

И. Ф. Киричок¹, О. А. Чернюшок²

**ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВИБРОРАЗОГРЕВ ГИБКОЙ
ВЯЗКОУПРУГОЙ БАЛКИ С ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ СЕНСОРОВ
И АКТУАТОРОМ С УЧЕТОМ ДЕФОРМАЦИИ СДВИГА**

¹Институт механики им. С. П. Тимошенко НАНУ,
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина; e-mail: term@inmech.kiev.ua;

²Национальный университет пищевых технологий,
ул. Владимирская, 68, 01601, Киев, Украина; e-mail: chernyshokolga@ukr.net

Abstract. A statement of the problem on forced resonant vibrations and dissipative heating of hinged flexible beam with piezoelectric sensors and actuators with taking into account the in-plane shear strain is given. An effect of geometrical nonlinearity, in-plane shear strain and heat exchange conditions on the surfaces on the amplitude-and temperature frequency characteristics of the forced beam vibrations, on the thermal failure of the system is studied. A possibility of active damping of flexural vibration mode by means of piezoactuators and sensors is studied.

Key words: resonance vibration, dissipative heating, inelastic material, piezoelectric actuators and sensors.

Введение.

Широкое применение в различных областях современной техники методов активного контроля вынужденных колебаний тонкостенных элементов конструкций из неупругих материалов пьезоэлектрическими сенсорами и актуаторами требует анализа их механического и обусловленного гистерезисными потерями теплового состояний при электромеханических нестационарных и, в частности, гармонических нагружениях с частотой, близкой к резонансной. Достижения в области активного управления стационарными и нестационарными колебаниями элементов конструкций пьезоэлектрическими сенсорами и актуаторами в изотермической постановке задачи представлены в работах [7, 11 – 13 и др.]. Исследования о влиянии диссипативного разогрева на термомеханическое поведение элементов конструкций из неупругих пассивных и пьезоактивных материалов содержатся во многих научных статьях и монографиях и отражены в обзорах [8, 9]. Работы по исследованию влияния температуры виброзагрева на эффективность работы пьезоэлектрических сенсоров и актуаторов при демпфировании с их помощью вынужденных колебаний тонкостенных стержней, пластин и оболочек из пассивных материалов в классической и уточненной постановках задачи обсуждаются в обзоре [10].

В данной статье при совместном учете деформации поперечного сдвига и геометрической нелинейности исследована задача о вынужденных резонансных колебаниях и диссипативном разогреве балки из пассивного (без пьезоэффекта) вязкоупругого материала и ее демпфирование с помощью пьезоэлектрических слоев, один из которых является сенсором, а другой – актуатором.

§1. Постановка задачи. Основные уравнения.

Рассмотрим трехслойную гибкую балку ширины b и длины l , внутренний слой которой толщиной h_0 изготовлен из пассивного трансверсально-изотропного материала, а нижний и верхний слои толщиной h_1 и h_2 – из одной и той же пьезокерамики. Материалы слоев примем вязкоупругими. Балка отнесена к прямоугольной системе

координат x, y, z с началом нормальной координаты $z = 0$ на срединной плоскости пассивного слоя. Пьезослои поляризованы по толщине в противоположных направлениях. Принимаем также, что пьезослой h_1 характеризуется пьезомодулем $+d_{31}$ и выполняет роль актуатора, а пьезослой h_2 – пьезомодулем $-d_{31}$ и является сенсором. Внутренние плоскости актуатора и сенсора покрыты сплошными бесконечно тонкими электродами, на которых заданы электрические потенциалы $\varphi_{1,2}(\pm h_0/2) = 0$, а их внешние поверхности электродированы на участках $s = b\Delta_x$, $\Delta_x = x_1 - x_0$, $x_0 \geq 0, x_1 \leq l$. При этом на внешней поверхности пьезосенсора h_2 выполняются такие электрические граничные условия:

$$\iint_s {}^2D_z ds = 0 \quad (x_0 \leq x \leq x_1), \quad {}^2D_z = 0 \quad (0 \leq x \leq x_0, x_1 \leq x \leq l), \quad (1)$$

где D_z – нормальная составляющая вектора электрической индукции в пьезослое.

Механические колебания балки возбуждаются поверхностным давлением $q_z = q'_0 \cos \omega t$, гармонически изменяющемся во времени t с амплитудой q'_0 и круговой частотой ω , близкой к резонансной. Для усиления или гашения механических колебаний с той же частотой и фазой или противофазой, соответственно, к электродированному участку s актуатора подводится разность электрических потенциалов с амплитудой $V_a = \varphi_1(-h_0/2 - h_1) - \varphi_1(-h_0/2)$. В силу гармонического деформирования балки на разомкнутых электродах участка s сенсора возникает разность электрических потенциалов $V_s = \varphi_2(h_0/2 + h_2) - \varphi_2(h_0/2)$, которая определяется на основании решения задачи электромеханики и граничных условий (1) или замеряется прибором. Торцы балки шарнирно закреплены, а на ее поверхностях выполняются условия конвективного теплообмена с внешней средой температуры T_c .

Для моделирования электромеханического поведения рассматриваемой балки относительно механических переменных по всему пакету слоев принимаем гипотезы С.П. Тимошенко, учитывающие деформацию поперечного сдвига и инерцию поворота нормального элемента [2]. Относительно электрических величин предполагаем, что составляющими ${}^{1,2}D_x, {}^{1,2}D_y$ вектора электрической индукции можно пренебречь, а нормальная составляющая $D_z = \text{const}$ в пьезослоях не зависит от толщинной координаты [3]. При этом уравнения электростатики удовлетворяются тождественно, а составляющие ${}^{1,2}E_x, {}^{1,2}E_y$ вектора электрической напряженности получены из уравнений ${}^{1,2}D_x = 0, {}^{1,2}D_y = 0$. Геометрическую нелинейность учитываем, удерживая квадраты угла поворота в соотношениях Коши и нелинейные составляющие в уравнениях движения. Вязкоупругие свойства материалов описываются интегральными операторами линейной вязкоупругости [4], которые в случае гармонического деформирования материала сводятся к умножению комплексных величин $a * b = (a' + ia'')(b' + ib'')$. Температуру вибропотогрева балки принимаем постоянной по толщине пакета слоев.

На основании принятых допущений трехмерные определяющие уравнения поляризованной вдоль оси z пьезокерамики [3] для пьезослоев актуатора h_1 и сенсора h_2 принимают такой вид:

$${}^m\sigma_x = c_{11}^E * \varepsilon_x \mp b_{31} * {}^mE_z; \quad {}^m\sigma_{xz} = c_{44}^E * e_{xz}; \quad {}^mD_z = \mp b_{31} * \varepsilon_x + b_{33} * {}^mE_z; \quad {}^mE_z = -d\varphi_m / dz$$

$$(c_{11}^E = 1 / s_{11}^E; b_{31} = d_{31} / s_{11}^E; b_{33} = \varepsilon_{33}^T - d_{31}^2 / s_{11}^E; c_{44}^E = 1 / (s_{44}^E - d_{15}^2 / \varepsilon_{11}^T); m = 1, 2; \quad (2)$$

$$s_{kk}^E = s'_{kk} (1 - i\delta_{kk}^s); \quad d_{ik} = d'_{ik} (1 - i\delta_{ik}^d); \quad \varepsilon_{kk}^T = \varepsilon'_{kk} (1 - i\delta_{kk}^e)$$

– вязкоупругие податливости, пьезомодули и диэлектрические проницаемости пьезо-керамики; ${}^m E_z$ – нормальная составляющая электрической напряженности в пьезослоях. Для вязкоупругого материала пассивного слоя h_0 справедливы первые два равенства из (2), в которых необходимо положить $c_{11}^E = E$, $c_{44}^E = G_{13}$, $b_{31} = 0$; E и G_{13} – вязкоупругие модули Юнга и поперечного сдвига. Далее знак * опускаем.

Соотношения Коши записываем так:

$$\varepsilon_x = e_x + z\kappa_x; e_x = \partial u / \partial x + \vartheta_x^2 / 2; \kappa_x = \partial \psi_x / \partial x; e_{xz} = \psi_x - \vartheta_x; \vartheta_x = -\partial w / \partial x, \quad (3)$$

где u и w – продольное и поперечное перемещения; ψ_x – угол поворота сначала недеформированного нормального элемента.

Интегрируя последние два равенства из (2) по z с учетом принятых электростатических предположений и граничных условий, получаем

$$\begin{aligned} {}^m \sigma_x &= (c_{11}^E + \gamma_{33})\varepsilon_x \mp \gamma_{31} {}^m D_z; \quad {}^m \sigma_{xz} = c_{44}^E(\psi_x - \vartheta_x); \\ {}^m D_z &= -b_{33}V_{a,s} / h_{1,2} \pm b_{31}(e_x \mp \tilde{h}_{1,2}\kappa_x) \end{aligned} \quad (4)$$

$$(\gamma_{31} = b_{31} / b_{33}; \gamma_{33} = \gamma_{31}b_{31}; \tilde{h}_{1,2} = (h_0 + h_{1,2}) / 2; m = 1, 2).$$

Удовлетворяя ${}^2 D_z$ из (4) электрическому интегральному условию (1) на электродированных поверхностях сенсора, определяем амплитуду разности электрических потенциалов

$$V_s = -\frac{\gamma_{31}h_2}{\Delta_x} \int_{x_0}^{x_1} (e_x + \tilde{h}_2\kappa_x) dx. \quad (5)$$

Подстановка V_s из (5) в соотношения (4) приводит к интегро-дифференциальному выражению для ${}^2 \sigma_x$, что значительно усложняет построение соотношений для усилий и моментов рассматриваемой балки. Поэтому при построении таких соотношений в зависимостях (4) для ${}^2 \sigma_x$ принимаем второе условие из (1), которое на участке Δ_x выполняется приближенно.

Вводя вместо напряжений статически эквивалентные усилия и моменты $(N_x, Q_x, M_x) = b \int (\sigma_x, \sigma_{xz}, z\sigma_x) dz$ по всему пакету слоев балки с учетом (3), (4), получаем соотношения

$$N_x = C_{11}e_x + K_{11}\kappa_x + N_E; Q_x = k_s C_{44}(\psi_x - \vartheta_x); M_x = K_{11}e_x + D_{11}\kappa_x + M_E, \quad (6)$$

в которых

$$C_{11} = bh_0[E + c_{11}^E(\delta_1 + \delta_2) + \gamma_{33}\delta_2]; C_{44} = bh_0[G_{13} + c_{44}^E(\delta_1 + \delta_2)];$$

$$K_{11} = bh_0[(c_{11}^E + \gamma_{33})(1 + \delta_2)\delta_2 - c_{11}^E(1 + \delta_1)\delta_1] / 2; \delta_k = h_k / h_0;$$

$$D_{11} = bh_0^3[E + c_{11}^E(\delta_{13} + \delta_{23}) + \gamma_{33}(\delta_{23} + \delta_1^3)] / 12;$$

$$N_E = bb_{31}V_a; M_E = -bh_0(1 + \delta_1)b_{31}V_a / 2; \delta_{k3} = 4\delta_k^3 + 6\delta_k^2 + 3\delta_k, k = 1, 2;$$

k_s – коэффициент сдвига [2].

Уравнения колебаний гибкой балки имеют вид

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} - \rho \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0; \quad \frac{\partial \tilde{Q}_x}{\partial x} + Fq_z - \rho \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0; \quad \frac{\partial M_x}{\partial x} - \tilde{Q}_x - N_x \vartheta_x - \rho \cdot \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial t^2} = 0 \quad (7)$$

с граничными условиями

$$u = 0, w = 0, M_x = 0 \quad (x = 0, l). \quad (8)$$

В уравнениях (7) обозначено:

$$\tilde{Q}_x = Q_x - N_x \vartheta_x; \quad F = bH; \quad H = h_0(1 + \delta_1 + \delta_2); \quad \rho_* = bh_0(\rho_0 + \rho_1 \delta_1 + \rho_1 \delta_2);$$

$$\rho_{**} = bh_0^3(\rho_0 + \rho_1 \delta_{13} + \rho_1 \delta_{23})/12; \quad \rho_0, \rho_1 - \text{удельные плотности материалов.}$$

Усредненное за период колебаний и в плоскости поперечного сечения уравнение теплопроводности, начальное и граничные условия записываются так:

$$\frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{2\alpha_s(b+H)}{\lambda F} (T - T_c) + \langle W \rangle; \quad (9)$$

$$T = T_0 \quad (t = 0); \quad \lambda \partial T / \partial x = \pm \alpha_{0,l} (T - T_c) \quad (x = 0, l),$$

где

$$\langle W \rangle = \frac{\omega b}{\lambda F} \int_{(H)} (\sigma_x'' \varepsilon_x' - \sigma_x' \varepsilon_x'' + \sigma_{xz}'' e_{xz}' - \sigma_{xz}' e_{xz}'' + {}^1 D_z' {}^1 E_z'' - {}^1 D_z'' {}^1 E_z') dz \quad (10)$$

– усредненная скорость диссипации; $\alpha_s = (\alpha_+ + \alpha_-) / 2$; $\alpha_{\pm}, \alpha_{0,l}$ – коэффициенты теплообмена на поверхностях и торцах балки; λ, a – усредненные коэффициенты тепло- и температуропроводности; T_0 – начальная температура балки.

§2. Построение решения задачи.

При построении решения поставленной задачи разрешающие уравнения (3), (6), (7) относительно искомым переменных $u, w, \psi_x, N_x, \tilde{Q}_x, M_x$ с точностью до квадратных членов представим в таком виде:

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} = \rho_* \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; \quad \frac{\partial \tilde{Q}_x}{\partial x} = -Fq_z + \rho_* \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}; \quad \frac{\partial M_x}{\partial x} = \tilde{Q}_x + N_x \psi_x - J_{SD} (\tilde{Q}_x N_x) + \rho_{**} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial t^2};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = J_{CK} (N_x - N_E) - J_{DK} (M_x - M_E) - \frac{1}{2} \psi_x^2 + J_{SD} (\psi_x \tilde{Q}_x); \quad (11)$$

$$\frac{\partial \psi_x}{\partial x} = -J_{DK} (N_x - N_E) + J_D (M_x - M_E); \quad \frac{\partial w}{\partial x} = -\psi_x + J_{SD} \tilde{Q}_x,$$

где

$$J_C = 1 / C_{11}; \quad J_D = 1 / [D_{11}(1 - \nu_{KC} \nu_{KD})]; \quad J_{CK} = J_C + J_D \nu_{KC}^2; \quad J_{DK} = J_D \nu_{KC};$$

$$\nu_{KC} = K_{11} / C_{11}; \quad \nu_{KD} = K_{11} / D_{11}; \quad J_{SD} = 1 / (k_s C_{44}).$$

При нагружениях вида $q_z = q_0' \cos \omega t - q_0'' \sin \omega t$ ($q_0'' = 0$), пренебрегая переходными процессами, приближенное решение нелинейных уравнений (11) построим в виде гармонических рядов во времени [3]. Ограничимся построением решения в одночастотном приближении для переменных $A = \{w, \psi_x, \tilde{Q}_x, M_x\}$, характеризующих изгиб балки, и при удержании в рядах членов разложения до второй гармоники включительно для переменных $B = \{u, N_x\}$ плоского деформирования балки, так что

$$A = A' \cos \omega t - A'' \sin \omega t; \quad B = B^0 + \sum_{k=1}^2 (B^k \cos k\omega t - B''^k \sin k\omega t). \quad (12)$$

На основании подхода [3] из уравнений (11) и граничных условий (8) относительно коэффициентов разложения (12) получим систему нелинейных дифференциальных уравнений $n = 18$ порядка. Линеаризуя полученную систему уравнений методом квазилинеаризации [3], приходим к последовательности решения линейных краевых задач:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{Y}}{dx} &= A(J(k\omega); \bar{Y}^n)\bar{Y}^{n+1} + \bar{F}(q, N_E, M_E, \bar{Y}^n); \\ B_1\bar{Y}^{n+1}(0) &= 0; B_2\bar{Y}^{n+1}(l) = 0 \quad (n = 0, 1, 2, \dots), \end{aligned} \quad (13)$$

где $\bar{Y} = \{u', u'', u', u'', w', w'', \psi_x', \psi_x'', N_x', N_x'', N_x', N_x'', \dot{Q}_x', \dot{Q}_x'', M_x', M_x'', u, N_x\}$ – вектор-столбец искомых функций; A и \bar{F} – квадратичная матрица n – го порядка системы дифференциальных уравнений и вектор-столбец ее правых частей, элементы которых из-за громоздкости не выписываем; B_1, B_2 – прямоугольные матрицы, которые определяются граничными условиями (8).

Диссипативная функция (10) в терминах искомых переменных записывается так:

$$\langle W \rangle = \frac{\omega}{2\lambda F} \left\{ \sum_{k=1}^2 k(N_x'' e_x^k - N_x' e_x^k) + M_x'' \kappa_x^1 - M_x' \kappa_x^1 + Q_x'' e_{xz}^1 - Q_x' e_{xz}^1 + {}^1D_z'' V_a^1 - {}^1D_z' V_a^1 \right\}. \quad (14)$$

Для решения линейной краевой задачи (13) на каждом приближении используем устойчивый численный метод дискретной ортогонализации [2]. В качестве начального приближения ($n = 0$) выступает решение геометрически линейной задачи. Задачу теплопроводности (9) с учетом (14) решаем методом конечных разностей с использованием явной схемы.

Следуя [10], для активного демпфирования вынужденных колебаний балки ниже рассмотрим *два способа* определения величины амплитуды электрического потенциала актуатора V_a , компенсирующего такие колебания. Согласно *первому*, если давление постоянной амплитуды $q'_0 = q_0$ известно, то

$$|V_a| = k_a(\Delta_x) q_0. \quad (15)$$

При неизвестной механической нагрузке показатель V_a определяется на основании показателя сенсора V_s зависимостью обратной связи

$$|V_a| = G_{as} |V_s|. \quad (16)$$

В равенствах (15), (16) k_a, G_{as} – коэффициенты управления. Значения k_a, G_{as} , отвечающие максимальному подавлению колебаний балки, определяются формулами $k_a = |w_{q \max}| / |w_{E \max}|$ и $G_{as} = |V_a^1| / |V_s^1|$, в которых $|w_{q \max}|$ и $|w_{E \max}|$ – вычисленные на частоте линейного резонанса максимальные амплитуды прогиба на основании решения эталонных задач при $q_0 = 1 \text{ Па}$, $V_a = 0$ и при $q = 0, V_a = 1 \text{ В}$, соответственно. Величины $|V_a^1|$ и $|V_s^1|$ определяются из решения задачи при $q_0 = 1 \text{ Па}$ на основании формул (15) и (5). Противофазность подведенного к актуатору электрического потенциала для демпфирования колебаний балки учитывается по закону $V_a \cos(\omega t + \pi) = -V_a \cos \omega t$.

§3. Числовые результаты и их анализ.

Численные расчеты проведены для балки из пассивного полимера с наиболее эффективными актуатором и сенсором, когда их внешние поверхности электродированы по всей длине балки ($\Delta_x = 1$). Полимер обладает следующими комплексными харак-

теристиками [5]: $E = E' + iE''$; $E' = E^0(k\omega)^p$; $E'' = E' \beta(k\omega)^q$; $G_{13}^k = 0,025 E^k$ ($k = 1, 2$);
 $E^0 = 0,308 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$; $\beta = 0,16$; $q = -0,145$; $p = 0,076$; $\rho_0 = 2770 \text{ кг/м}^3$; $\lambda = 0,45 \text{ Вт/(м} \cdot \text{°C)}$.

Актуатор и сенсор изготовлены из одной и той же пьезокерамики ЦТСтБС – 2 [1] с параметрами:

$$s'_{11} = 12,5 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2 / \text{Н}; s'_{44} = 39,7 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2 / \text{Н}; d'_{31} = -1,6 \cdot 10^{-10} \text{ Кл/м}; \varepsilon'_{33} = 2100 \varepsilon_0;$$

$$d'_{15} = 4,5 \cdot 10^{-10} \text{ Кл/м}; \varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}; \varepsilon'_{11} = 18,5 \cdot 10^2 \varepsilon_0; \rho_1 = \rho_2 = 7520 \text{ кг/м}^3;$$

$$\delta_{11}^s = 0,0016; \delta_{44}^s = 0,0014; \delta_{31}^d = 0,004; \delta_{15}^d = 0,0035; \delta_{33}^e = 0,0035; \delta_{11}^e = 0,005;$$

$$\lambda = 0,47 \text{ Вт/(м} \cdot \text{°C)}.$$

Геометрические параметры балки таковы: $l = 0,4 \text{ м}$; $h_0 = 0,02 \text{ м}$; $h_1 = h_2 = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$; $b = 0,02 \text{ м}$. Коэффициент поперечного сдвига $k_s = 5/6$ [2].

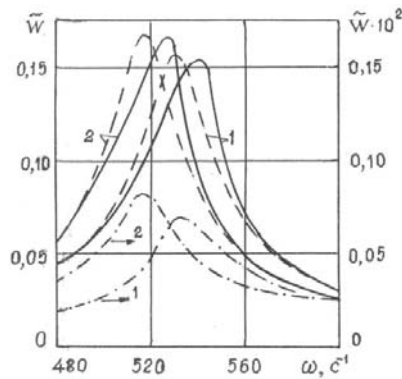
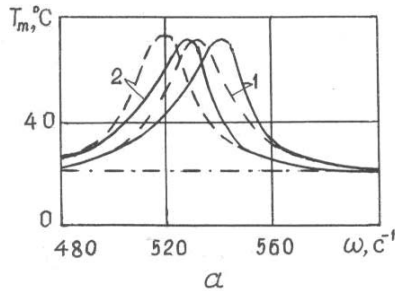
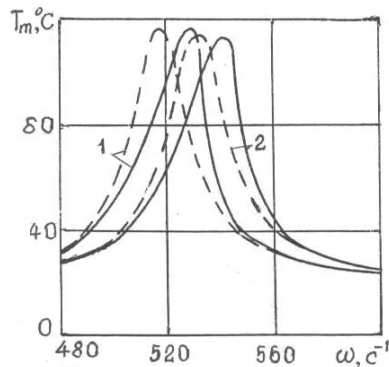


Рис. 1



а



б

Рис. 2

Рассмотрены три случая гармонического нагружения балки: механического, электрического и совместного противофазного воздействия механической и электрической нагрузок. На ниже представленных рисунках штриховые линии соответствуют решению линейной, а сплошные – геометрически нелинейной задачам. При этом кривые 1 получены на основе решения задачи в классической постановке, а кривые 2 – с учетом деформации поперечного сдвига.

При воздействии на балку поверхностного давления с амплитудой $q_0 = 0,1 \cdot 10^6 \text{ Па}$ частотные зависимости максимальных безразмерных амплитуд прогиба $\tilde{w} = |w(0,5l)| / h_0$ (АЧХ), температуры виброразогрева $T_m = T(0,5l)$ (ТЧХ) при $\alpha_s = \alpha_{0,l} = 10 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{°C)}$ и разности потенциалов $|V_s|$ на электродах сенсора показаны на рис. 1, 2, а, б, соответственно. На рис. 2, б показаны ТЧХ, рассчитанные при подводе к актуатору потенциалов с амплитудой $|V_a| = 254,5 \text{ В}$ в случае классической (кривые 1) и $|V_a| = 266,6 \text{ В}$ при уточненной (кривые 2) постановках задачи. Эти показатели рассчитаны согласно формулам (15), (16) и компенсируют механическую нагрузку $q_0 = 0,1 \cdot 10^6 \text{ Па}$ при их совместном противофазном действии на балку, результаты которого показаны штрих-пунктирными кривыми на рис. 1, 2, а. Видно, что такое нагружение балки позволяет снизить амплитуду прогибов более, чем на два порядка, а температуру виброразогрева – до уровня начальной.

В случае электрического нагружения подводом указанных потенциалов $|V_a|$ к пьезоактуатору балки кривые АЧХ прогибов \tilde{w} совпадают с кривыми на рис. 1, соответствующих механической нагрузке $q_0 = 0,1 \cdot 10^6$ Па, а ТЧХ виброразогрева представлены на рис. 2, б. Сравнение ТЧХ на рис. 2, а, б показывает, что при раздельном возбуждении колебаний балки механической нагрузкой (рис. 2, а) и компенсирующим ее электрическим потенциалом (рис. 2, б) электрическое нагружение вызывает более высокий уровень виброразогрева, что обусловлено вкладом в диссипативную функцию (14) составляющих с диэлектрическими потерями.

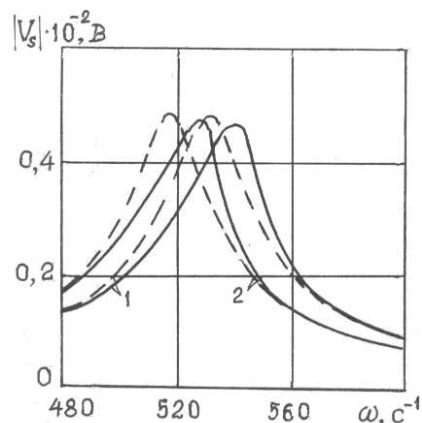


Рис. 3

Анализ кривых на рис. 1–3 показывает, что учет деформации поперечного сдвига уточняет собственную частоту колебаний балки в сторону ее уменьшения. При этом на уточненной частоте имеет место некоторое увеличение амплитуд представленных кривыми параметров по сравнению с их величиной на резонансе без учета сдвига. Как в классической, так и в уточненной постановках задачи учет геометрической нелинейности сопровождается превращением частотных характеристик балки в характеристики жесткого типа вплоть до появления неоднозначных участков при увеличении амплитуды внешней нагрузки.

При определенных амплитудах механического или электрического гармонических нагружений и условиях теплообмена с окружающей средой температура диссипативного разогрева тонкостенных составных элементов из неупругих пассивных и пьезоактивных материалов может достигать критического значения T_k , так называемой точки деградации, когда происходит тепловое разрушение системы из-за размягчения пассивного материала или деполяризация пьезоактивной составляющей (точка Кюри). При этом необходимо определить амплитуду критической механической q_k или электрической V_k нагрузки, отвечающей критическому значению T_k установившейся температуры виброразогрева и критическое время τ_k работоспособности системы при действии нагрузки, превышающей критическую. Примем, что деградация системы наступает при достижении критической температуры виброразогрева $T_m = T_k = 120^\circ\text{C}$ хотя бы в одной точке балки.

На рис. 4 представлены кривые 1–3 зависимости максимальной установившейся температуры виброразогрева T_m в среднем сечении балки от амплитуды подведенной к актуатору разности электрических потенциалов V_a с частотой уточненного резонанса $\omega = 518\text{ с}^{-1}$ и коэффициентами теплообмена $\alpha_s = 1; 5; 10; \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$, соответственно. Критическому значению температуры T_k отвечают обозначенные крестиками на оси абсцис критические амплитуды электрического потенциала V_k . Зависимость V_k от коэффициента теплообмена α_s показана на рис. 5. Из рис. 4, 5 видно, что при гармоническом возбуждении рассматриваемой балки на резонансной частоте учет геометрической нелинейности (сплошные кривые) приводит к снижению уровня виброразогрева T_m и увеличению амплитуды критической электрической нагрузки V_k . Этот эффект мало заметен при малых значениях амплитуды нагрузки и коэффициента теплообмена и усиливается с их ростом.

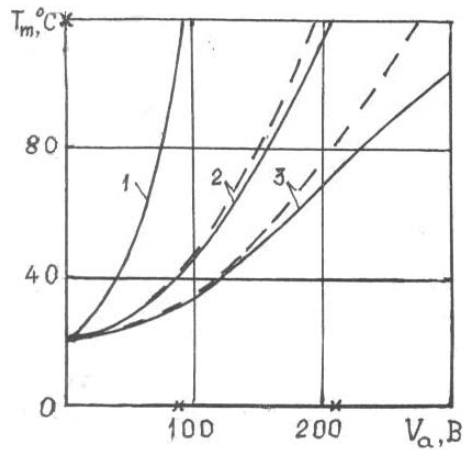


Рис. 4

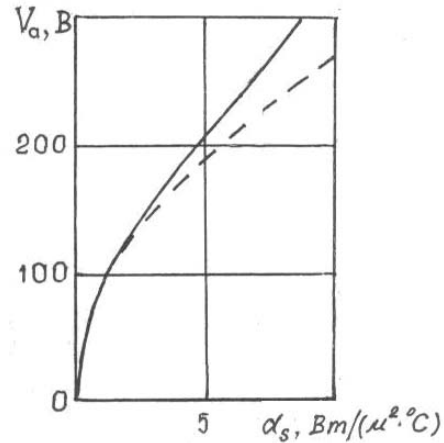


Рис. 5

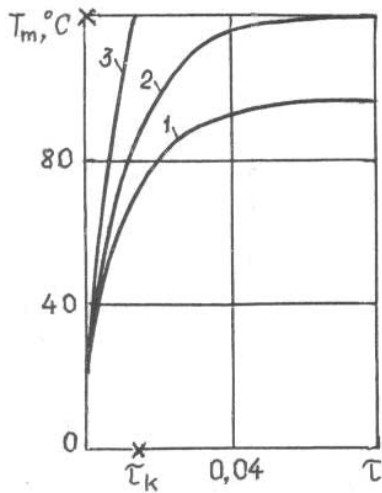


Рис. 6

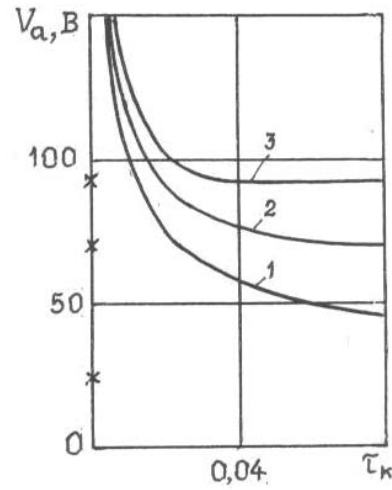


Рис. 7

На рис. 6 кривыми 1 – 3 показана эволюция максимальной температуры виброразогрева во времени $\tau = at / l^2$, рассчитанные на частоте $\omega = 518 \text{ с}^{-1}$ для амплитуд электрического потенциала $V_a = (80; 91,5; 110)$, В с коэффициентом теплообмена $\alpha_s = 1 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^{\circ}\text{C})$. Крестиками на оси ординат и абсцисс обозначены точки деградации и критического времени τ_k , соответственно. Видно, что для амплитуд электрического потенциала $V_a < V_k = 91,5 \text{ В}$ значение установившейся температуры виброразогрева (кривая 1) не достигает T_k и тепловое разрушение системы не наступает. При $V_a \geq V_k$ (кривые 2, 3) наступает момент времени $\tau \geq \tau_k$, при котором виброразогрев достигает точки деградации материала.

На рис. 7 для коэффициентов теплообмена $\alpha_s = (0,05; 0,5; 1) \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^{\circ}\text{C})$ представлены кривые 1, 2, 3 зависимости амплитуды электрического потенциала $V_a \geq V_k$ (значения V_k показаны крестиками на оси ординат) от критического параметра времени τ_k , после которого наступает потеря работоспособности рассматриваемой балки

из-за тепловой деградации материала. Представленные на рис. 7 кривые, являющиеся аналогом кривых Велера из теории циклического разрушения, при тепловом разрушении существенно зависят от коэффициента теплообмена на поверхностях балки.

Заключение.

Представлены постановка и численное решение задачи о вынужденных резонансных колебаниях и виброразогреве вязкоупругой балки с пьезоэлектрическими сенсором и актуатором при учете деформации поперечного сдвига и геометрической нелинейности в квадратичном приближении. Для наиболее энергоемкой первой моды изгибных колебаний шарнирно опертой балки исследовано влияние указанных факторов и условий теплообмена на частотные зависимости максимальной амплитуды прогиба, температуры диссипативного разогрева и электрического показателя сенсора при электромеханическом нагружении, а также критические значения амплитуд электрического нагружения, при которых температура достигает точки деградации и система теряет работоспособность. Показана возможность активного демпфирования балки пьезоактуатором с использованием электрического показателя сенсора при неизвестной нагрузке.

РЕЗЮМЕ. Дано постановку задачі про вимушені резонансні коливання і дисипативний розігрів шарнірно опертої гнучкої в'язкопружної балки з п'єзоелектричними сенсором і актуатором при врахуванні деформації поперечного зсуву. Досліджено вплив геометричної нелінійності, деформації поперечного зсуву та умов теплообміну на амплітудно- і температурно-частотні характеристики вимушених коливань балки, теплове руйнування системи та можливість активного демпфування згинної моди коливань за допомогою п'єзоелектричних актуатора і сенсора.

1. Болкисев А.М., Карлаш В.Л., Шульга Н.А. О зависимости свойств пьезокерамических материалов от температуры // Прикл. механика. – 1984. – 20, № 7. – С. 70 – 74.
2. Григоренко Я.М., Василенко А.Т. Теория оболочек переменной жесткости. – К.: Наук. думка, 1981. – 516с.
3. Карнаухов В.Г., Киричок И.Ф. Связанные задачи теории вязкоупругих пластин и оболочек. – К.: Наук. думка, 1986. – 222 с.
4. Карнаухов В.Г., Михайленко В.В. Нелинейная термомеханика пьезоэлектрических неупругих тел при моногармоническом нагружении. – Житомир: ЖГТУ, 2005. – 428 с.
5. Стивенс К. Поперечные колебания вязкоупругого стержня с начальной кривизной под действием периодической осевой силы / Прикл. механика, сер. Е. Тр. Амер. об-ва инженеров-механиков. – М.: Мир, 1969. – № 4. – С. 168 – 173.
6. Blaguenon A., Lene F., Bernadou M. Active control a beam a piezoceramic element // Smart Mater. Struct. – 1999. – 8. – P. 116 – 124.
7. Gabbert U., Tzou H.S. Smart structures and structronic systems. – Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2001. – 384 p.
8. Karnaukhov V.G., Kyrychok I.F. Forced Harmonic Vibrations and Dissipative Heating-up of Viscoelastic Thin-Walled Elements (Review) // Int. Appl. Mech. – 2000. – 36, N 2. – P. 174 – 195.
9. Karnaukhov V.G., Kyrychok I.F., Kozlov V.I. Electromechanical Vibrations and Dissipative Heating of Viscoelastic thin-walled Piezoelements (Review) // Int. Appl. Mech. – 2001. – 37, N 2. – P. 182 – 212.
10. Karnaukhov V.G., Kyrychok I.F., Kozlov V.I. Thermomechanics of Inelastic Thin-Wall Structural Members with Piezoelectric Sensors and Actuators under Harmonic Loading (Review) // Int. App. Mech. – 2017. – 53, N 1. – P. 6 – 58.
11. *Encyclopedia of Smart Materials*, 1 – 2 (ed. Schwartz, Mal.). – New York: Wiley & Sons, 2002. – 1176 p.
12. Tzou H.S. Piezoelectric Shells (Distributed Sensing and Control of Continua). – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1993. – 400 p.
13. Tzou H. S., Bergman L.A. Dynamics and Control of Distributed Systems. – Cambridge: Cambridge University Press, 1998. – 374 p.

Поступила 06.06.2017

Утверждена в печать 30.01.2018