уравнения (2.5), (2.6), в [4] приведены следующие соотношения, определяющие изменения этих координат:

$$\ddot{y} = g\varphi; \quad (2.16)$$

$$\ddot{\varphi} = \tilde{\tau}_\varphi; \quad (2.17)$$

$$\ddot{x} = -g\theta; \quad (2.18)$$

$$\ddot{\theta} = \tilde{\tau}_\theta. \quad (2.19)$$

В [4] на примерах проведено сравнение линейных и нелинейных алгоритмов стабилизации аппарата. Так, в качестве примера рассмотрена система (2.16), (2.17), которую можно представить в следующем виде:

$$\dot{p} = Ap + Bu; \quad p = [y, \dot{y}, \varphi, \dot{\varphi}]; \quad (2.20)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]'; \quad u = \bar{\tau}_\varphi.$$

Для системы (2.20) авторы [4] синтезируют оптимальный линейный регулятор в соответствии со следующим критерием качества:

$$J = \int_0^{\infty} (p'Qp + u'Ru) dt. \quad (2.21)$$

Отметим, что синтезируя регулятор в соответствии с (2.21), целесообразно уменьшить во время переходного процесса величину фазовых координат $\varphi, \dot{\varphi}$ и управления $\bar{\tau}_\varphi$. Руководствуясь этими соображениями, можно выбрать следующие значения для матриц R, Q :

$$R = 10^4, \quad Q = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -4 & 6 \\ -2 & 4 & 8 & -12 \\ -4 & 8 & 16 \cdot 10^4 & -24 \\ 6 & -12 & -24 & 36 \cdot 10^4 \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

Оптимизируя (2.20) при значениях R, Q (2.22), получаем следующие значения коэффициентов регулятора (K) и корни замкнутой системы ($A - BK$):

$$K = [0,01 \quad 0,1083 \quad 5,5123 \quad 6,8574]; \quad (2.23)$$

$$-5,9623, \quad -0,6702, \quad -0,1125 \pm 0,1090i.$$

В [11] при исходных данных (приведенных на Fig. 5 [4]): $y(0) = 200\text{ м}$, $\dot{y}(0) = 0$, $\varphi(0) = 40^\circ$, $\dot{\varphi}(0) = 0$ проведено сравнение переходных процессов в случае линейного

регулятора (2.23) и нелинейного регулятора Fig. 5 [4]. В [11] отмечено, что сравнение переходных процессов свидетельствует о том, что линейный регулятор (2.23) обеспечивает лучшие параметры этих процессов, чем нелинейный регулятор [4].

§3. Динамический наблюдатель.

Предположим, что в системе (2.20) не наблюдается угол φ («отказ» соответствующего датчика). Другими словами, предлагается, что наблюдается вектор Y :

$$Y = Cp; \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

В этой связи возникает задача синтеза динамического наблюдателя, выход которого можно было бы использовать в алгоритме формирования управляющего воздействия.

Итак, пусть движение объекта описывается уравнениями (2.20), (3.1), в которых матрицы A, B, C имеют размеры $n \times n, n \times q, m \times n$, соответственно. Известно (см. [1], где есть дальнейшие ссылки), что если эта система идентифицируема, то можно построить $(n - m)$ - мерный идентификатор состояния:

$$\dot{z} = Dz + Q_c Y + TBu, \quad (3.2)$$

в котором матрицы T и Q_c удовлетворяют уравнению Сильвестра

$$TA - DT = Q_c C \quad (3.3)$$

и матрица $\bar{C} = \begin{bmatrix} T \\ C \end{bmatrix}$, обратима. В этом случае оценку \hat{p} фазового вектора p можно принять в виде

$$\hat{p} = [G \quad H] \begin{bmatrix} z \\ Y \end{bmatrix}; \quad [G \quad H] = \bar{C}^{-1}.$$

Качество этой оценки характеризует следующее соотношение:

$$\hat{p}(t) - p(t) = Ge^{Dt}(z(0) - Tp(0)). \quad (3.4)$$

Таким образом, задача синтеза наблюдателя при заданной матрице D , которая согласно (3.4) обеспечивает его динамические свойства, сводится к определению матриц T и Q_c , которые удовлетворяют (3.3). Отметим, что выбор матрицы T влияет на число обусловленности (отношение максимального сингулярного числа к минимальному) матрицы \bar{C} . Увеличение числа обусловленности матрицы \bar{C} может увеличить норму матрицы G в (3.4) и, как следствие, ухудшить качество оценки \hat{p} . Поэтому обычно выбор матриц T и Q_c подчиняют условию минимизации числа обусловленности матрицы \bar{C} . В такой постановке для решения задачи синтеза наблюдателя следует определить множество решений уравнения (3.3) и выбрать из них то, которое минимизирует число обусловленности матрицы \bar{C} .

Итак, введем следующие обозначения. Пусть $X_{1*}, X_{2*}, \dots, X_{n*}$ – строки матрицы X . По определению имеем:

$$\text{vec}(X) = \begin{bmatrix} X'_{1*} \\ \vdots \\ X'_{n*} \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Известно, что используя обозначение (3.5), матричное уравнение (3.3) можно записать в виде следующей системы уравнений:

$$Wv = 0; \quad W = \begin{bmatrix} (I \otimes A^T - D \otimes I) & I \otimes C' \end{bmatrix}; \quad v = \begin{bmatrix} \tau \\ q_c \end{bmatrix}; \quad \tau = \text{vec}(T); \quad q_c = \text{vec}(Q_c). \quad (3.6)$$

Здесь \otimes – знак прямого (тензорного) произведения матриц (это произведение реализуется процедурой `kron.m` пакета MATLAB).

Отметим, что структура системы (2.20), (3.1) позволяет, в соответствии с (3.6), выбрать матрицы T , Q_c таким образом, что уравнение (3.2) будет выглядеть так (см. пример):

$$\dot{z} = \dot{\varphi} + Dz; \quad TB = 0. \quad (3.7)$$

Таким образом, уравнение движения системы (2.20), дополненное уравнением наблюдателя (3.7) с учетом (3.1) имеет вид:

$$\dot{p} = A_z p + Bu; \quad Y = C_1 p; \quad C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$p = [y \quad \dot{y} \quad \varphi \quad \dot{\varphi} \quad z]'; \quad B = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0]'; \quad (3.8)$$

$$A_z = \begin{bmatrix} A & A_0 \\ A_1 & D \end{bmatrix}; \quad A_0 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]'; \quad A_1 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1],$$

матрица A определяется (2.20).

§4. Процедура оптимизации.

Для оптимизации системы (3.8) можно использовать различные численные процедуры выбора регулятора, стабилизирующего систему по выходной переменной [1]. Однако, используя специфику структуры системы (3.8), можно указать «нетрадиционный» алгоритм оптимизации.

Итак, пусть в оптимизируемом функционале (2.21) матрица Q имеет следующую структуру:

$$Q = \begin{bmatrix} \bar{Q} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.1)$$

Размер матрицы Q равен 5×5 , ненулевой блок \bar{Q} имеет размер 4×4 . В случае, когда наблюдаются все координаты, оптимизируя систему (3.8) в соответствии с критерием оптимальности (2.21), (4.1), получаем уравнения оптимального регулятора, который, как следствие структуры системы (3.8), будет иметь следующий вид:

$$K = [k_1 \quad k_2 \quad k_3 \quad k_4 \quad 0]. \quad (4.2)$$

В случае, когда не наблюдается координата φ , уравнение регулятора (4.2) можно заменить следующим:

$$K = [k_1 \quad k_2 \quad 0 \quad k_4 \quad k_3]. \quad (4.3)$$

Однако, в общем случае, такая замена стратегии управления (замена (4.2) на (4.3)) может привести к потере устойчивости замкнутой системы. В этой связи, можно (см. пример) подобрать так константу D в (3.2), (3.8), чтобы, с одной стороны, (согласно (3.4)) оценка φ достаточно быстро бы стремилась к истинному значению φ , а, с дру-

гой стороны, динамические параметры системы с регулятором (4.3) мало бы отличались от параметров, которые соответствуют регулятору (4.2). Другими словами, алгоритм оптимизации включает следующие шаги. Первый шаг состоит в решении линейно-квадратичной задачи, определяемой (2.21), (3.8), (4.1) (процедура `are.m` пакета MATLAB), т.е. в получении регулятора (4.2). Далее, на втором шаге, подбирается величина константы D таким образом, что для управления системой (3.8) можно использовать регулятор (4.3).

Отметим, что регулятор (4.2) получен в результате минимизации квадратичного функционала (2.21) при заданных значениях Q и R . Естественно возникает вопрос, каким значениям матриц Q и R в (2.21) соответствует регулятор (4.3).

§5. Алгоритм решения обратной задачи синтеза оптимального регулятора [1, 9].

Сформулируем прямую и обратную задачи аналитического конструирования регуляторов. Задачи аналитического конструирования регуляторов для линейной стационарной системы, оптимизируемой по квадратичному функционалу или линейная квадратичная (ЛК) задача формулируется так: движение объекта описывается стационарной системой дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = Ax + Bu; \quad x(0) \neq 0, \quad (5.1)$$

где x – вектор состояния системы; u – вектор управляющих воздействий; A, B – не зависящие от времени матрицы соответствующих размеров. Необходимо определить регулятор (матрицу K)

$$u = Kx, \quad (5.2)$$

который, обеспечивая устойчивость замкнутой системы

$$\operatorname{Re} \lambda(A + BK) < 0, \quad (5.3)$$

минимизировал бы функционал (2.21). В (2.21) принято: $Q = Q^T \geq 0, R = R^T > 0$. Известно, что решение этой (прямой) задачи, определяемой (2.21), (5.1) – (5.3), имеет вид

$$K = -R^{-1}B^T P, \quad (5.4)$$

где симметричная матрица P является, так называемым, стабилизирующим решением матричного алгебраического уравнения Риккати

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0. \quad (5.5)$$

Обращение проблемы аналитического конструирования регуляторов или обратная ЛК задача формулируется так. Заданы матрицы A, B, K , удовлетворяющие условию (5.3); требуется найти (если существуют) матрицы Q, R такие, что регулятор (5.2) является решением задачи (2.21), (5.1) – (5.3).

Итак, пусть заданы матрицы A, B, K , удовлетворяющие (5.3). Необходимо определить матрицы Q и R таким образом, что в результате решения ЛК задачи, определяемой (2.21), (5.1) – (5.3) получается (согласно (5.4)) матрица K , совпадающая с исходной. Для решения этой задачи в [9] был использован подход, базирующийся на аппарате линейных матричных неравенств (ЛМН). Согласно [9], для решения обратной ЛК задачи необходимо определить симметричные матрицы

$$Q \geq 0; \quad R > 0; \quad P \geq 0, \quad (5.6)$$

удовлетворяющие следующим уравнениям:

$$(A + BK)'P + P(A + BK) + K'RK + Q = 0; \quad (5.7)$$

$$B'P + RK = 0, \quad (5.8)$$

которые следуют из (5.4), (5.5).

Отметим, что такая постановка задачи, кроме матричных неравенств (5.6), содержит уравнения (5.7), (5.8). Это затрудняет непосредственное использование стандартных процедур метода ЛМН [6]. Действительно, если (5.7) и условие $Q \geq 0$ можно записать в виде неравенства

$$(A + BK)'P + P(A + BK) + K'RK \leq 0, \quad (5.9)$$

то сведение процедуры решения уравнения (5.8) к некоторой стандартной проблеме, формулируемой в терминах ЛМН, требует дополнительных рассуждений. В этой связи рассмотрим следующие матричные неравенства:

$$\begin{bmatrix} F & S \\ S' & I \end{bmatrix} \geq 0; \quad F < \lambda I; \quad S = B'P + RK, \quad (5.10)$$

где F – симметричная матрица; λ – скаляр. Здесь и далее I – единичная матрица соответствующего размера. Согласно [3], неравенство $\begin{bmatrix} F & S \\ S' & I \end{bmatrix} \geq 0$ эквивалентно неравенству $F - SS' \geq 0$, которое, с учетом второго неравенства в (5.10), можно записать в виде

$$\lambda I > SS'. \quad (5.11)$$

Из (5.11) следует, что если определить матрицы P и R , удовлетворяющие (5.6), (5.10) при достаточно малой величине λ , то эти матрицы (P и R) могут служить достаточно хорошей аппроксимацией решения уравнения (5.8). Руководствуясь этими соображениями, обратную ЛК задачу с учетом (5.6), (5.9), (5.10) можно сформулировать в терминах ЛМН следующим образом. Пусть заданы матрицы A, B, K ; необходимо минимизировать λ при выполнении следующих ЛМН:

$$P \geq 0, \quad R > 0; \quad (A + BK)'P + P(A + BK) + K'RK \leq 0;$$

$$\begin{bmatrix} F & S \\ S' & I \end{bmatrix} \geq 0; \quad F < \lambda I; \quad S = B'P + RK. \quad (5.12)$$

Это стандартная задача ЛМН (задача ЛМН на собственные значения [3]). Для ее решения используется процедура `gevr.m` пакета MATLAB [6]. В результате использования упомянутой процедуры, определяются матрицы P, R, F и соответствующие значения скаляра λ . Искомое значение матрицы Q определяется (5.7). Таким образом, алгоритм решения обратной ЛК задачи (определение матриц Q, R) сводится к использованию стандартной процедуры пакета MATLAB.

Отметим, что для эффективности описанного выше алгоритма решения обратной задачи для системы с непрерывным временем существенным является условие $R > 0$, так как это условие исключает тривиальное решение задачи (5.12), а именно $R = 0, P = 0$.

§6. Пример.

Проиллюстрируем процедуру синтеза динамического наблюдателя в системе управления координатой y , когда не наблюдается угол φ (структура регулятора определяется соотношением (4.3)).

Используя (3.6), получаем следующие значения векторов T, Q_c :

$$T = [0,0003 \quad -0,0051 \quad 1 \quad 0]; \quad Q_c = [0 \quad 0 \quad 1].$$

Эти значения T и Q_c удовлетворяют (3.3) с точностью порядка 10^{-14} . Значение вектора $A_1 = Q_c C_1$ совпадает с принятым в (3.8). Таким образом, объект, движение которого описывается системой (3.8), оптимизируется в соответствии с критерием

(2.21), в котором $R = 10^4$, а матрица Q имеет структуру (4.1). Блок \bar{Q} аналогичен матрице Q , фигурирующей в (2.22):

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} 30 & -2 & -4 & 6 \\ -2 & 4 & 8 & -12 \\ -4 & 8 & 16 \cdot 10^4 & -24 \\ 6 & -12 & -24 & 36 \cdot 10^4 \end{bmatrix}.$$

Как результат такой оптимизации, определим регулятор (4.2). Собственные значения системы с таким регулятором (при разных значениях D) приведены в верхнем блоке таблицы.

K	D		
	0,005	0,05	0,5
(4.2)	-5,9623	-5,9623	-5,9623
	-0,6951	-0,6951	-0,2380 + 0,2700i
	-0,2380 + 0,2700i	-0,2380 + 0,2700i	-0,2380 - 0,2700i
	-0,2380 - 0,2700i	-0,2380 - 0,2700i	-0,6951
	-0,0050	-0,0500	-0,5000
(4.3)	-5,9610	-5,9493	-5,8178
	-0,7122	-0,8430	-1,5874
	-0,2301 + 0,2712i	-0,1705 + 0,2857i	-0,5000
	-0,2301 - 0,2712i	-0,1705 - 0,2857i	0,1359 + 0,4481i
	-0,0050	-0,048	0,1359 - 0,4481i

Собственные значения замкнутой системы при использовании регулятора (4.3) приведены в нижнем блоке этой таблицы.

Как следует из этих данных, при $D = -0,5$ система с регулятором (4.3), неустойчива т.к. имеет собственные значения в правой полуплоскости. При $D = -0,005$ собственные значения системы с регуляторами (4.2), (4.3) близки, но это значение D , как следует из (3.4), не обеспечивает достаточно быструю сходимость оценки z к значению φ . В этой связи принимаем значение $D = -0,05$, при котором собственные значения системы с регуляторами (4.2), (4.3) достаточно близки. При таком значении D вектор K в (4.2) имеет вид:

$$K = [-0,0548 \quad -0,2893 \quad -7,4427 \quad -7,1334 \quad 0]$$

и, соответственно, в (4.3) –

$$K = [-0,0548 \quad -0,2893 \quad 0 \quad -7,1334 \quad -7,4427]. \quad (6.1)$$

Используя результаты §5 (решая обратную задачу) определим, фигурирующие в (2.21) значения матрицы Q ($R = 1$), соответствующее системе (3.8) и регулятору (6.1):

$$Q = \begin{bmatrix} 0,0030 & 0,0141 & -0,0548 & 0,2544 & 0,4165 \\ 0,0141 & 0,0725 & -0,3394 & 1,4007 & 2,0065 \\ -0,0548 & -0,3394 & 2,8961 & -8,2240 & -8,1173 \\ 0,2544 & 1,4007 & -8,2240 & 36,0 & 36,6766 \\ 0,4165 & 2,0065 & -8,1173 & 36,6766 & 58,4951 \end{bmatrix}. \quad (6.2)$$

Матрица Q , определяемая (6.2), положительно определима, т.к. ее минимальное собственное значение $\lambda_{\min} = 2,2514 \cdot 10^{-5}$. Отметим, что уравнение регулятора, полученное при оптимизации системы (3.8) в соответствии с (2.21), в котором $R=1$, Q определяется (6.2), совпадают с (6.1) с точностью порядка 10^{-14} .

Представим результаты моделирования переходного процесса в системе (3.8), (5.1) при следующих начальных условиях: $y(0) = 200\text{м}$, $\dot{y}(0) = 0$, $\varphi(0) = 40^\circ$, $\dot{\varphi}(0) = 0$, $z(0) = 0$. Кроме условия $z(0) = 0$, эти условия совпадают с принятыми в примере [11] и приведенными на Fig. 5 [4]. Эти результаты приведены на рис. 1 – 4 сплошными линиями.

Пунктирными линиями на этих рисунках приведены результаты моделирования, когда движение объекта описывается нелинейными уравнениями (2.15), (2.17).

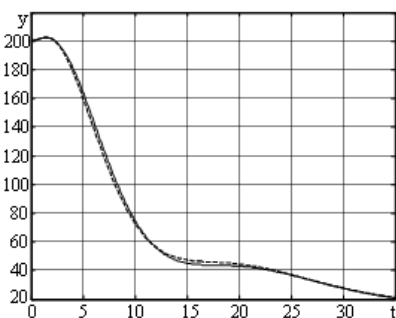


Рис. 1

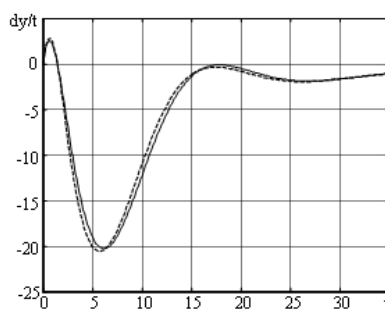


Рис. 2

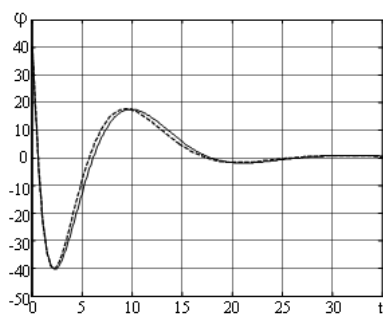


Рис. 3

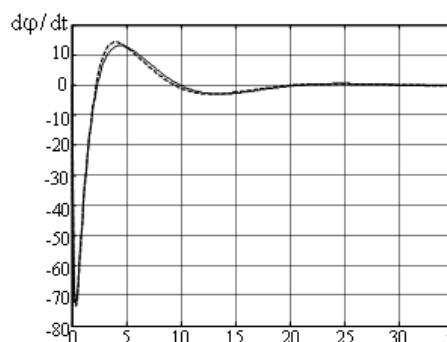


Рис. 4

На рис. 5 показаны графики переходных процессов координат φ (сплошная линия) и z (пунктирная линия).

Результаты, приведенные на этом рисунке, получены в случае, когда движение объекта описывается уравнениями (2.15), (2.17).

Сравнивая результаты, приведенные на рис. 1 – 4, с аналогичными, приведенными на рис. 2 – 5 [11], можно констатировать, что характеристики переходных процессов системы с динамическими наблюдателями несколько (но не существенно) уступают системе [11].

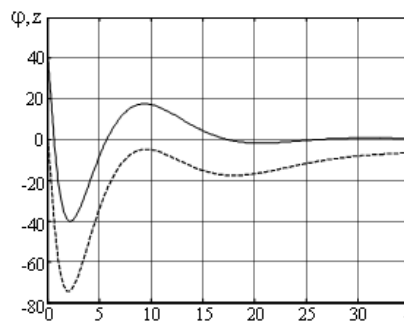


Рис. 5

Результаты, приведенные на рис. 5, свидетельствуют о том, что оценка угла φ (координата z) достаточно быстро сходится к значению угла φ .

Таким образом, можно утверждать, что рассмотренный динамический наблюдатель может заменить отказавший датчик угла φ .

Заключение.

Рассмотрена задача повышения надежности функционирования системы управления квадрокоптером (путем введения в систему динамического наблюдателя). Эта задача подробно исследуется применительно к алгоритму управления движением по координате y . Очевидно, что аналогичный подход может быть использован применительно к управлению движением по оси X . В такой постановке задачи описанная процедура выбора коэффициентов цепи обратной связи не является традиционной. В этой связи рассмотрена обратная задача синтеза оптимального регулятора.

На примере показано, что динамические характеристики замкнутой системы с динамическими наблюдателями практически не уступают характеристикам системы без динамического наблюдателя.

РЕЗЮМЕ. Розглянуто задачу підвищення надійності функціонування системи управління квадрокоптером на основі введення в систему динамічного спостерігача. Ця задача докладно досліджена стосовно алгоритму управління рухом по координаті y . Очевидно, що аналогічний підхід може бути використаний щодо керування рухом по осі X . У такій постановці задачі описана процедура вибору коефіцієнтів ланцюга зворотного зв'язку не є традиційною. У цьому зв'язку розглянуто зворотню задачу синтезу оптимального регулятора. На прикладі показано, що динамічні характеристики замкнутої системи з динамічними спостерігачами практично не відрізняються від характеристик системи без динамічного спостерігача.

1. *Aliiev F. A., Larin V. B.* Stabilization Problems for a System with Output Feedback // Int. Appl. Mech. – 2011. – **47**, N 3. – P. 3 – 49.
2. *Babenko E.A., Martynyuk A.A.* Stabilization of the Motion of Affine Systems // Int. Appl. Mech. – 2016. – **52**, N 4. – P. 100 – 108.
3. *Boyd S., Ghaoui L.E., Feron E., Balakrishnan V.* Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory. – Philadelphia: SIAM, 1994. – 193 p.
4. *Castillo P., Lozano R., Dzul A.* Stabilization of a Mini Rotorcraft with Four Rotors // IEEE Control Systems Magazine. December. – 2005. – P. 45 – 55.
5. *Deyst J.J., Harrison J.V., Gai E., Daly K.C.* Fault Detection, Identification and Reconfiguration for Spacecraft Systems // J. of the Astronautical Sciences. – 1981. – XXIX, N 2. – P. 113 – 126.
6. *Gahinet P., Nemirovski A., Laub A.J., Chilali M.* LMI control toolbox users guide. – The MathWorks Inc., – 1995. – 321 p.
7. *Grewal M.S., Weill L.R., Andrews A.P.* Global Positioning Systems, Inertial Navigation and Integration // NY: John Wiley & Sons, 2001. – 392 p.
8. *Khoroshun A.S.* On Stability of Horizontal Motion of an Airplane // Int. Appl. Mech., – 2016, – **52**, N 1. – P. 134 – 144.
9. *Larin V.B.* LMI Approach to the Inverse Problem of Optimal Control // System Science. – 2000. – **26**, N 3. – P. 61 – 68.
10. *Larin V.B., Tunik A.A.* Synthesis of the Quad-rotor Control Algorithms in the Basic Flight Modes // TWMS Journal of Pure and Appl. Math. – 2018. – **9**, N2. – P. 131 – 136.
11. *Larin V.B., Tunik A.A.* On Problem of Synthesis of Control System for Quadcopter // Int. Appl. Mech., – 2017. – **53**, N 3. – P. 342 – 348.
12. *Tanaka S., Muller J.C.* Fault detection in linear discrete dynamic systems by a pattern recognition of generalized-likelihood-ratio // Transactions of the ASME, J: of Dynamic Systems. Measurement and Control. – 1990. – **112**. – P. 276 – 292.
13. *Tsay T.S.* Guidance and Control Laws for Quadrotor UAV // WSEAS Trans. On System and Control – 2014. – **9**. – P. 606 – 613.

Поступила 26.06.2016

Утверждена в печать 30.01.2018